Athletica Galactica

Kárpát-medencei Középiskolai Csillagászati és Asztrofizikai Verseny

I. FORDULÓ
2021. október 12. (kedd)
15:00–17:00

Versenyző kódja, évfolyama: ……………………………………………………………………………
(A kódodat minden feladatlap tetején add meg!)

Alapvető fizikai és csillagászati állandók

Fény sebessége vákuumban	c	$2{,}998\cdot10^{8}$ m s^{-1}	Parszek	pc	$3{,}086\cdot10^{16}$ m
Planck-állandó	h	$6{,}626\cdot10^{-34}$ J s	Csillagászati egység	CSE	$1{,}496\cdot10^{11}$ m
Boltzmann-állandó	k_B	$1{,}381\cdot10^{-23}$ J K^{-1}	Sziderikus nap		$23^d56^m04^s$
Stefan–Boltzmann-állandó	σ	$5{,}670\cdot10^{-8}$ W m^{-2} K^{-4}	Tropikus év		365,2422 szoláris nap
Elemi töltés	e	$1{,}602\cdot10^{-19}$ C	Sziderikus év		365,2564 szoláris nap
Egyetemes gravitációs állandó	G	$6{,}674\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}	Ekliptika északi pólusa (J2000.0)	(α_E, δ_E)	$(18^h00^m00^s$, $+66°33'39'')$
Egyetemes gázállandó	R	8,315 J mol^{-1} K^{-1}	Északi galaktikus pólus (J2000.0)	(α_G, δ_G)	$(12^h51^m26^s$, $+27°07'42'')$
Avogadro-szám	N_A	$6{,}022\cdot10^{23}$ mol^{-1}	Fluxus	Jy	10^{-26} W m^{-2} Hz^{-1}
Wien-féle eltolódási törvény	b	$2{,}898\cdot10^{-3}$ m K	Föld közepes sugara	R_F	$6{,}371\cdot10^{6}$ m
Elektron tömege	m_e	$9{,}109\cdot10^{-31}$ kg	Nap luminozitása	$L_\odot$	$3{,}826\cdot10^{26}$ W
Proton tömege	m_p	$1{,}673\cdot10^{-27}$ kg	Nap effektív hőmérséklete	$T_{eff,\odot}$	5778 K
Neutron tömege	m_n	$1{,}675\cdot10^{-27}$ kg	Hold látszó fényessége		$-12{,}74^m$
Atomi tömegegység (ate)		$1{,}661\cdot10^{-27}$ kg	Hubble-állandó	H_0	70 km s^{-1} Mpc^{-1}

Nap látszó vizuális fényessége:	$-26{,}75^m$
Nap abszolút vizuális fényessége:	$+4{,}82^m$
Nap látszó bolometrikus fényessége:	$-26{,}83^m$
Nap abszolút bolometrikus fényessége:	$+4{,}74^m$

Összpontszám:	**……….. p / 100 p**

I. Totó **(10 p)**

Karikázd be a helyes válasz jelét! Minden helyes válasz 2 pont.

1.) Egy gömbfelületre csiszolt, D = 10 cm átmérőjű, f/6 fényerejű tükörnek mi a legfőbb előnye egy ugyanilyen (D = 10 cm, f/6) egyszerű síkdomború lencséhez képest?

(1) A tükör össztömege kisebb, mint a lencséé.
(2) A tükör a szférikus torzítási hibától mentes.
(x) A tükör színi hibától mentes (a fókusz minden hullámhosszon ugyanott van).

2.) Egy zöldeskék papírlapot piros üveglemezen keresztül nézünk. Milyen színűnek látjuk?

(1) Sötétnek.
(2) Világosnak.
(x) Lilának.

3.) A Vega deklinációja $\delta = 38°47'$. Látható-e valamikor az év során pontosan a zenitben Kecskemétről ($\phi = 46°54'$)?

(1) Igen.
(2) Nem.
(x) Ennyi adatból nem mondható meg.

4.) Misi egy ismeretterjesztő lapban olvasott a szolárgráfról, egy olyan egyszerű, házilag elkészíthető eszközről, amelyet déli irányban jó kilátással rendelkező helyre lerögzítve, és egy évig ott hagyva a belehelyezett fényérzékeny papíron megjelenik a Nap éves útja sok-sok íves vonal formájában a környező táj sziluettje fölött. Ehhez egy lezárható henger belső palástjára kell felrögzíteni egy fotópapírt, és a kihelyezéskor lerögzített helyzetben pontosan délre néző oldalon egy kis lyukat fúrni (tehát ez egy lyukkamera). Misit leginkább az izgatta a saját szolárgráfjának elkészítésével, és január elsején az emeleti ablakába történő kihelyezésével, hogy meg tudja-e ezzel jeleníteni az égi egyenlítő vonalát is? Mit tanácsolnál neki?

(1) Március 20-án este vegye be a szolárgráfját. Felnyitva a fotópapíron látható görbesereg alsó (a képen a horizonthoz legközelebbi) íve lesz az pontosan.
(2) Március 20-án este vegye be a szolárgráfját. Felnyitva a fotópapíron látható görbesereg felső (a képen a horizonttól legtávolabbi) íve lesz az pontosan.
(x) Június 21-én este vegye be a szolárgráfját. Felnyitva, a fotópapíron látható görbesereg felső (a képen a horizonttól legtávolabbi) íve lesz az pontosan.

5.) Juci a csillagászati hírekben olvasta, hogy 12 magnitúdós szupernóva villant fel az egyik ismert galaxisban. Szeretné megnézni a saját szemével is. Két távcsöve is van: egy 60/400-as nagy látószögű akromatikus lencsés távcső, és egy 100/800-as Newton-reflektor. Melyikkel keresse, melyikkel van esélye megpillantani a szupernóvát este, zenit körüli helyzetben?

(1) A Newton-reflektorral, annak a fénygyűjtőképessége kell hozzá.
(2) Az akromatikus lencséssel, mert kellően nagy látómező nélkül nem lehet megtalálni.
(x) Egyikkel sem érdemes kísérleteznie, sokkal nagyobb műszerek kellenének hozzá.

...... p / 10 p

II. Indoklásos tesztkérdések **(20 p)**

Karikázd be a helyes válasz betűjelét! Minden helyes válasz 2 pont, a megfelelő indoklás 2 pont.

I/1. Egy aszteroida pályájának fél nagytengelye 3 CSE. Mennyi a keringési ideje években kifejezve?

A) 9 év
B) 5,2 év
C) 27 év

Indoklás:

...... p / 4 p

I/2. Budapest földrajzi hosszúsága +19°, földrajzi szélessége pedig +47,5°. Az alábbi három, deklinációjával jellemzett csillag közül melyik nem látható soha Budapestről?

A) –19°
B) 47,5°
C) –47,5°

Indoklás:

...... p / 4 p

I/3. A Jupiter Nap körüli pályáját tekintsük körnek! A bolygó pálya menti sebessége 13,1 km/s, tömege $1{,}9 \cdot 10^{27}$ kg, pályájának fél nagytengelye $7{,}9 \cdot 10^{8}$ km. Mennyi a Jupiter impulzusnyomatéka?

A) $2 \cdot 10^{43}$ kg m^2/s
B) $9 \cdot 10^{42}$ kg m^2/s
C) $2{,}6 \cdot 10^{47}$ kg m^2/s

Indoklás:

...... p / 4 p

I/4. Mekkora a szökési sebesség egy olyan bolygón, amelynek tömege a Földének kétszerese, sugara pedig bolygónkénak harmada?

A) 9,2 km/s
B) 11,2 km/s
C) 27,4 km/s

Indoklás:

...... p / 4 p

I/5. Legalább mekkora átmérőjű távcsőre van szükségünk ahhoz, hogy megpillanthassunk a Mars felszínén egy 230 km szélességű krátert egy 550 nm hullámhosszon áteresztő szűrőn keresztül, ha a Mars távolsága a Földtől éppen 54,6 millió km?

A) 16 cm
B) 1,6 cm
C) 160 cm

Indoklás:

...... p / 4 p

III. Kifejtős kérdés: Árnyékolás kisbolygóval **(20 p)**

Két pontszerű tömegből álló, gravitációsan kötött rendszerbe helyezett kis tömegű próbatest bizonyos pozíciókban nyugalomban maradhat a másik kettőhöz képest. Ezek az úgynevezett Lagrange-pontok. Nevüket a nagy francia matematikus után kapták, aki ezt a fizikai problémát (korlátozott háromtest-probléma) behatóan vizsgálta. Öt ilyen nevezetes „stabil" pont ismeretes. Az egyik (a hagyományos számozásnak megfelelően) az L1. Ez a két nagyobb tömegű pontot összekötő egyenes mentén található, a két tömegpont között. Ha egyforma tömegűek, akkor éppen a kettejük közötti távolság felezőpontjával esik egybe, eltérő tömegek esetén a kisebb tömegűhöz van közelebb. A Nap–Föld rendszer L1 pontja a Földtől a Nap felé, a Földtől kb. 1,5 millió km-re, a földpálya síkjában van. Habár a Nap és a Föld nem tekinthető pontszerűnek, a köztük lévő távolság a méretükhöz képest sokkalta nagyobb, így a mechanikai leírás szempontjából közelítőleg teljesül a pontszerűség. Fantasztákban felmerült az ötlet, hogy ha a távoli jövőben a Nap fejlődési folyamatai miatt a kisugárzott energiája akár 10%-ot is elérő mértékben megnőne, akkor bolygónk katasztrofális felmelegedésének elkerülésére egy kisbolygónak az L1 pontba vontatásával leárnyékolhatnánk a Földet olyan mértékben, hogy az éppen 10%-kal csökkentse a Földet elérő sugárzást, ezzel visszaállítva annak értékét a megfelelőre. Földünk távolságában 1 m^2 felületen 1 másodperc alatt átáramló energia, az ún. „napállandó” jelenlegi értéke 1361 W/m^2.

a) Készíts ábrát a Földet megmentő eljárásról, például oldalnézetben, a Föld pályasíkjából nézve! A távolság- és méretarányokat nem kell tartani, de a lényeg látszódjon! A Napot tekintsük pontszerűnek, a Földet azonban természetesen ne! (5 p)

b) Gömb alakú kisbolygót feltételezve számold ki, hogy mekkora átmérőjű kisbolygót kellene az L1 pontba helyezni, hogy a kívánt mértékben csökkenjen a Földet érő besugárzás! Megjegyzés: A félárnyék hatását – ami a Nap valós kiterjedésének következménye – ne vegyük figyelembe a számolásnál! (7 p)

c) Egy néhány mondatos fogalmazás keretében elemezd ezt a Föld-mentő eljárást, pl. mennyire tekinthető valódi megoldásnak, milyen járulékos problémákkal járhat alkalmazása, illetve milyen valódi hatások érvényesülhetnek még, amelyek csökkentik az eljárás sikerességét? Milyen kérdések merülhetnek még fel? (8 p)

Megjegyzés: A kisbolygó megfelelő térbeli helyzetbe vontatásának technológiai kivitelezésével itt ne foglalkozzunk, arról nem kell értekezni! Tekintsük úgy, hogy mire ez a kérdés felmerül, nem lesz gond akármekkora kisbolygót odavontatni.

…... p / 20 p

IV. Összetett feladatok

IV/1. A nappal hossza nap-éj egyenlőségkor (10 p)

A nap-éj egyenlőség napjáról általában azt gondolják, hogy az a dátum a naptárban, amikor a nappal és az éjszaka hossza megegyezik, mindkettő éppen 12 óra. Ez azonban szigorúan véve nem igaz: bár a napkorong középpontja valóban 12 órát tölt a horizont felett, a napkelte és napnyugta időpontja az, amikor a napkorong felső széle először érinti a horizontot, illetve eltűnik alatta.

a) A Nap Földről látszó szögátmérőjét kiszámítva határozd meg, hány többletperccel járulnak hozzá a fentiek a nappal hosszához! (6 p)

b) Mivel a Föld légkörének törésmutatója valamivel nagyobb 1-nél, így a napkelte és napnyugta időpontját a refrakció is befolyásolja: amikor a napkorong közepe a horizonton látszik, az valójában 0,6°-kal a horizont alatt van. Hány perccel hosszabb a nappal a nap-éj egyenlőségkor, ha ezt is figyelembe vesszük? (4 p)

...... p / 10 p

IV/2. Lencsés távcsövek nagyítása és hossza **(10 p)**

Két lencsés távcső objektívjének fókusztávolsága megegyezik, f_0. Az egyik távcső okulárja gyűjtőlencse, f_{gy} fókusztávolsággal, míg a másiké szórólencse $-f_{sz}$ gyújtótávolsággal (f_{sz} pozitív). A végtelenben elhelyezkedő objektumra mindkét távcső N nagyítása ugyanakkora. Add meg a távcsövek hosszának arányát az N nagyítás függvényében!

...... p / 10 p

IV/3. „Kettősbolygók” **(10 p)**

Képzeljünk el két objektumot, az egyik tömege legyen m_1, a másiké pedig m_2! Amikor azt mondjuk, hogy az egyik a másik körül kering, akkor ezen kijelentés mögött az a hallgatólagos gondolat áll, hogy az egyik tömege jóval nagyobb a másikénál, mint az egy csillag és egy bolygó esetében igaz is. Valójában azonban ilyenkor is arról van szó, hogy mindkét objektum kering a rendszer tömegközéppontja körül. Ha a tömegközéppont a nagyobbik objektumon is kívül van, akkor a kettőscsillag elnevezés analógiájára beszélhetünk akár „kettősbolygóról” is.

Ha a két gömb alakúnak képzelt objektum középpontjának távolsága a, akkor az 1-es objektum középpontjának tömegközépponttól mért átlagos r távolsága:

$$r = a\,\frac{m_2}{m_1 + m_2}$$

a) Igazold, hogy a Nap–Jupiter rendszer tömegközéppontja a Napon kívül van, azaz $r > R_\odot$! A Jupiter tömege $1{,}9 \cdot 10^{27}$ kg, átlagos távolsága a Naptól pedig 5,20 CSE. (1 p)

b) Az egyik legismertebb példa arra, hogy a tömegközéppont a nagyobb tömegű égitesten is kívül van („kettősbolygó”), a Pluto–Charon rendszer, amelynek tömegközéppontja a Pluto középpontjától 1,83 R_{Pl} távolságra van, ahol R_{Pl} = 1187 km, a két égitest középpontjainak átlagos távolsága pedig 19 570 km. Határozd meg a két égitest m_{Pl} / m_{Ch} tömegarányát! (4 p)

c) A Föld–Hold rendszerre nem igaz az $r > R_1 = R_F$ feltétel, annak ellenére sem, hogy a Hold viszonylag nagy a Földhöz képest. A Hold azonban folyamatosan távolodik a Földtől, évente nagyjából 4 cm-rel. Feltéve, hogy a távolodási ütem állandó marad, határozd meg, hogy hány év múlva áll be az $r = R_F$ állapot! A Föld és a Hold középpontjának átlagos távolsága 384 400 km, a Föld tömege pedig 83,1-szerese a Holdénak. (5 p)

…... p / 10 p

IV/4. Bolygó gyűrűrendszerének Roche-határai **(20 p)**

A gázóriások gyűrűrendszerének egyik lehetséges magyarázata, hogy egy kis hold túlságosan közel került a bolygóhoz, ezért a holdat szétszakítani igyekvő árapályerők – a hold bolygóhoz közelebbi és attól távolabbi részeire ható gravitációs erők különbsége – nagyobb lettek, mint a holdat összetartó gravitációs erő, és az darabjaira hullott. Az ennek bekövetkeztéhez szükséges minimális távolság az ún. Roche-határ. (Edouard Roche francia csillagász tiszteletére, aki először számolta ki.) Definíció szerint tehát a Roche-határ az a távolság, ahol a hold gravitációs ereje a felszínén megegyezik a bolygó árapályerejével ugyanott.

Tegyük fel, hogy egy gömb alakú, *M* tömegű és *R* sugarú bolygó körül egy szintén gömb alakú, *m* tömegű és *r* sugarú, merev testnek tekinthető hold kering *d* sugarú körpályán! A hold felszínén egy *u* tömegű kis próbatest a következő nagyságú gravitációs és árapályerőket érzékeli:

$$F_{\mathrm{grav}} = \frac{Gmu}{r^2} \text{ és } F_{\mathrm{árap}} = \frac{2GMur}{d^3}$$

a) A fenti két egyenletet felhasználva vezess le összefüggést az R_{Rh} Roche-határra, amely csak R-t, illetve az egyenletes sűrűségeloszlásúnak feltételezett bolygó és hold ϱ_b és ϱ_h sűrűségét tartalmazza! (8 p)

b) Az összefüggés alapján határozd meg a Roche-határt a Szaturnusz egy teljes egészében vízjégből álló holdjára! A bolygó tömege és sugara $M_{Sz} = 5{,}68 \cdot 10^{26}$ kg és $R_{Sz} = 60\,270$ km, a hold sűrűsége pedig $\varrho_h = 930\ \mathrm{kg\,m^{-3}}$. (4 p)

c) Valójában a Roche-határ megközelítésekor a hold elkezd deformálódni, és gömb alakúból ellipszoid lesz, tovább növelve így az árapályerőket, ezért az egyszerű modellünkből számolt Roche-határ egy minimumérték. Ha másik végletként azt tesszük fel, hogy a bolygó is és a hold is folyadék, így akadálytalanul deformálódhat, akkor kimutatható, hogy a Roche-határra ekkor érvényes formula az első pontban meghatározottól csak az abban szereplő számkonstansban különbözik, amelynek értéke ez esetben 14,53. Számítsd ki így a Roche-határ értékét a Szaturnusz–vízjéghold rendszerre! (2 p)

d) A Szaturnusz gyűrűrendszerének belső széle (D gyűrű) 1,11 R_{Sz} sugárnál, míg az utolsó látható gyűrű, az A külső széle 2,27 R_{Sz} sugárnál van. Nagyjából megfelelnek-e ezek az értékek az előző két pontban meghatározott két szélsőértéknek, azaz a tökéletesen merev és a tökéletesen folyékony Szaturnusz-hold esetének? (2 p)

e) Edouard Roche volt az első tudós, aki felvetette, hogy a Szaturnusz gyűrűrendszere az általa *Veritas* névvel illetett hold szétaprózódásával jött létre. Tegyük fel, hogy ez a hold a Cassini-résnek megfelelő sugárnál ($2\,R_{Sz}$) keringett, és a tökéletes folyadék eset érvényes rá! Határozd meg a gömb alakúnak képzelt Veritas sugarát, ha tudjuk, hogy a gyűrűrendszer tömege $3 \cdot 10^{19}$ kg! (4 p)

...... p / 20 p