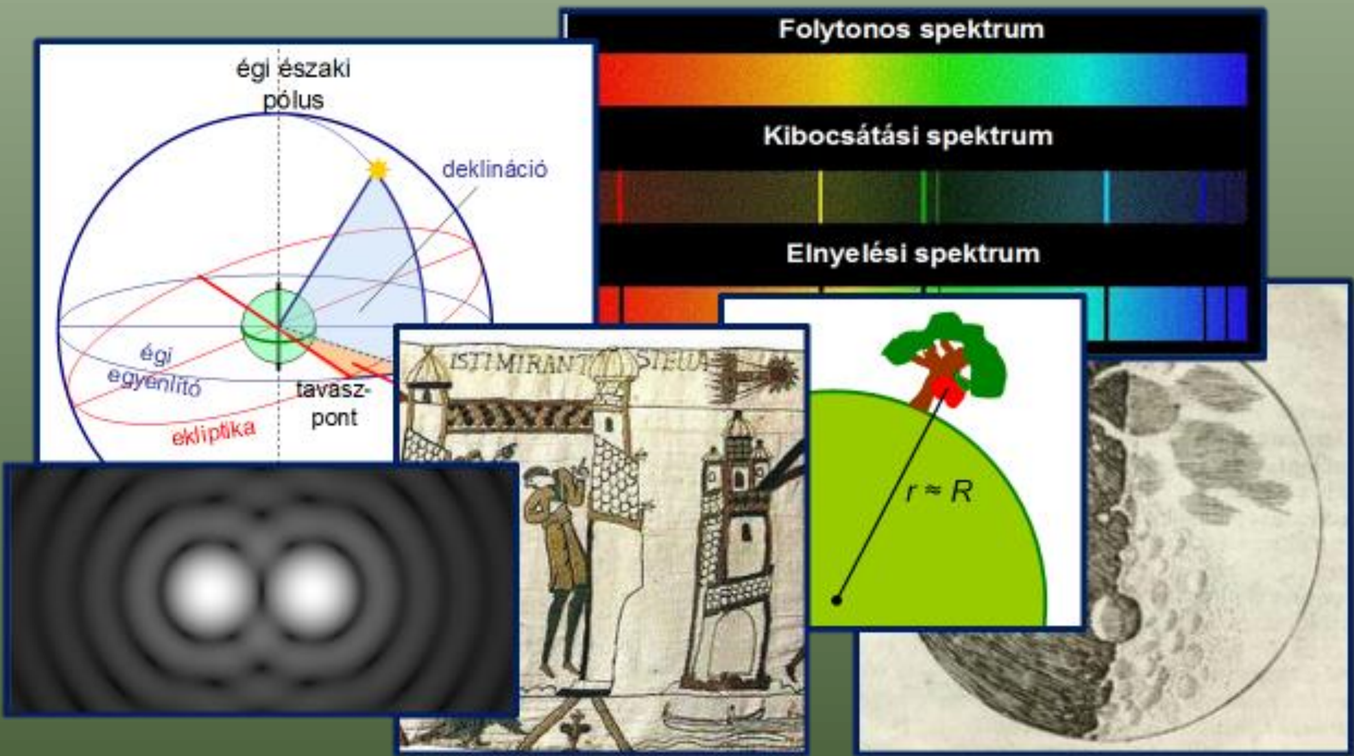
Gróf Andrea

TOVÁBBI CSILLAGÁSZATI FELADATOK

a középiskolai fizika fejezeteihez



ELTE FIZIKA DOKTORI ISKOLA

GRÓF ANDREA

TOVÁBBI CSILLAGÁSZATI FELADATOK

a középiskolai fizika fejezeteihez

ELTE FIZIKA DOKTORI ISKOLA BUDAPEST

2021

A kiadvány elkészítését a Magyar Tudományos Akadémia
Tantárgypedagógiai Kutatási Programja támogatta

Szakmai lektor: Horváth Zsuzsa

Didaktikai lektor: Szeidemann Ákos

Kiadja az ELTE Fizika Doktori Iskola
Felelős Kiadó: Dr. Gubicza Jenő
Budapest 2021

Tartalom

Bevezetés

Köszönetnyilvánítás

Köszönet illeti Csernovszky Zoltán és Horváth Zsuzsa kollégákat, akik hozzájárultak a feladatokhoz, Szeidemann Ákost, aki számos fejezetet átnézett tanári szemmel, és mindenekelőtt Kovács József csillagászt, aki hasznos tanácsokkal segítette a munkát.

1 Számolás normálalakkal

1.1 Fejezd ki normálalakban az alábbi mennyiségeket:
(a) Egy év 31 560 000 másodpercből áll.

(b) A fény sebessége vákuumban 299 792 458 m/s.

(c) A Nap tömege 1 989 000 000 000 000 000 000 000 000 000 kg.

(d) A Föld tömege 5 974 000 000 000 000 000 000 000 kg

(e) Egy fényév 9 460 500 000 000 km.

(f) A Nap teljesítménye 382 700 000 000 000 000 000 000 000 W.

(g) Az elektron tömege 0,00000000000000000000000000000091096 kg.

(h) Az elektron töltése 0,00000000000000000016022 C.

(i) Egy elektronvolt = 0,00000000000000000016022 J.

(j) A Planck-állandó értéke 0,0000000000000000000000000000000006626068 Js.

(k) A Föld közepes pályasugara 149 597 892 000 m.

(l) A megfigyelhető világegyetem átmérője 260 000 000 000 000 000 000 000 000 m

(m) A hidrogénatom sugara 0,0000000000529177 m.

1.2 (a) Egy átlagos galaxis $2 \cdot 10^{11}$ csillagból áll. A megfigyelhető Világegyetemben $8 \cdot 10^{10}$ galaxis van. Hány csillag van a megfigyelhető Világegyetemben?

(b) A Napot alkotó részecskék átlagos tömege $1{,}7 \cdot 10^{-27}$ kg. A Nap tömege $2{,}0 \cdot 10^{30}$ kg. Hány részecskéből áll a Nap?

(c) Az Univerzum életkora $1{,}38 \cdot 10^{10}$ év. Egy évben $3{,}156 \cdot 10^{7}$ másodperc van. Hány másodperc az Univerzum életkora.

(d) A nap hossza évenként $1{,}5 \cdot 10^{-5}$ másodperccel nő. Mennyivel növekszik egymilliárd év alatt?

(e) A Nap tömege $2{,}0 \cdot 10^{30}$ kg, térfogata $1{,}4 \cdot 10^{27}$ m^3. Mennyi az átlagos sűrűsége?

(f) A Föld sugara $6{,}37 \cdot 10^{6}$ m. A Nemzetközi Űrállomás a felszín fölött $3{,}6 \cdot 10^{5}$ m magasságban kering. Mekkora a pályájának a sugara?

(g) A Halley-üstökös ellipszispályán kering a Nap körül. Amikor a Napot legjobban megközelíti, $1{,}2 \cdot 10^{11}$ m távolságra van tőle. Amikor a túlsó oldalon a Naptól legjobban eltávolodik, $5{,}24 \cdot 10^{12}$ m a távolság. Milyen messze van egymástól a napközelpont és a naptávolpont?

Megoldások 1

1.1 (a) $3{,}156 \cdot 10^{6}$ s,
(b) $2{,}99792458 \cdot 10^{8}$ m/s,
(c) $1{,}989 \cdot 10^{30}$ kg,
(d) $5{,}974 \cdot 10^{24}$ kg,
(e) $9{,}4605 \cdot 10^{12}$ km,
(f) $3{,}827 \cdot 10^{26}$ W,
(g) $9{,}1096 \cdot 10^{-31}$ kg,
(h) $1{,}6022 \cdot 10^{-19}$ C,
(i) $1{,}6022 \cdot 10^{-19}$ J,
(j) $6{,}626068 \cdot 10^{-34}$ Js,
(k) $1{,}49597892000 \cdot 10^{11}$ m,
(l) $2{,}60 \cdot 10^{26}$ m,
(m) $5{,}29177 \cdot 10^{-11}$ m.

1.2 (a) $1{,}6 \cdot 10^{22}$,
(b) $1{,}2 \cdot 10^{57}$,
(c) $4{,}36 \cdot 10^{17}$ s,
(d) $1{,}5 \cdot 10^{4}$ s (= 4,2 óra),
(e) $1{,}4 \cdot 10^{3}$ kg/m^{3},
(f) $6{,}73 \cdot 10^{6}$ m,
(g) $5{,}36 \cdot 10^{12}$ m.

2 Vegyes mechanikai feladatok

RAKÉTA

2.1 (a) Egy rakétából másodpercenként 10 kg égéstermék áramlik ki 2,5 km/s sebességgel. Mekkora a rakéta tolóereje?

(b) Mekkora gyorsulása származik a rakétának ebből a tolóerőből, amikor össztömege éppen 1000 kg?

(c) Megmutatható, hogy ha v a kiáramlási sebesség és Δw a rakéta által elért teljes sebességnövekedés, mialatt tömege az M indulótömegről m-re csökkent, akkor

$$\Delta w = 2{,}3 \cdot v \cdot \lg \frac{M}{m}.$$

Mekkora induló tömeggel tudna ez a rakéta 100 kg hasznos tömeget felgyorsítani a második kozmikus sebességre (11,18 km/s)?

Megjegyzés:
Ez az eredmény igen durva közelítés, hiszen nem tartalmazza a rakétára a Föld vonzásából, illetve a légellenállásból eredően ható fékezőerőket. A valóságban szükséges induló tömeg az itt kiszámítottnál nagyobb.

(d) Egy háromfokozatú rakéta egyes fokozatainak induló tömege M_1, M_2, M_3. A fokozatok végső tömege m_1, m_2, m_3. A kiáramlási sebesség mindegyik fokozatnál v. Milyen végsebességet ér el a rakéta (erőmentes térben)?

2.2 Az ionhajtóművekben égéstermékek helyett elektromos tér segítségével keltett és felgyorsított ionok biztosítják a tolóerőt. Kicsiny tolóerejük miatt indításhoz nem, de a már fellőtt űrhajók gyorsításához kiválóan használhatók: elegendően sokáig működtetve csekély mennyiségű pluszteher mellett nagy sebességet tudnak elérni.

Egy ionhajtóműből másodpercenként $1 \cdot 10^{20}$ db proton áramlik ki a 100 kg tömegű űrhajóhoz képest $3 \cdot 10^5$ m/s sebességgel. Mennyi idő alatt növeli a sebességét 10 km/s-mal? (A rakéta tömegváltozásától eltekinthetünk.)

2 Vegyes mechanikai feladatok

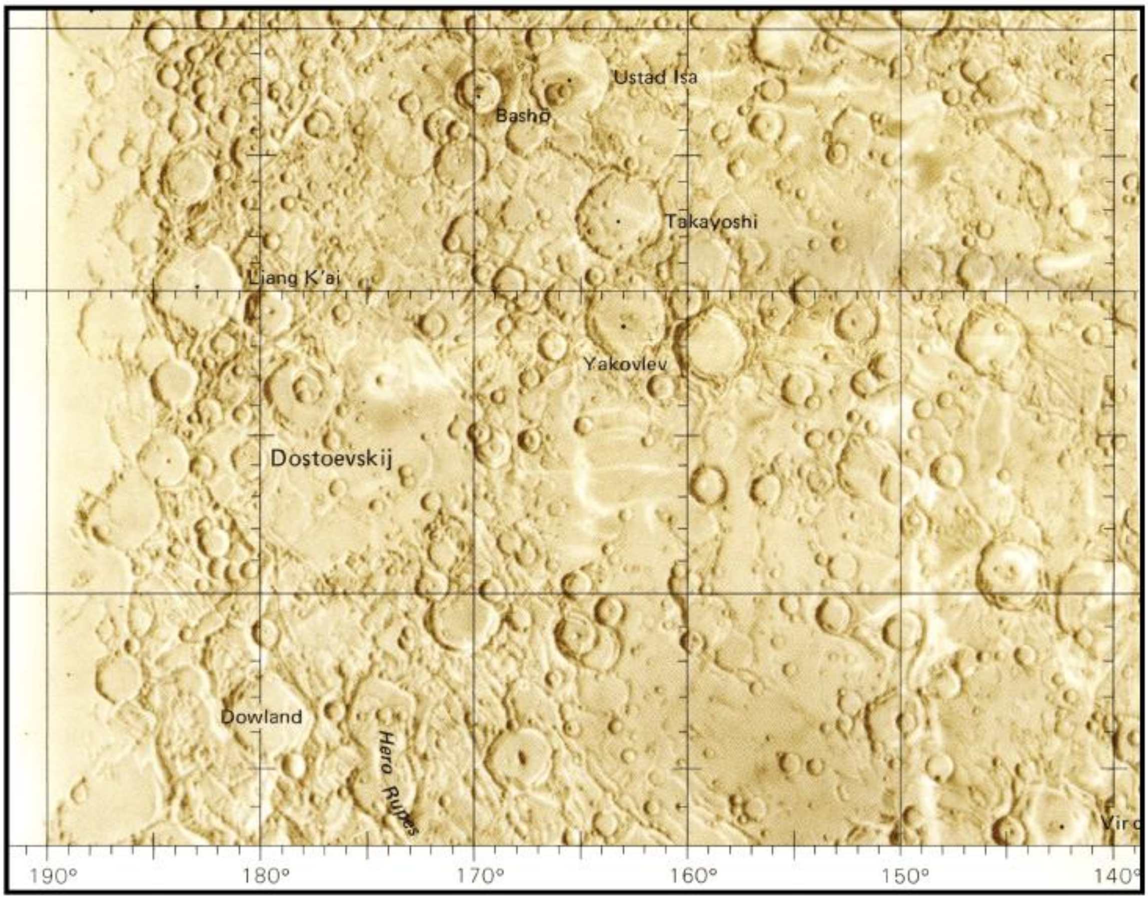
ENERGIA, LENDÜLET, PERDÜLET, ÜTKÖZÉSEK

2.3 (a) Adjunk becslést arra, hogy a Föld légkörébe csapódó meteor mozgási energiájának mekkora hányada szükséges a meteor elpárologtatásához, ha 1 g tömeg elpárologtatásához körülbelül 4000 J energia kell.

(b) Mire fordítódik az energia többi része?

2.4 Egy gömb alakú csillagközi anyagfelhő tömege egy naptömegnyi, de köbcentiméterenként csak 10^{10} db hidrogénatomot tartalmaz. A felhő 1000 év periódusidővel forog a tengelye körül. Mennyi lesz a forgási periódusa, ha Nap méretű csillaggá sűrűsödik össze? (Az egyszerűség végett tekintsük úgy, mintha a felhő és a Nap merev testként forognának.) A Nap tömege $2 \cdot 10^{30}$ kg, sugara $7 \cdot 10^{8}$ m.

2.5 A képen a Merkúr felszínének kis részlete látható. (A kép fekete keretének szélessége 15 cm.)



G. Faure, T.M. Mensing: Introduction to Planetary Science, Springer, 2007.

(a) Számold össze, hogy a táblázatban felsorolt mérettartományokban hány krátert találsz a képen, majd számítsd ki, hány százalékát teszik ki az összes megszámlált kráternek.

Átmérő (mm)	Darabszám	Százalék
0−2		
2−4		

4−6		
6−8		
8−10		
10−12		
12−14		

(b) A kapott százalékokat ábrázold az intervallumok középértékeinek függvényében. Milyen függvénykapcsolatra utal a grafikon jellege?

(c) Megfelelő transzformáció segítségével alakítsd egyenessé a grafikont, és az eredmény alapján konstruálj egy képletet, amely a százalékos előfordulást fejezi ki a milliméterben megadott átmérő függvényeként.

2 Vegyes mechanikai feladatok

BOLYGÓK, BOLYGÓKELETKEZÉS

2.6 A Szaturnusz Rhea nevű holdjának közepes sűrűsége 1330 kg/m^3. Túlnyomórészt 3000 kg/m^3 sűrűségű kőzetből és 919 kg/m^3 sűrűségű vízjégből áll. Térfogatának hány százalékát teszi ki a kőzet?

A következő három feladat három fázisra bontva tárgyalja a bolygókeletkezés folyamatát.

2.7 A bolygók bölcsői csillagközi porfelhők. A bolygókeletkezés folyamatának első fázisában mikron-méretű csillagközi porszemcsék ütköznek és tapadnak össze, centiméteres nagyságrendűvé növekedve. Készítsünk egyszerű modellt a mikroszkopikus por kavicsokká tömörülésére:

(a) Tételezzük fel, hogy a formálódó kődarabka sűrűsége 3 g/cm^3, sugara R, tömege M.
Fejezzük ki az $M(t)$ függvényt az $R(t)$ függvény segítségével.

(b) Fejezzük ki a tömeg $\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t}$ változási gyorsaságát, ha a felületére beeső porszemcsék tömege m, v sebességgel érkeznek, és N db van belőlük egy köbcentiméterben.

(c) Az eredményt írjuk fel R helyett M-mel kifejezve is.

(d) Integrálással határozzuk meg az $M(t)$ függvényt.

(e) Mennyi a kődarab tömege, amikor átmérője eléri az 1 centimétert?

(f) Ha t = 0-kor a kezdődő kődarab tömege a porszemcsékre jellemző $m = 8 \cdot 10^{-12}$ g, a szemcsék sebessége 10 m/s, és a felhő köbcentiméterenként $3{,}0 \cdot 10^{-5}$ szemcsét tartalmaz, mennyi ideig tart, amíg a kődarab eléri az 1 cm-es átmérőt?

Kozmikus porszemcse, mérete kb. 0,1 mm http://spacemath.gsfc.nasa.gov

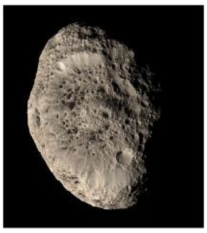
2.8 A bolygókeletkezési folyamat első fázisában a csillagközi porból centiméteres méretű kődarabkák jöttek létre. Ez a fázis több millió évig tart (előző feladat).
A következő fázis során a centiméteres kődarabok kilométeres méretű aszteroidákká állnak össze. Az előző feladat matematikai modellje erre a fázisra is alkalmazható, csak a számadatok mások.
Tegyük fel, hogy sűrűség továbbra is 3 g/cm^3, a növekvő aszteroida gömb alakú, és 5,0 g átlagos tömegű kődarabokat gyűjt magára, a kődarabkák sebessége 1 km/s, és $1{,}0 \cdot 10^{-8}$ kődarab/cm^3 sűrűséggel fordulnak elő.

Ha kiinduláskor az aszteroida egyetlen kődarabka 5,0 g tömegével bír, mennyi idő alatt éri el az 1 km-es nagyságot?

A Gaspra nevű aszteroida. Mérete kb. 15 km. http://spacemath.gsfc.nasa.gov

2.9 A bolygókeletkezés folyamatának harmadik fázisa során az aszteroida-méretű testek bolygókká állnak össze. A Szaturnusznak a képen látható 300 km méretű Hyperion nevű holdja például már ilyen bolygókezdeménynek, tekinthető.
Tegyük fel, hogy a sűrűség továbbra is 3 g/cm^3. A növekvő bolygó gömb alakú, és 10^{15} g átlagos tömegű aszteroidákat gyűjt magára, az aszteroidák sebessége 1 km/s, és $1{,}0 \cdot 10^{-24}$ aszteroida/cm^3 (1 aszteroida per 1000 köbkilométer) sűrűséggel fordulnak elő.

Ha kiinduláskor a bolygó tömege $2 \cdot 10^{15}$ g, mennyi idő alatt éri el az 5000 km-es nagyságot?



http://spacemath.gsfc.nasa.gov

FELELETVÁLASZTÁSOS KÉRDÉSEK

A Naprendszer bolygóinak ismerete

1. Az alábbi égitestek közül melyik **nem** bolygó?
A. Föld
B. Neptunusz
C. Az Esthajnalcsillag
D. Pluto

2. Melyik a Naprendszer legkisebb bolygója?
A. Mars
B. Vénusz
C. Jupiter
D. Merkúr

3. Melyik a Naprendszer legnagyobb bolygója?
A. Mars
B. Vénusz
C. Jupiter
D. Merkúr

4. Melyik bolygó van az alábbiak közül legmesszebb a Naptól?
A. Mars
B. Vénusz
C. Jupiter
D. Merkúr

5. Melyik bolygó van az alábbiak közül a Naptól a legtávolabb?
A. Uránusz
B. Szaturnusz
C. Neptunusz

6. Melyik bolygóhoz ér körülbelül 12 perc alatt a Napból a fény?

A. Vénusz
B. Mars
C. Neptunusz

7. Melyik bolygók között van a kisbolygóövezet?
A. Föld-Mars
B. Mars-Jupiter
C. Jupiter-Szaturnusz
D. Uránusz-Neptunusz

8. Az alábbiak közül melyik bolygónak van holdja?
A. A Jupiternek.
B. A Merkúrnak.
C. Egyiknek sem.

9. Melyik bolygó körül *nem* kering hold?
A. Mars
B. Vénusz
C. Jupiter
D. Neptunusz

10. Melyik tulajdonságban térnek el lényegesen a belső bolygók a külső bolygóktól?
A. tömeg
B. sugár
C. összetétel
D. a fentiek mindegyike

11. Melyik bolygó felszínén lehet a Naprendszer legmagasabb hegye?
A. Mars
B. Jupiter
C. Szaturnusz
D. Uránusz

12. A Naprendszer milyen tagjára jellemzőek a következők: több égitest kering körülötte; legfőbb alkotórésze a hidrogén; forog a saját tengelye körül; nincs szilárd felszíne; gyűrűrendszer veszi körül.
A. Egy Föld-típusú bolygó.
B. A Nap.
C. Egy Jupiter-típusú bolygó.
D. Egy üstökös.

13. A Merkúron vagy a Vénuszon van több meteorbecsapódási kráter?
A. A Merkúron.
B. A Vénuszon
C. Közel egyenlő az egységnyi felületre eső kráterek száma.

14. Miért van a Hold egységnyi felszínén több meteorit ütötte kráter, mint a Föld egységnyi felszínén?
A. Mert a Földön erősebb a vulkáni tevékenység, ami eltünteti a becsapódásokat...
B. Mert a Holdnak nincs légköre, amely megvédené a becsapódásoktól.
C. Mert a Föld mágneses tere erősebb, ami megvédi a becsapódásoktól.

15. Megfigyelheti-e egy Holdon álló űrhajós a délibáb jelenségét?
A. Nem, mert a Hold felszínét sosem süti elég erősen a Nap.
B. Nem, mert a Holdnak nincs légköre.
C. Igen, megfelelő napsugárzás esetén ott is megfigyelhető a jelenség.
D. Igen, de csak délben figyelhető meg.

16. A Marson jelenlevő vulkánok, amelyeknek egyike az Olympus Mons, rendszeresen bocsájtottak ki gázokat a Mars légkörébe. Miért nincs mégis jelentős légköre a Marsnak?
A. A napszél elfújta.
B. A sarki jégsapkákba fagyott bele.
C. A Mars gravitációja gyenge, a légkör nagy része elillant.
D. Eső formájában a felszínre hullott és a repedésekbe szivárgott, elnyelődött.

17. A Marsra nemrégiben leszállt űrszondák ejtőernyő segítségével fékezték zuhanásukat. A Holdra szálló űrhajók miért nem használtak ejtőernyőt?
A Mert a Holdon jóval kisebb a gravitáció, így ott nem gyorsulnak fel annyira az űrhajók.
B. Mert a Holdnak nincsen légköre, így ott az ejtőernyő hatástalan.
C. A Hold felszínét vastag porréteg fedi és ez fékezi a talajra érkezést.

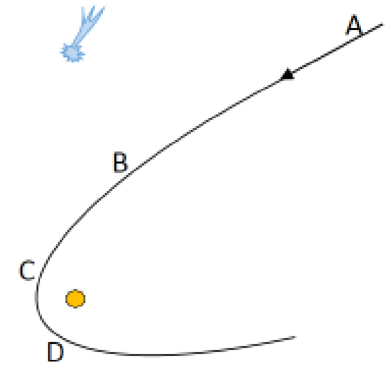
18. Ismeretes, hogy az űrből a Föld légkörébe belépő űrhajók erősen felmelegszenek, bizonyos részeik vörös izzásig felhevülnek. Vajon miért?
A. Mert a Föld légkörének felső, Naphoz legközelebbi rétegei nagyon forróak.
B. Mert a leszálláshoz használt fékezőrakéták tüze felmelegíti őket.
C. Mert a nagy sebesség miatt a levegő súrlódása felhevíti a tárgyakat.

19. A hullócsillag
A. olyan csillag, amely leesik a Földre.
B. az égbolton keresztülhaladó üstökös.
C. a légkörben felizzó meteor.
D. a B. és C. válaszok közül bármelyik: az üstökös és a meteor ugyanaz.

20. Melyik égitest körül keringenek az üstökösök?
A. Hold
B. Föld
C. Nap
D. a Tejútrendszer középpontja

21. Az üstökös csóvája mindig
A. az üstökös nyomában halad a pályáján.
B. az üstökös előtt halad a pályáján.
C. közelebb van a Naphoz, mint az üstökös magja.
D. távolabb van a Naptól, mint az üstökös magja.

22. Az ábrán egy üstökös pályájának részlete látható. Melyik helyzetben van az üstökös, amikor csóvája a megadott irányban áll?



23. Körülbelül mikor keletkezett a Föld?

A. 460 ezer éve
B. 4,6 millió éve
C. 46 millió éve
D.4,6 milliárd éve

24. Az, hogy egy távoli bolygó az ember számára lakható-e, többek között attól is függ, hogy van-e mágneses tere. Miért?

A. Mert ha nincs mágneses tere, nem működik rajta az iránytű, így lehetetlen navigálni.
B. Mert ha nincs mágneses tere, akkor nem is foroghat a tengelye körül, s ezért óriási hőmérsékletkülönbségek alakulnak ki a bolygón.
C. Mert a mágneses tér eltéríti az űrből érkező elektromos részecskéket, s így megvédi a bolygót azok emberi szervezetet károsító hatásától.

Megoldás 2

2.1 (a) $F = v \cdot \dfrac{-\Delta m}{\Delta t} = 2500 \cdot 10 = 25\text{kN}$

(b) $a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{25000}{1000} = 25\text{m}/\text{s}^2$

(c) $v_2 = 2{,}3 \cdot v \cdot \lg \dfrac{M}{m}$

$$\lg \frac{M}{m} = \frac{v_2}{2{,}3v}$$

$$M = m \cdot 10^{\frac{v_2}{2{,}3v}} = 100 \cdot 10^{11180/2{,}3\cdot 2500}$$

$$M = 8800 \text{ kg}$$

(d) Az első fokozat működésének végéig elért sebességnövekedés

$$\Delta w_1 = 2{,}3 \cdot v \cdot \lg \frac{M_1 + M_2 + M_3}{m_1 + M_2 + M_3}.$$

Hasonlóan, a másik két fokozat esetében

$$\Delta w_2 = 2{,}3 \cdot v \cdot \lg \frac{M_2 + M_3}{m_2 + M_3},$$

$$\Delta w_3 = 2{,}3 \cdot v \cdot \lg \frac{M_3}{m_3}$$

A teljes sebességnövekedés ezek összege:

$$\Delta w = 2{,}3 \cdot v \cdot \lg\left(\frac{M_1 + M_2 + M_3}{m_1 + M_2 + M_3} \cdot \frac{M_2 + M_3}{m_2 + M_3} \cdot \frac{M_3}{m_3} \right)$$

2.2 A tolóerő v kiáramlási sebesség esetén

$$F = v \cdot \frac{-\Delta m}{\Delta t} =$$

$$= 3 \cdot 10^5 \cdot \frac{1 \cdot 10^{20} \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}}{1} = 0{,}05\text{N}$$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{0{,}05}{100} = 5 \cdot 10^{-4}\,\text{m}/\text{s}^2$$

Ha a tömeg változásától eltekintünk és állandó gyorsulással számolunk,

$$\Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{10000}{5 \cdot 10^{-4}} = 2 \cdot 10^7\,\text{s} = 230\,\text{nap}$$

(230 nap alatt a kiáramló hidrogén tömege körülbelül 14 g, a 100 kg-hoz képest valóban elhanyagolható.)

2.3 (a) A Föld 30 km/s sebességgel halad a pályáján. Tételezzük fel, hogy ennyi a meteor sebessége a légkörhöz képest. Ekkor 1 g tömeg mozgási energiája

$$E = \frac{1}{2} \cdot 0{,}001 \cdot 30000^2 = 450000\text{J}$$

Ennek kb 1%-a elég az elpárologtatáshoz.

(b) Mozgások indítására a légkörben, fénykeltésre, a légkör gázainak gerjesztésére.

2.4 A Nap sűrűsége

$$\frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{2 \cdot 10^{30} \cdot 3}{4\pi \cdot (7 \cdot 10^8)^3} = 1{,}4\text{g}/\text{cm}^3.$$

A felhő sűrűsége

$$\frac{10^{10} \cdot 1}{6 \cdot 10^{23}} = 1{,}7 \cdot 10^{-14}\,\text{g}/\text{cm}^3$$

Az R sugarú, M tömegű gömb tehetetlenségi nyomatéka

$$\Theta = \frac{2}{5} M R^2.$$

A felhő perdülete megmarad:

$$\Theta_1 \cdot \omega_1 = \Theta_2 \cdot \omega_2$$

$$\frac{\frac{2}{5} M R_1^2}{T_1} = \frac{\frac{2}{5} M R_2^2}{T_2}$$

$$\frac{R_1^2}{T_1} = \frac{R_2^2}{T_2}$$

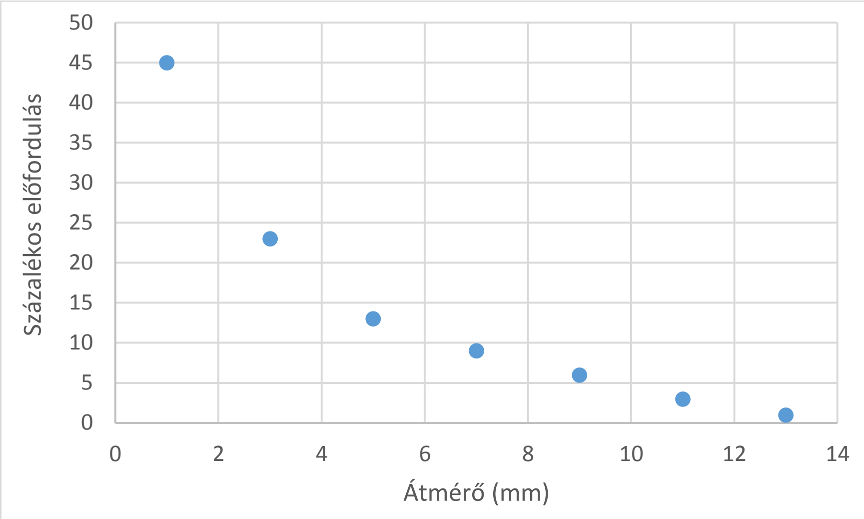
$$T_2 = T_1 \cdot \frac{R_2^2}{R_1^2} = T_1 \cdot \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \right)^{2/3} =$$

$$= 1000 \cdot (1{,}2 \cdot 10^{-14})^{2/3} = 5{,}2 \cdot 10^{-7}\,\text{év} = 17\text{s}$$

Megjegyzés:
A csillaggá alakulás során a felhőnek meg kell szabadulnia a perdületének egy részétől.

2.5 (a) A táblázat egy lehetséges eredményt mutat. A megállapított eredmények ettől eltérhetnek.

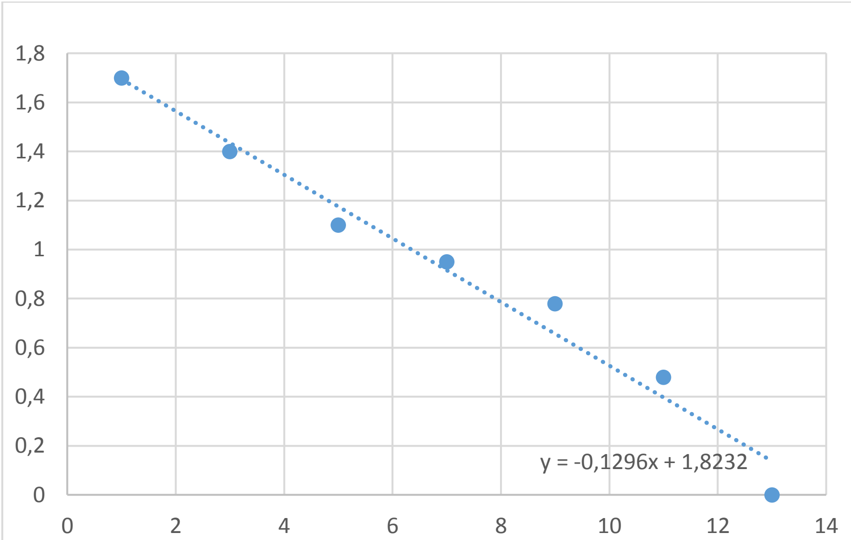
Átmérő (mm)	**Darab-szám**	**Százalék**
0–2	85	45
2–4	43	23
4–6	25	13
6–8	17	9
8–10	12	6
10–12	6	3
12–14	1	1



A kráterek száma a mérettel exponenciálisan csökkenni látszik.

(c) Ha valóban exponenciális az összefüggés, érdemes az előfordulás logaritmusát ábrázolni a méret függvényében.

Átmérő (mm)	**lg(százalék)**
1	1,7
3	1,4
5	1,1
7	0,95
9	0,78
11	0,48
13	0



Az egyenes egyenlete:

$$\lg(\text{százalék}) = -0{,}1296 \cdot D + 1{,}8232$$

A százalékos előfordulás tehát körülbelül $67 \cdot 0{,}74^D$, ahol D a milliméterben kifejezett átmérő.
(Ez alapján a táblázat eredményei 45, 27, 15, 8, 4 és 2 lennének.)

2.6 A teljes tömeg

$$1330 \cdot V = 3000 \cdot xV + 919 \cdot (1-x)V$$
$$1330 = 3000 \cdot x + 919 \cdot (1-x)$$
$$411 = 2081 \cdot x$$
$$x = 19{,}7\%$$

2.7 (a) $M(T) = \frac{4}{3}\pi\rho \cdot R^3(t)$

(b) Időegység alatt egységnyi felületen Nv db porszem, azaz Nvm tömeg halad át. A gömb keresztmetszete $4\pi R^2$ területű, ezért

$$\frac{dM}{dt} = 4\pi R^2 \cdot Nvm \text{, ahol } R = \left(\frac{3M}{4\pi\rho}\right)^{1/3}$$

(c) $$\frac{dM}{dt} = 4\pi\left(\frac{3M}{4\pi\rho}\right)^{2/3} \cdot Nvm = $$
$$= 4\pi Nvm\left(\frac{3}{4\pi\rho}\right)^{2/3} \cdot M^{2/3}$$

(d) $$M^{-2/3} \cdot dM = 4\pi Nvm\left(\frac{3}{4\pi\rho}\right)^{2/3} \cdot dt$$

$$3\cdot M^{1/3}=4\pi Nvm\left(\frac{3}{4\pi\rho}\right)^{2/3}\cdot t+C$$

$$M(t)=\left(\frac{4}{3}\pi Nvm\left(\frac{3}{4\pi\rho}\right)^{2/3}\cdot t+C\right)^{3}$$

(e) R = 0,5 cm.

$$M=\frac{4}{3}\pi\cdot 3\cdot 0{,}5^{3}=1{,}6\,\mathrm{g}$$

(f) A kezdeti feltételt behelyettesítve az integrációs állandó meghatározható:

$m=C^{3}$, vagyis $C=m^{1/3}$

$$3\cdot M^{1/3}=4\pi Nvm\left(\frac{3}{4\pi\rho}\right)^{2/3}\cdot t+m^{1/3}$$

$$4\pi Nvm\left(\frac{3}{4\pi\rho}\right)^{2/3}\cdot t=3\cdot M^{1/3}-m^{1/3}$$

A számértékeket behelyettesítve:

$$3\cdot M^{1/3}-m^{1/3}=3\cdot 1{,}6^{1/3}-2\cdot 10^{-4}=3{,}5$$

$$4\pi Nvm\left(\frac{3}{4\pi\rho}\right)^{2/3}=$$

$$=4\pi\cdot 3{,}0\cdot 10^{-5}\cdot 10\cdot 8\cdot 10^{-12}\left(\frac{3}{4\pi\cdot 3}\right)^{2/3}$$

$$=5{,}6\cdot 10^{-15}$$

$$t=\frac{3{,}5}{5{,}6\cdot 10^{-15}}=6{,}3\cdot 10^{14}\,\mathrm{s}\approx 20\,\text{millió év}$$

2.8 $M=\frac{4}{3}\pi\cdot 3\cdot 50000^{3}=1{,}6\cdot 10^{15}\,\mathrm{g}$

$$3\cdot M^{1/3}-m^{1/3}=$$

$$=3\cdot(1{,}6\cdot 10^{15})^{1/3}-5^{1/3}=3{,}5\cdot 10^{5}$$

$$4\pi Nvm\left(\frac{3}{4\pi\rho}\right)^{2/3}=$$

$$=4\pi\cdot 1{,}0\cdot 10^{-8}\cdot 100000\cdot 5\cdot\left(\frac{3}{4\pi\cdot 3}\right)^{2/3}$$

$$=41{,}2\cdot 10^{-2}$$

$$t=\frac{3{,}5\cdot 10^{5}}{1{,}2\cdot 10^{-2}}=2{,}9\cdot 10^{7}\,\mathrm{s}\approx 340\,\text{nap}$$

2.9 $M=\frac{4}{3}\pi\cdot 3\cdot(2{,}5\cdot 10^{8})^{3}=2{,}0\cdot 10^{26}\,\mathrm{g}$

$$3\cdot M^{1/3}-m^{1/3}=$$

$$=3\cdot(2{,}0\cdot 10^{26})^{1/3}-10^{5}=1{,}7\cdot 10^{9}$$

$$4\pi Nvm\left(\frac{3}{4\pi\rho}\right)^{2/3}=$$

$$=4\pi\cdot 1{,}0\cdot 10^{-24}\cdot 10^{5}\cdot 2\cdot 10^{15}\cdot\left(\frac{3}{4\pi\cdot 3}\right)^{2/3}$$

$$=4{,}6\cdot 10^{-4}$$

$$t=\frac{1{,}7\cdot 10^{9}}{4{,}6\cdot 10^{-4}}=3{,}7\cdot 10^{12}\,\mathrm{s}\approx 120\,000\,\text{év}$$

FELELETVÁLASZTÁSOS KÉRDÉSEK

1. D. Pluto

2. D. Merkúr

3. C. Jupiter

4. C. Jupiter

5. C. A Neptunusz.

6. B. A Marshoz.

7. B. Mars-Jupiter

8. A. A Jupiternek.

9. B. Vénusz

10. D. a fentiek mindegyike

11. A. Mars

12. C. Egy Jupiter-típusú bolygó.

13. A. A Merkúron.

14. B. Mert a Holdnak nincs légköre, amely megvédené a becsapódásoktól.

15. B. Nem, mert a Holdnak nincs légköre.

16. C. A Mars gravitációja gyenge, a légkör nagy része elillant.

17. B. Mert a Holdnak nincsen légköre, így ott az ejtőernyő hatástalan.

18. C. Mert a nagy sebesség miatt a levegő súrlódása felhevíti a tárgyakat.

19. C. a légkörben felizzó meteor.

20. C. Nap

21. D. távolabb van a Naptól, mint az üstökös magja.

22. B.

23. D.4,6 milliárd éve

24. C. Mert a mágneses tér eltéríti az űrből érkező elektromos részecskéket, s így megvédi a bolygót azok emberi szervezetet károsító hatásától.

3 Csillagászati távolságok
TÁVOLSÁGOK ÉS SEBESSÉGEK, LÉPTÉK

3.1 (a) Hány méter egy fényév?
(b) Hány csillagászati egység egy fényév?
(c) Mennyi a fény sebessége *csillagászati egység per év* egységekben?
(d) Mennyi a fény sebessége *fényév per év* egységekben?

3.2 Mennyi idő alatt ér a fény a Napból a Földre?

3.3 1946-ban Bay Zoltánnak és kutatótársainak sikerült a Földről a Holdra irányított radarimpulzusok visszaverődését detektálni. Ha a kísérlet idején a Hold 373 000 km távolságra volt, hány másodperccel a kibocsátás után érkezett a radarvisszhang?

3.4 A Nap átmérője $1{,}4 \cdot 10^9$ méter. Kicsinyítsük le a Napot képzeletben pingponglabda-méretűre (kb. 4 cm).
(a) Milyen távol kering ezen a kicsinyített méretskálán a Föld, és mekkora?

(b) Mekkora a Jupiter?

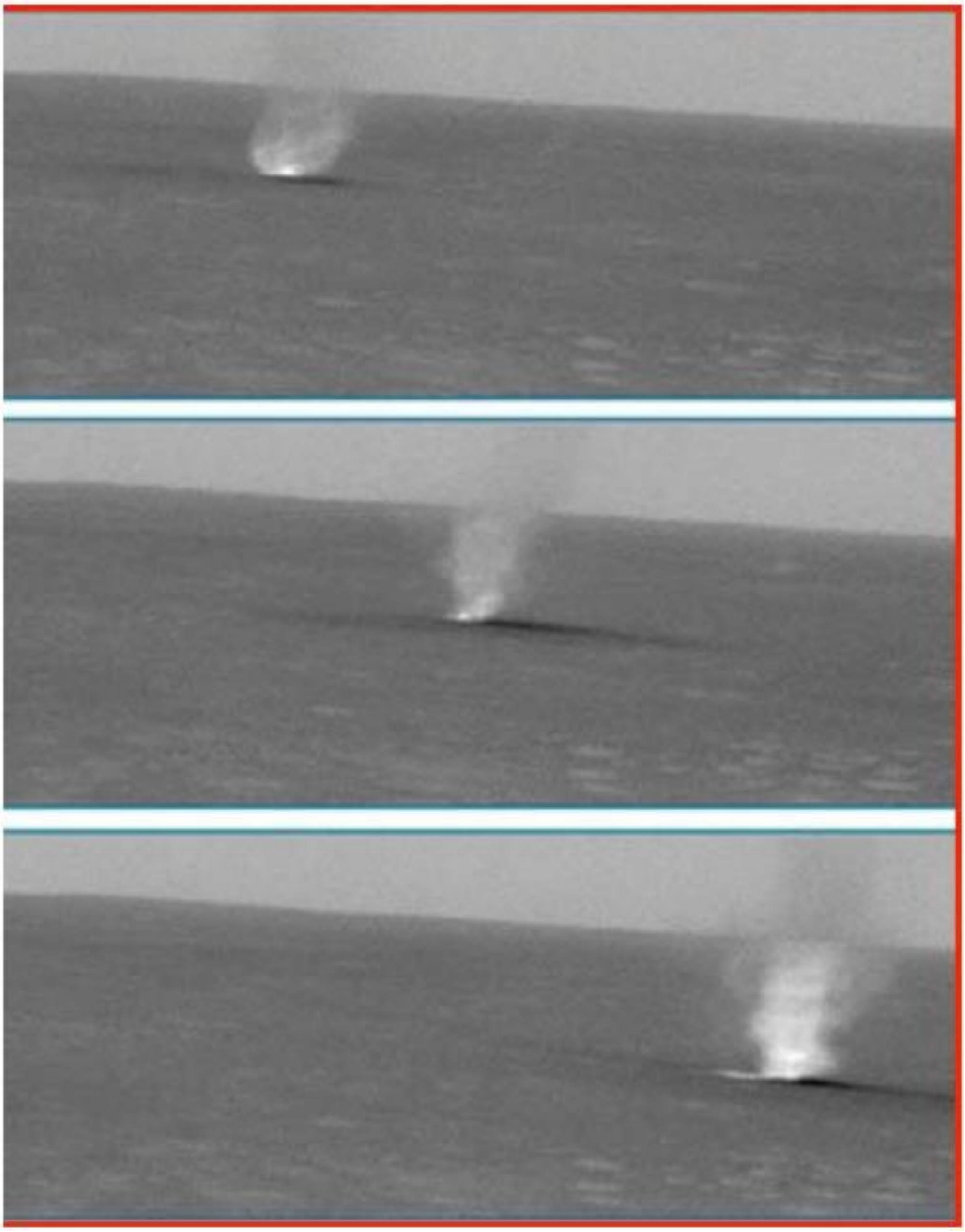
(c) Mekkora távolság felel meg a Neptunusz pályasugarának?

(d) A Hyakutake üstökös 1997-ben járt utoljára napközelben. Kb. 35 000 év múlva jut naptávolba, kb. $5{,}1 \cdot 10^{14}$ méterre a Naptól.

(e) A Naprendszer tényleges határának a kb. 40–50 000 CSE távolságra levő Oort-féle felhő tekinthető. Mekkora távolság ez a kicsinyített modellben?

(f) A következő legközelebbi csillag, az α Centauri. (Szoros kettősrendszer, körülötte pedig egy harmadik csillag kering tágabb pályán, amely így pályája felén a főcsillagoknál is közelebb kerül hozzánk, innen kapta a Proxima Centauri nevet.) Az α Centauri rendszer 4,3 fényév távolságra van. Milyen messze lesz ezen a kicsinyített méretskálán ?

3.5 Az alábbi sorozatfelvételt a NASA Spirit nevű marsjárója készítette 2005-ben egy örvénylő porfelhőről. A három felvétel időpontja a marsjáró órája szerint 11:48:00, 11:49:00, és 11:49:40. A sorozat kezdetekor a porörvény körülbelül 1,0 km-re volt a marsjárótól. Az örvény távolságában a kép léptéke 7,4 méter/milliméter. Becsüljük meg, milyen gyorsan haladt. (*A kép szélessége kb. 13 cm.*)



http://spacemath.gsfc.nasa.gov

3 Csillagászati távolságok
LÁTÓSZÖG ÉS TÁVOLSÁG

3.6 A telihold tányérja és a napkorong kb. ugyanakkorának látszik az égen. Hány fokban látjuk őket. Adjunk durva becslést erre a szögre, ha tudjuk, hogy kinyújtott karunk távolságában a kisujjunk vastagsága kb. 1 fok. (Vigyázat, a Napba nézni veszélyes!)

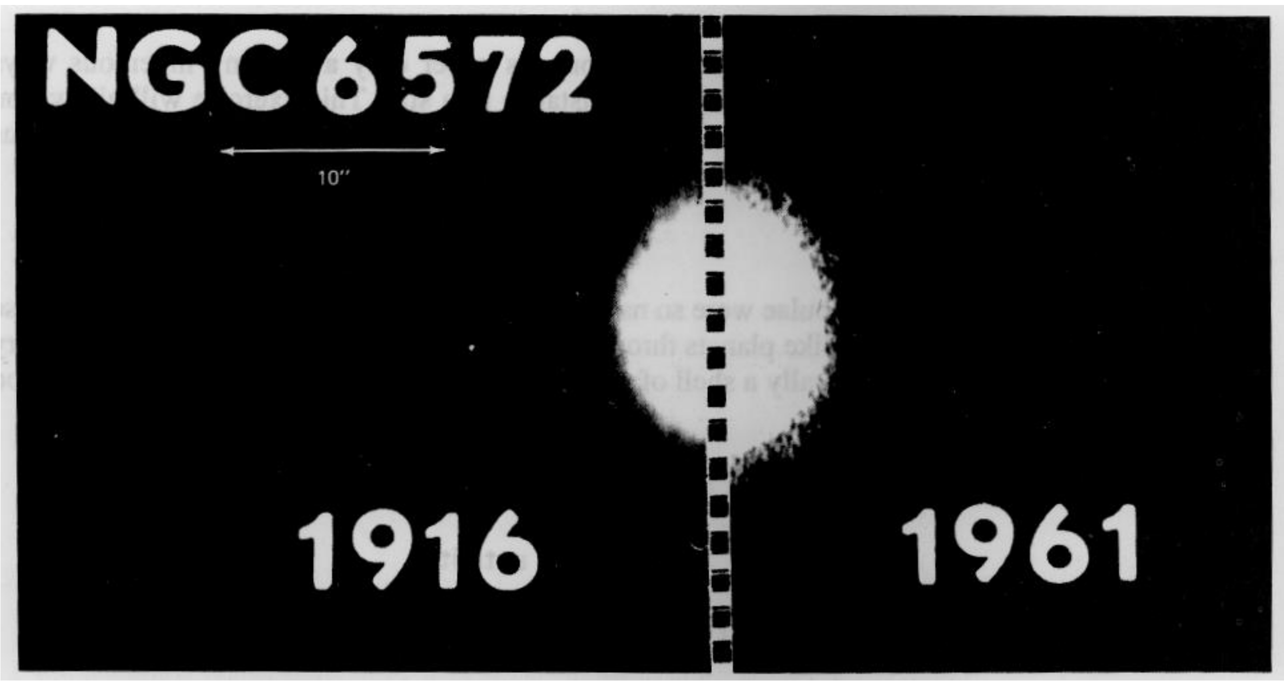
3.7 Az átlagos Föld–Hold távolság 384 ezer kilométer. A Hold tányérja a Földről fél fokos szögben látszik.
(a) A szemünktől milyen távolságra kell elhelyezni egy ötforintost, hogy éppen ki lehessen takarni vele a Holdat?

(b) Mekkora a Hold átmérője?

3.8 (a) Tegyük fel, hogy távcsövünk felbontóképessége akkora, hogy az egymástól 1 szögmásodperc távolságra levő tárgyakat még éppen meg tudjuk különböztetni. Mekkora átmérőjű az a legkisebb holdkráter, amelyet még észlelhetünk ezzel a távcsővel?

(b) A Hubble űrtávcső felbontóképessége 0,02 szögmásodperc. Lehet-e vele részleteket látni a Szaturnusz holdjain?

3.9 Az emberi élet időskálájához képest az égen (a Naprendszeren kívül) zajló változások általában igen lassúak, de sokszor mégis megfigyelhetők. A két azonos léptékű fénykép (a fehér nyíl mutatja, hogy mennyi 10”) ugyanazt az NGC 6572 jelű planetáris ködöt ábrázolja két megfigyelési időpontban. (A planetáris köd olyan gázfelhő, amelyet sok csillag ledob magáról fejlődésének egy bizonyos szakaszában. Nincs köze bolygókhoz, az elnevezés onnan ered, hogy régmúlt idők csillagászai a világító korongokat bolygóknak hitték.)
A planetáris köd spektrumának Doppler-eltolódása arra engedett következtetni, hogy a felhő felénk eső széle 17 km/s sebességgel közeledik.
A fényképeken végzett mérés segítségével határozd meg az NGC 6572 planetáris köd távolságát.



3.10 Egy 1,5 naptömegnyi csillag körül 4 CSE sugarú körpályán kering egy 5 földtömegnyi bolygó. Mekkora szögkitéréseket okoz a bolygó jelenléte a csillag égi pozíciójában, ha a rendszer 15 fényévre van tőlünk?

3.11 Teljes napfogyatkozás azért következhet be, mert a Holdat körülbelül ugyanakkora szög alatt látjuk, mint a Napot. Ismert, hogy a Hold folyamatosan távolodik a Földtől, ezért előbb-utóbb túl kicsinek fog látszani ahhoz, hogy eltakarhassa a Napot.
(a) Amikor a Hold a legközelebb van a Földhöz (perigeum), távolsága 356 400 km. Ekkor a Földről 0,559° szög alatt látszik. A Föld a legnagyobb távolsága a Naptól 152 millió km, ekkor a Nap 0,525° szög alatt látszik. Mennyivel kell távolodnia a Holdnak, hogy ezzel megegyező legyen a szögátmérője?

(b) A Hold távolodása kb. évi 3 cm. A távolodást egyenletesnek tekintve körülbelül mikor lesz a Földön az utolsó teljes napfogyatkozás?

3.12 A Mars sugara 3400 km. Két holdja közül a Phobos a nagyobb és a közelebbi is. Pályasugara 9400 km. Nem gömb alakú, mérete kb. 19 × 21 × 27 km, Tekintsük 20 km átmérőjűnek. Lehet-e a Marson napfogyatkozás?

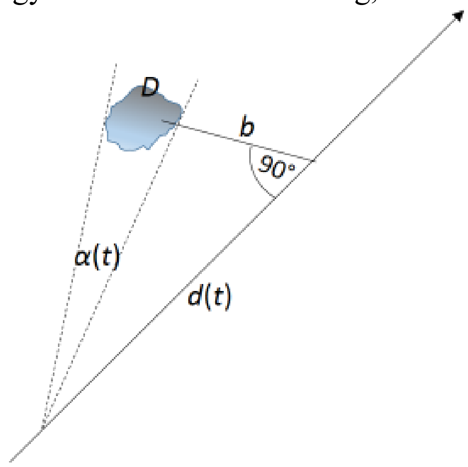
3.13 2005. július 4-én a Deep Impact űrszonda az ábrán látható pályán v = 10 km/s sebességgel elrepült a Tempel 1 üstökös mellett. Közben az üstököstől való legkisebb távolsága b = 500 km volt.
Az üstökös átmérője D = 8 km, a Deep Impact-tól való távolsága $d(t)$.
(a) Fejezzük ki a $d(t)$ távolsággal, hogy hány szögperces $\alpha(t)$ szögben látta a Deep Impact az üstököst.

(b) Írjuk fel a $d(t)$ függvényt, ha t = 0-kor minimális a távolság. Helyettesítsük be a fenti eredménybe.

(c) Írjuk fel a látószög időbeli változási gyorsaságát.

(d) Mekkora volt a látószög a legkisebb távolság pillanatában?

(e) Milyen gyorsan változott a látószög, amikor a maximális látószög felével volt egyenlő?



3 Csillagászati távolságok

PARALLAXIS

3.14 Mekkora távolság 1 parszek méterben, illetve fényévben kifejezve?

3.15 (a) Egy csillag parallaxisa 0,2 szögmásodperc. Hány parszek a távolsága?

(b) Egy csillag 4 parszek távolságra van tőlünk. Mennyi a parallaxisa?

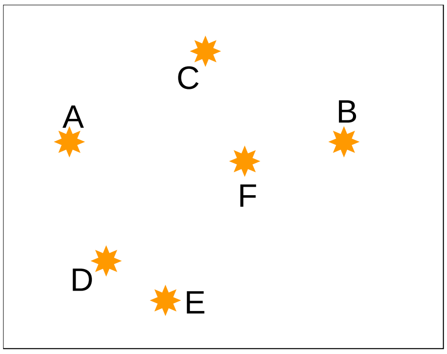
(c) Egy csillag távolsága 50 parszek. Hány fényévnyire van a Földtől?

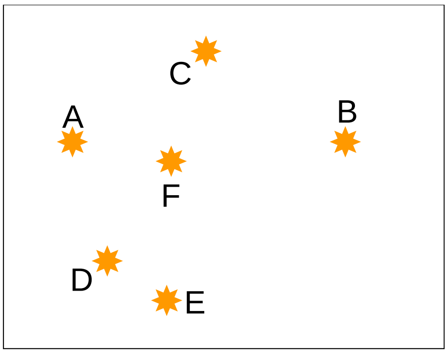
3.16 Hány fényévre vannak a következő csillagok:
(a) Az Oroszlán csillagképben (az α-tól délkeletre, az ekliptikán) található Wolf 359 nevű csillag (szabad szemmel nem látható), amelynek parallaxisa 0,419 szögmásodperc;

(b) A Déli Hal csillagkép legfényesebb csillaga, a Fomalhaut (α Piscis Austrini), melynek parallaxisa 0,148 szögmásodperc?

3.17 Az alábbi két ábra az égbolt azonos területének megfigyelését rögzíti januárban, illetve júliusban.
(a) Melyik csillag van hozzánk a legközelebb?

(b) Ha az A és B csillagok egymástól való szögtávolsága 0,4 szögmásodperc, milyen távolságra lehet az F csillag a Földtől?





3.18 A Napot nem számítva, a hozzánk legközelebbi csillag az α Centauri. Magyarországon sosem emelkedik a látóhatár fölé (deklinációja –62,5°). Távolsága 1,31 parszek. Mekkora a parallaxisa?

3.19 A Magyarországról is megfigyelhető legközelebbi csillag, a Barnard-csillag (a Kígyótartó csillagképben, a γ-tól kissé délkeletre, szabad szemmel nem látható) távolsága 5,94 fényév. A parallaxis következtében mekkora szögű elmozdulást észlelhet a földi megfigyelő a távoli csillagokhoz képest?

3.20 Egy csillagász meghatározta egy csillag pozícióját május 5-én és november 5-én is. A két pozíció között $7{,}44 \cdot 10^{-6}$ radián eltérést kapott. A csillag sajátmozgását nullának feltételezve milyen távol lehet tőlünk a csillag? Melyik csillag lehet ez?

3.21 Az alábbi táblázat néhány csillag mért parallaxisát és az ebből megállapított távolságot mutatja a becsült pontatlansággal együtt.

(a) Milyen összefüggést figyelhetünk meg a távolság és a pontatlanság között?

(b) Miért érdemes igen nagy pontatlanság esetén is alkalmazni a parallaxismérést távolságmeghatározásra?

Csillag	Parallaxisszög (szögmásodperc)	Távolság (parszek)	Távolság (fényév)	Hibahatárok (fényév)
Ain (ε Tauri)	0,021	48	155	149–161
Bellatrix (γOrionis)	0,013	75	243	226–262
Spica (α Virginis)	0,012	80	262	245–282
Betelgeuse (α Orionis)	0,009	113	368	352–544
Polaris (α Ursae Minoris)	0,008	132	431	405–460
Antares (α Scorpii)	0,007	144	469	460–876
Rigel (β Orionis)	0,004	237	773	648–956
Deneb (α Cygni)	0,002	660	2150	2063–7409

http://haydenplanetarium.org

3.22 (a) Ha a parallaxismérésünk határa 0,005’’, mekkora távolságokig használható a parallaxismódszer? A Tejútrendszer átmérője kb. 100 000 fényév. A Tejútrendszer átmérőjének hányad részéig mérhetünk így távolságokat?

(b) A legkisebb mérhető parallaxis 0,001’’ nagyságrendű, ami 1000 pc távolságnak felel meg. A parallaxis-módszerrel való elfogadható pontosságú távolságmérés határa ennél kevesebb: néhány 100 pc. Ha a Betelgeuse (α Orionis) parallaxisát 0.0077”-nek mértük, és a szögmérés pontatlansága ±0,0010”, milyen tartományban lehet a távolsága?

(c) A Föld körül keringő Hipparcos műhold segítségével valamelyest nagyobb távolságok mérhetők parallaxis-módszerrel, mint a földfelszínről. Miért?

3.23 A marslakók csillagászai számára ugyanaz a csillagászati egység és a parszek definíciója, mint nálunk, de ők a Mars pályáját veszik alapul.

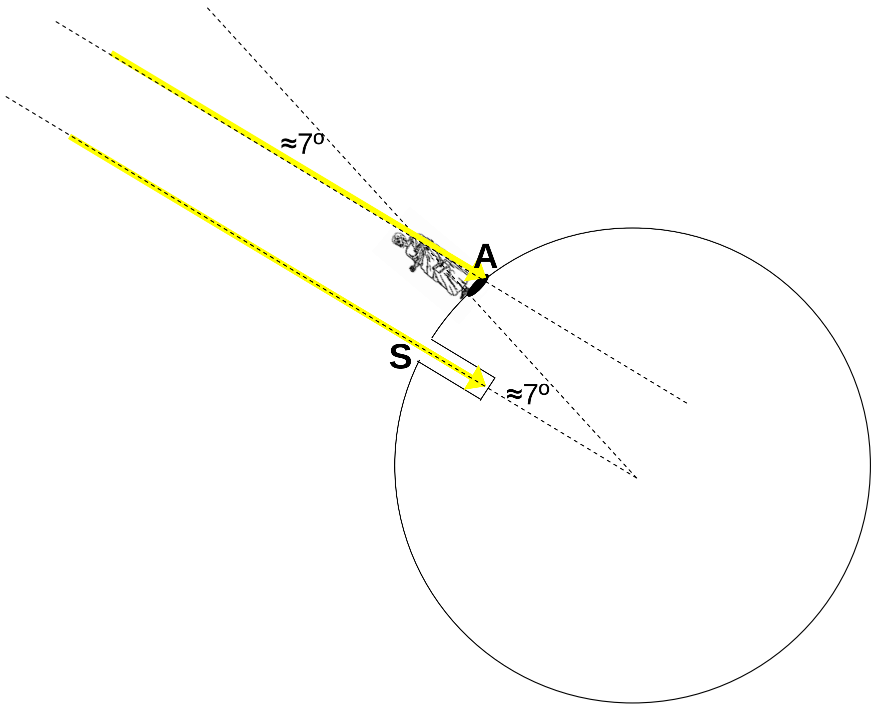
(a) Egy Mars-parszek hány földi csillagászati egységgel egyenlő?

(b) Ha a marslakók technikai fejlettsége a miénkkel azonos, kik tudják nagyobb távolságokig alkalmazni a parallaxis-módszert a marslakók vagy mi? Hányszor akkora távolságokig?

3 Csillagászati távolságok
A FÖLD SUGARA

3.24 (a) Eratoszthenész görög csillagász (Kr. e. 200 körül) meghatározta a Föld sugarát: Tudomására jutott, hogy Szüéné városában (a mai Asszuán) a nyári napforduló idején mély, függőleges kutak fenekéig bevilágít a Nap. Lakóhelyén, a Földközi-tenger partján, Szüénétől északra fekvő Alexandriában a Nap sosem emelkedett a zenitig.

Alexandriában nyári napfordulókor megmérte a napsugarak függőlegessel bezárt szögét, és úgy találta, hogy a teljes szög ötvenedrészével egyenlő. A két város távolságát 5000 stadionnak ismerte. (Feltehetően a tevekaravánok számára szükséges időből következtetett.) Eratoszthenész adatai alapján hány stadion a Föld sugara?



(b) Nem tudjuk pontosan, mekkora egység volt az Eratoszthenész adataiban szereplő stadion, hiszen 157 m és 211 m között többféle stadion volt használatban. Kilométerben kifejezve mennyi lehet a mért távolság?

(c) Eratoszthenész mérése a Föld gömb alakján kívül milyen feltételezésre épül?

3.25 Keress lakóhelyed térképén egy viszonylag hosszú, észak-dél irányú utcát. Lépd le a távolságot, és közben GPS vagy mobiltelefon-alkalmazás segítségével határozd meg a két végének földrajzi szélességét. Egy ismert távolság segítségével határozd meg a lépéseid hosszát. Az eredmény alapján becsüld meg a Föld sugarát.

3.26 A Föld sugarára durva becslést ad egy stopperóra segítségével a következő módszer: Nagy, nyílt, sík területen hasalj le a földre napnyugta előtt, és indítsd el a stopperórát abban az időpontban, amikor a napkorong eltűnik a látóhatár mögött. Gyorsan állj fel, és állítsd meg az órát, amikor (pár másodperc múlva) újra látod eltűnni a napkorongot.
Hogyan kaphatjuk ebből a Föld sugarát?

3.27 (a) Adjunk becslést arra, hogy milyen messzire lehet ellátni egy repülőgépről.
(b) Növeli vagy csökkenti a látótávolságot a légkör (föltéve, hogy a levegő tiszta)?

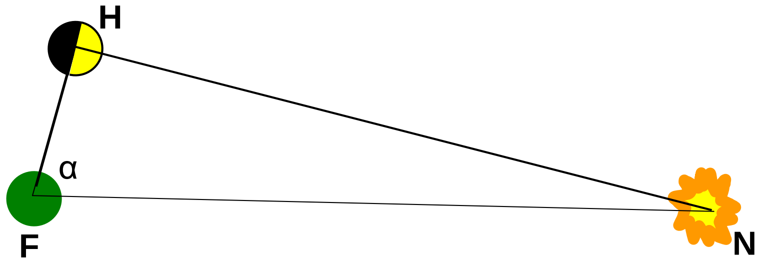
3.27 Al-Bírúni arab csillagász (Kr. u. 1000 körül) fölment egy dombra, amely alatt a síkság „simább volt, mint a tenger tükre”. A domb magasságát (akkori egységekben) 286 méternek, a horizont depressziószögét a dombtetőről nézve 34 szögpercnek mérte. Ezekből az adatokból meghatározta a Föld sugarát. Hogyan számolhatott, és milyen értéket kapott?

3 Csillagászati távolságok

ÖSSZETETTEBB FELADATOK HÁROMSZÖGEKKEL

3.28 Arisztarkhosz ókori görög csillagász (Kr.e. kb. 310–230.) megmérte a Nap és a Hold egymáshoz viszonyított távolságát, és meghatározta mindkét égitestnek a Földhöz viszonyított méretét.

(a) Első lépésként megvárta, míg a Földről nézve a Hold pontosan félholdnak látszik. Ilyenkor az NHF háromszögnek a H-nál levő szöge derékszög. Ekkor az α szöget Arisztarkhosz 87°-nak mérte. Mérése alapján hányszor olyan messze van a Nap, mint a Hold?



(b) Bár a módszer tökéletes, kezdetleges eszközei miatt Arisztarkhosz szögmérése pontatlan volt. Modern szögmérési módszerekkel meggyőződhetünk róla, hogy az α szög értéke 89°51’10”. Hányszor olyan messze van valójában a Nap, mint a Hold?

(c) Mivel a napkorong és a Hold körülbelül ugyanakkorának látszik az égen, Arisztarkhosz meg tudta állapítani a méretük arányát is. Hányszor akkora átmérőjűnek gondolta ez alapján a Napot, mint a Holdat?

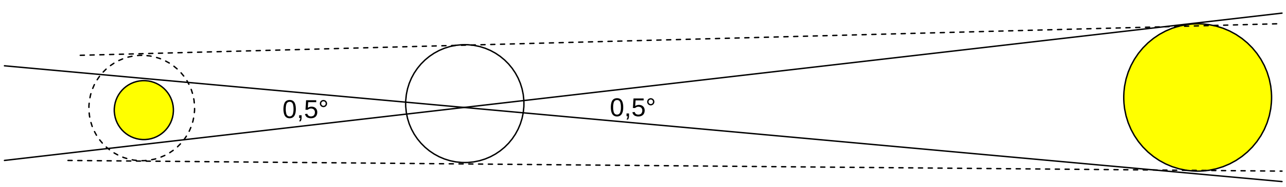
(d) A Földhöz viszonyított méretük megállapításának céljából egy holdfogyatkozás alkalmával végzett további méréseket. Tisztában volt vele, hogy holdfogyatkozáskor a Föld árnyéka vetül a Holdra. Így össze tudta hasonlítani a Hold méretét azzal, hogy milyen széles a Föld árnyékkúpja a Hold távolságában.

Az alábbi képek egy holdfogyatkozás alkalmával készültek. Illesszünk köröket a hold képére és az árnyék vonalára. Ennek a holdfogyatkozásnak az esetében hányszor volt nagyobb az árnyék sugara, mint a holdtányéré?

(A 2012. májusi középszintű érettségi ábrájának részletei)

(e) Mivel az árnyékkúp a Hold távolságában csak körülbelül háromszor nagyobb a Hold méreténél, míg a Nap sokszorosan nagyobb a Holdnál, Arisztarkhosz arra következtetett, hogy a Nap a Föld méreténél is jóval nagyobb. (Ezért érvelt amellett, hogy a Föld kering a Nap körül, nem pedig fordítva.)

Az alábbi ábra segítségével határozzuk meg, hogy − Arisztarkhosz mérései alapján, illetve valójában − hányszor akkora a Föld sugara, mint a Holdé.



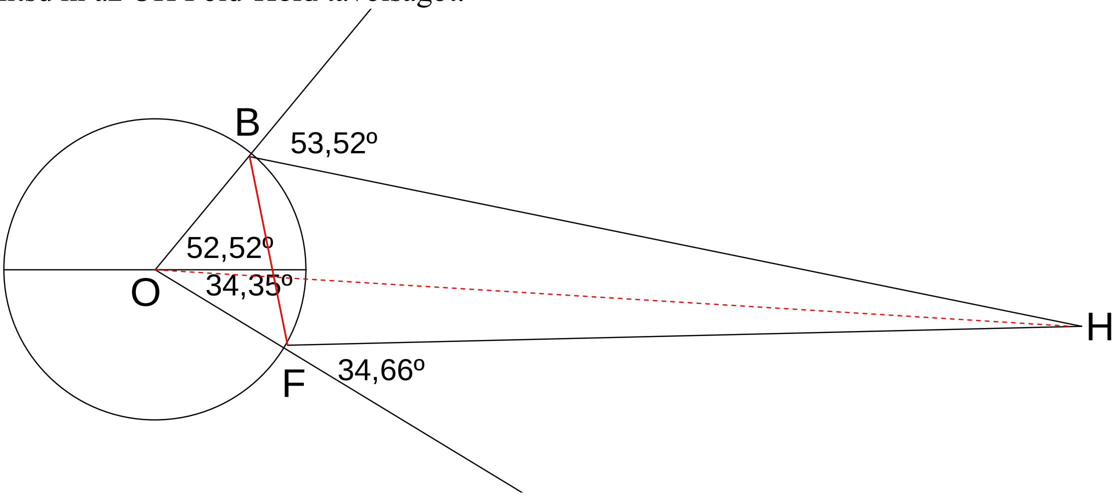
3.29 Két francia csillagász, Lalande és La Caille 1752-ben a háromszögelés módszerét alkalmazva meghatározta a Hold távolságát. Mérésük a parallaxis jelenségén alapszik, vagyis azon, hogy ugyanazt a dolgot máshonnan megfigyelve más irányban látszik. Elutaztak két különböző, egymástól közelítőleg észak-déli irányban fekvő helyre: Lalande Berlinbe, La Caille pedig a Fokföldre. Ugyanazon a napon mindketten megmérték a Hold irányának a függőlegessel bezárt szögét, amikor a Hold a legmagasabban járt (kulminált):

Berlinben (É52,52º, K13,40º) 53,52º-os szöggel a zenittől délre, ugyanezen a napon a fokföldi megfigyelési pontról (D34,35º, K18,47º) pedig 34,66º-os szöggel a zenitttől északra kulminált a Hold.

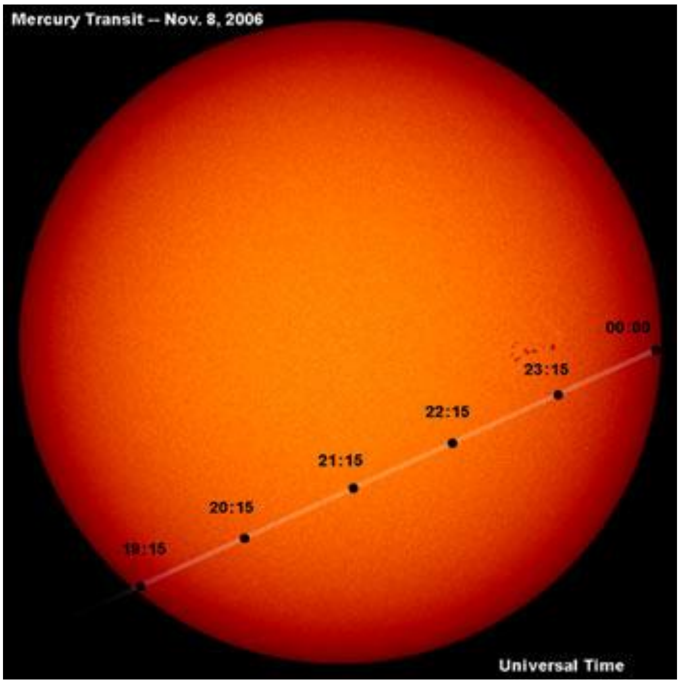
(a) Ha az egyszerűség végett a Földet 6370 km sugarú gömbnek tekintjük (Lalande és La Caille pontosabban számolt, ők a lapultságot is figyelembe vették) és a földrajzi hosszúságok különbözőségétől eltekintünk, mekkora a két megfigyelési helyet összekötő BF egyenes szakasz hossza?

(b) Határozd meg a BHF szöget.

(c) Számítsd ki az OH Föld-Hold távolságot.

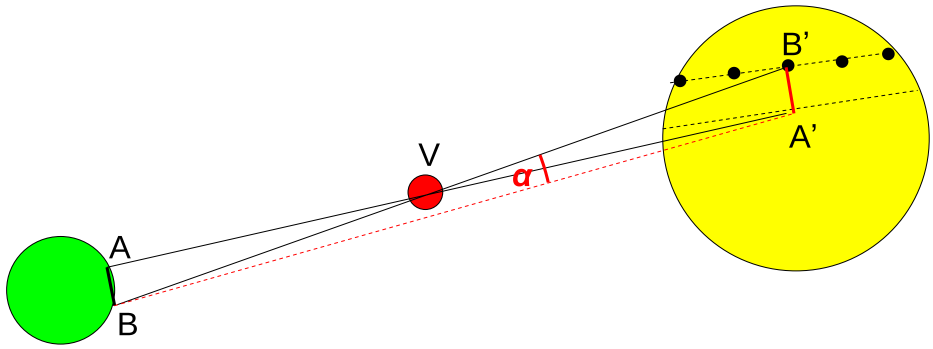


3.30 Törvényei alapján Kepler előre megjósolta a Merkúr és a Vénusz 1631-es átvonulását, mindössze 10 percet tévedett az időpontot illetően. (Ő már nem láthatta az eseményeket, mert 1630-ban meghalt.) A Kepler-törvényekből azonban csak távolság-arányokat lehet meghatározni, abszolút távolságokat nem. A Nap-Föld távolság pontos értéke még sokáig ismeretlen maradt.



A Merkúr 2006. novemberi átvonulása (NASA)

Az átvonulások előrejelezhetősége a parallaxis jelenségének felhasználásával lehetőséget adott a pontosabb mérésre: Ha a földgolyó két egymástól távoli A és B pontjából figyeljük meg például a Vénusz átvonulását, a napkorong különböző hosszúságú húrjain látjuk végighaladni.



(a) Kepler kiszámította, hogy átvonuláskor a Vénusz 2,61-szer olyan messze van a Naptól, mint a Földtől. Ebből az arányból, az AB távolságból és az α szögből az ábra alapján fejezd ki a Nap-Föld távolságot.

(b) Az AB távolság meghatározása nem, a két különböző helyről megfigyelt átvonulás α szögtávolsága viszont nehézséget jelentett a fotografikus technika előtti időkben. Sokkal könnyebb volt az átvonulások időtartamát mérni. Mennyi egy Vénusz-átvonulás maximális lehetséges időtartama?

(c) Az 1769-es Vénusz-átvonulás alkalmával egy svédországi megfigyelő számára 5 óra 53 percig tartott az esemény, míg Tahitin tartózkodó kollégája számára 5 óra 30 percig. Mennyi volt az átvonulás két megfigyelt útjának α szögtávolsága? (Hell Miksa is ekkor végzett megfigyeléseket Norvégiában.)

(d) A két megfigyelőt összekötő AB egyenesszakasz hossza 13 400 km. Az adatok alapján mennyi a Nap-Föld távolság?

3 Csillagászati távolságok
FELELETVÁLASZTÁSOS FELADATOK

1. Milyen messze van a Nap a Földtől? (Mekkora a Nap−Föld közepes távolság?)
A. 150 millió km
B. 150 milliárd km
C. 1 fényév
D. 10 fényév

2. Mennyi idő alatt ér el a fény a Holdról a Földre?
A. 1,3 s
B. 1,3 perc
C. 1,3 óra
D. 1,3 nap

3. Melyik bolygóhoz ér körülbelül 12 perc alatt a Napból a fény?
A. A Vénuszhoz.
B. A Marshoz.
C. A Neptunuszhoz.

4. Milyen fizikai mennyiséget mér a fényév?
A. energiát
B. időt
C. sebességet
D. távolságot

5. Milyen messze van a szomszédos csillag, az alfa Centauri a Naptól?
A. 150 millió km
B. 150 milliárd km
C. 4,3 fényév
D. 43 fényév

6. Hányszor messzebb van tőlünk a körülbelül 4,3 fényév távolságra lévő Proxima Centauri csillag, mint a Nap?
A. Körülbelül 300000-szer.
B. Körülbelül 30000-szer.
C. Körülbelül 3000-szer.

7. Nagyságrendileg milyen messze járhat most a Földtől a legtávolabbi, ember által készített űreszköz?
A. Körülbelül a Naprendszer határának tájékán (azaz nagyságrendileg 10^{10} km-re).
B. Körülbelül a Naphoz legközelebbi csillag felé félúton (azaz nagyságrendileg 10^{13} km-re).
C. Körülbelül a galaxisunk magja felé félúton (azaz nagyságrendileg 10^{17} km-re).

8. Melyik látszik nagyobbnak? A Hold a Földről nézve, vagy pedig a Föld a Holdról nézve?
A. A Hold a Földről nézve.
B. A Föld a Holdról nézve.
C. Egyforma nagynak látszanak

9. Az alábbiak közül melyik feltételezésre NEM volt szüksége Eratoszthenésznek, amikor meghatározta a Föld sugarát?

A. A Nap távolsága sokkal nagyobb a Föld sugaránál.
B. A Föld gömb alakú.
C. A Föld forog a tengelye körül.
D. A fény egyenes vonalban terjed.

10. Mi az oka annak, hogy a csillagászok Kopernikusz után még évszázadokig nem tudták kimutatni a csillagok éves parallaxisát?

A. A csillagok sokkal messzebb vannak, mint gondolták.
B. Nem voltak elég jó távcsövek és szögmérő eszközök.
C. Nem tudták, melyek a közelebbi csillagok.
D. A fentiek mindegyike hozzájárult a sikertelenséghez.

11. Ha egy csillag parallaxisa nagy, akkor a csillag

A. viszonylag közel van.
B. viszonylag messze van.
C. nagyon fényes.
D. nagyon nagy méretű.

12. Egy marslakó (a Naptól 1,5 CSE távolságra keringő) csillagász számára a legközelebbi csillag parallaxisa

A. 50%-kal nagyobb, mint a földi megfigyelő számára.
B. 50%-kal kisebb, mint a földi megfigyelő számára.
C. 33%-kal kisebb, mint a földi megfigyelő számára.
D. ugyanannyi, mint a földi megfigyelő számára.

13. A Jupiteren lakó csillagászok számára ugyanaz a parszek definíciója, mint nálunk, de ők a Jupiter pályáját veszik alapul. Földi csillagászok a legközelebbi csillag (α Centauri) távolságát 1,3 földi parszeknek mérték. Hány Jupiter-parszek távolságot mérnek a Jupiter csillagászai?

A. 6,5
B. 1,3
C. 0,65
D. 0,26

14. Marslakó csillagászok számára a csillagok fényének aberrációja

A. egyáltalán nem lép fel.
B. ugyanannyi, mint amennyit a földi csillagászok észlelnek.
C. nagyobb, mint amennyit a földi csillagászok észlelnek.
D. kisebb, mint amennyit a földi csillagászok észlelnek.

Megoldás 3

3.1

(a) $s = ct = 2{,}998 \cdot 10^8 \dfrac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 365{,}25 \cdot 24 \cdot 3600\text{s} =$

$= 9{,}46 \cdot 10^{15}\,\text{m}$

(b) $\dfrac{9{,}46 \cdot 10^{15}\,\text{m}}{1{,}496 \cdot 10^{11}\,\text{m/CSE}} = 6.32 \cdot 10^4\,\text{CSE}$

(c) $c = 6.32 \cdot 10^4\,\text{CSE/év}$

$\left(= 2{,}998 \cdot 10^8 \dfrac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \dfrac{365{,}25 \cdot 24 \cdot 3600\text{s/év}}{1{,}496 \cdot 10^{11}\,\text{m/CSE}} \right)$

(d) 1 fényév/év

3.2 $t = \dfrac{s}{c} = \dfrac{1{,}5 \cdot 10^{11}\,\text{m}}{3{,}0 \cdot 10^8\,\text{m/s}} = 500\text{s} =$

= 8 perc 20 másodperc.

3.3 $t = \dfrac{2r}{c} = \dfrac{2 \cdot 373}{300} = 2{,}49\text{s}$

3.4 (a) $\dfrac{0{,}04\text{m}}{1{,}4 \cdot 10^9\,\text{m}} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{11}\,\text{m} \approx 4{,}3\text{m}$,

Átmérője $\dfrac{0{,}04\text{m}}{1{,}4 \cdot 10^9\,\text{m}} \cdot 1{,}3 \cdot 10^7\,\text{m} \approx 0{,}4\text{mm}$,

kb. mákszem méretű.

(b) $\dfrac{0{,}04\text{m}}{1{,}4 \cdot 10^9\,\text{m}} \cdot 1{,}4 \cdot 10^8\,\text{m} \approx 0{,}4\text{cm}$,

akkora, mint egy borsszem vagy kisebb ribizli.

(c) $\dfrac{0{,}04\text{m}}{1{,}4 \cdot 10^9\,\text{m}} \cdot 4{,}5 \cdot 10^{12}\,\text{m} \approx 130\text{m}$.

(d) $\dfrac{0{,}04\text{m}}{1{,}4 \cdot 10^9\,\text{m}} \cdot 5{,}1 \cdot 10^{14}\,\text{m} \approx 15\text{km}$.

Ha a Nap-pingponglabdát Budapesten, a Lánchíd melletti 0 kilométerkőhöz helyezzük, akkor az üstökös eljut Szigetszentmiklós vagy Budakalász távolságáig, vagyis nagyjából Budapest határáig.

(e) $\dfrac{0{,}04\text{m}}{1{,}4 \cdot 10^9\,\text{m}} \cdot 6{,}7 \cdot 10^{15}\,\text{m} \approx 190\text{km}$,

vagyis ha a Nap-pingponglabda Budapesten van, akkor a Naprendszer kb. Zalaegerszegig vagy Nyíregyházáig tart.

(f) $\dfrac{0{,}04\text{m}}{1{,}4 \cdot 10^9\,\text{m}} \cdot 4{,}3 \cdot 9{,}46 \cdot 10^{15}\,\text{m} \approx 1100\text{km}$,

ez már kb. Athén távolságának felel meg.

3.5 A felső és az alsó kép között az örvény kb. 6,5 cm-t haladt. (65 mm)·7,4 m/mm = 481 m
A két kép között eltelt idő 100 s,
az átlagsebesség tehát kb. 4,8 m/s

Megjegyzés:
Az örvény helyzete a horizonthoz képest is megváltozott, tehát közelebb is jött, de nem tudjuk megállapítani, mennyivel (A méretnövekedés nem mérvadó, hiszen nem feltétlenül a perspektíva miatt van, az örvény valóban növekedhet.)

3.6 Kb. fél fok.

3.7 (a) Az ötforintos átmérője kb. 2,1 cm.

$d = \dfrac{D}{\alpha} \approx \dfrac{0{,}021\text{m}}{0{,}5 \cdot \pi / 180} = 2{,}4\text{m}$

(b) $D = d \cdot \alpha =$

$= 3{,}84 \cdot 10^8\,\text{m} \cdot 0{,}5 \cdot \pi / 180 \approx 3{,}4 \cdot 10^6\,\text{m}$

3.8 (a) $D = d \cdot \alpha = 3{,}84 \cdot 10^8\,\text{m} \cdot \pi / 180 / 3600 =$

$= 1900\text{m} \approx 2\text{km}$

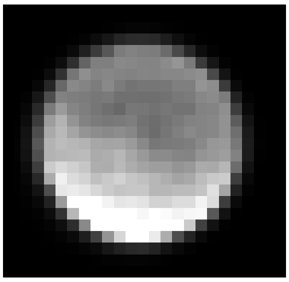
(b) A Szaturnusz pályasugara 9,5 CSE, számoljunk ekkora Föld–Szaturnusz távolsággal.
A Szaturnusz távolságában a felbontás határa

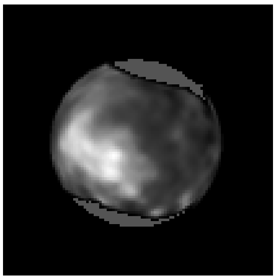
$D = d \cdot \alpha =$

$= 9{,}5 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{11}\,\text{m} \cdot 0{,}02 \cdot \pi / 180 / 3600 = 140\text{km}$

Ennél kisebb részleteket nem tudunk megfigyelni.
A Szaturnusz legnagyobb holdjának, a Titánnak 5100 km az átmérője, csak 36-szor nagyobb, legfeljebb igen nagy részletek figyelhetők meg rajta.

Megjegyzés:
1994-ben a Hubble 50 felvételből álló képsorozatot készített a Titánról. A képek számítógépes feldolgozása alapján megállapították egy nagy, hosszúkás folt jelenlétét a hold felszínén, de nem tudták megmondani, árok-e, kiemelkedés, vagy valami más. (Később a közelben elrepülő Cassini űrszonda részletesebb képet készített.)





NASA

3.9 Ha a fehér nyíl hossza 2,9 cm, a két átmérő különbsége kb. 0,3 cm, arányosan számolva az átmérő becsült növekedése 1,0”,
a sugár növekedése tehát 45 év alatt 0,51”,
vagyis 0,011”/év.
0,011”/év = $3{,}2\cdot10^{-6}$ °/év =
= $5{,}6\cdot10^{-8}$ rad/év = $1{,}8\cdot10^{-15}$ rad/s
Mekkora távolságból látszik
17 000 méter $1{,}8\cdot10^{-15}$ rad szögben?

$$d = \frac{17000}{1{,}8\cdot10^{-15}} = 9{,}6\cdot10^{18}\,\mathrm{m}$$

Ez ≈ 1000 fényév ≈ 300 pc

3.10 A csillag távolsága a rendszer tömegközéppontjától

$$4\cdot\frac{5\cdot6\cdot10^{24}}{1{,}5\cdot2\cdot10^{30}} = 4\cdot10^{-5}\,\mathrm{CSE} = 6\cdot10^{6}\,\mathrm{m}\,.$$

Ekkora sugarú „körpályán” imbolyog a csillag a (belsejében levő) tömegközéppont körül.
A távolság 15 fényév, így az ennek megfelelő szögelmozdulás

$$\frac{6\cdot10^{6}}{15\cdot9{,}5\cdot10^{15}} = 4\cdot10^{-11}\,\mathrm{rad} = 9\cdot10^{-6} \approx 10^{-5}\,\mathrm{s}$$

Vagy: 15 fényév = 4,6 pc,
az imbolygás $4\cdot10^{-5}$ CSE,

így a szög $\dfrac{4\cdot10^{-5}}{4{,}6} = 9\cdot10^{-6}\,\text{másodperc}\,.$

3.11 (a) 356 400·559/525 = 379 500 km
379 500 – 356 400 ≈ 23 000 km-rel
(b) 23 000 000 / 0,03 ≈ 800 millió év múlva.

3.12 A Phobos 9400 – 3400 = 6000 km magasan van a felszín felett. A felszínről a látószöge

$$\frac{20}{6000} = 3{,}3\cdot10^{-3}\,\mathrm{rad}$$

A Nap legkisebb távolsága a Marstól $2{,}1\cdot10^{11}$ m, a Nap átmérője $7{,}0\cdot10^{8}$ m, látószöge

$$\frac{7{,}0\cdot10^{8}}{2{,}1\cdot10^{11}} = 3{,}3\cdot10^{-3}\,\mathrm{rad}$$

A szögátmérő körülbelül azonos, napfogyatkozás tehát lehetséges, de a közelítések pontatlansága miatt nem tudtuk kiszámítani, hogy lehet-e teljes.

Megjegyzés:
Pontosabb számítások megmutatják, hogy a marsi napfogyatkozás sosem lehet teljes, csak gyűrűs. Gyors keringése miatt viszont napfogyatkozások alkalmával a Phobos egy marsi napon belül kétszer is elsuhan a Nap előtt.

3.13 (a) $\alpha(t) = \dfrac{D}{d(t)}\cdot180\cdot60/\pi = 3438\cdot\dfrac{D}{d(t)}$

(b) $d(t) = \sqrt{b^2+v^2t^2}$,

$$\alpha(t) = 3438\cdot\frac{D}{\sqrt{b^2+v^2t^2}}$$

$$\alpha(t) = 3438\cdot\frac{8}{\sqrt{500^2+10^2t^2}} =$$

$$= \frac{55}{\sqrt{1+0{,}0004t^2}}$$

(c)

$$\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t} = 55\cdot(-0{,}5)(1+0{,}0004t^2)^{-3/2}\cdot\left(0{,}0008t\right) =$$

$$= \frac{-0{,}022t}{\sqrt{\left(1+0{,}0004t^2\right)^3}}$$

(d) $\alpha(0) = 3438\cdot\dfrac{8}{500} = 55\,\text{szögperc}$

(e) A kis szögek miatt arról a helyzetről van szó. amikor $d = 2b$:

$$2b = \sqrt{b^2+(vt)^2}$$

$$3b^2 = (vt)^2$$

$$t = \frac{b\sqrt{3}}{v} = \frac{500\sqrt{3}}{10} = 86{,}6s$$

$$\left|\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t}\right| = \left|\frac{-0{,}022\cdot86{,}6}{\sqrt{\left(1+0{,}004\cdot86{,}6^2\right)^3}}\right| =$$

$$= 0{,}24\,\text{szögperc}/\text{sec}$$

3.14 $d = \dfrac{1{,}496\cdot10^{11}\,\mathrm{m}}{1/3600\cdot\pi/180} = 3{,}09\cdot10^{16}\,\mathrm{m}$

$d = 3{,}26\,\text{fényév}$

3.15 (a) 5, (b) 0,25’’, (c) 50·3,26 = 163

3.16 (a) $d = \dfrac{1}{0{,}419} = 2{,}39\,\mathrm{pc} = 7{,}8\,\text{fényév}$

(b) $d = \dfrac{1}{0{,}148} = 6{,}76\,\mathrm{pc} = 22\,\text{fényév}$

3.17 F látszólagos elmozdulása kb. az AB távolság negyedrésze, vagyis 0,1’’.
Távolsága tehát kb. 10 pc.

3.18 $\alpha = \frac{1}{1{,}31} = 0{,}763''$

3.19 5,94 fényév = 1,82 pc

$$\alpha = \frac{1}{1{,}82} = 0{,}549''$$

Ha két megfigyelés között fél év telik el, az elmozdulás a parallaxis kétszerese: 1,1’’.

3.20 A csillag parallaxisa a szögelmozdulás fele, azaz $3{,}72 \cdot 10^{-6}$ rad = 0,767’’.
Legnagyobb látszólagos elmozdulást akkor kapunk, ha a földpályának a csillag irányára merőleges átmérőjét használjuk fel.
A távolság ez alapján legfeljebb

$$d = \frac{1}{0{,}767} = 1{,}30\,\text{pc}.$$

Ilyen közel csak az α Centauri található.

3.21 (a) A relatív (százalékos) pontatlanság növekszik a távolsággal.

(b) Más távolságmérési módszerekkel kapott eredményekkel való összevetés céljából.

3.22 (a) $\frac{1}{0{,}005} = 200\,\text{pc} \approx 650\,\text{fényév}$,

a Tejútrendszer átmérője kb. 150-szer ekkora.

(b) $\frac{1}{0{,}0087} \approx 110\,\text{pc}$ és $\frac{1}{0{,}0067} \approx 150\,\text{pc}$ között:

d = (130 ± 20) pc

(c) A légkör zavaró hatását kiküszöbölve pontosabb a szögmérés. (A két mérési pont távolsága nem nő jelentős mértékben.)

3.23 (a) 1pc a Marson is annyi CSE, mint a Földön, vagyis ahány szögmásodperc van egy radiánban:

$1\ \text{pc}_{\text{Mars}} = 2{,}063 \cdot 10^5\ \text{CSE}_{\text{Mars}}$

$1\ \text{CSE}_{\text{Mars}} = 1{,}524\ \text{CSE}_{\text{Föld}}$

$$1\text{pc}_{\text{Mars}} = 2{,}065 \cdot 10^5 \cdot 1{,}524 =$$
$$= 3{,}144 \cdot 10^5\,\text{CSE}_{\text{Föld}}$$

(b) A hosszabb csillagászati egység miatt a marsbéli csillagász 1,5-szer pontosabban tud szögeket mérni (vagyis 1,5-ször akkora távolságig tudja alkalmazni a parallaxismódszert), bár a mérése a hosszabb keringési idő miatt hosszabb időt vesz igénybe.

(Mérésének pontosságát tovább javítja a marsi légkör ritkasága.)

3.24 (a) A Föld kerülete 50·5000 = 250 000 stadion,

a sugara $\frac{250000}{2\pi} = 39800 \approx 40000\,\text{stadion}$.

(b) 39800·0,157 = 6200 km és
39800·0,211 = 8400 km
között lehet a mért érték.

(c) Az Alexandriát, illetve Szüénét érő napsugarak egyenes vonalban haladnak és párhuzamosak, vagyis a Nap távolsága nagy a Föld méretéhez képest.

3.25 Például Budapesten a budai Duna-partnak a Margit híd és a Lánchíd közötti szakasza nagyjából észak-déli irányú.
Tegyük fel, hogy a parti sétányon a Margit híd budai hídfőjének tövében 47,5145º szélességet mértünk, a Lánchíd tövében pedig 47,4984º-ot.

A különbség (0,0161 ± 0,0005)º = 0,0161º ± 3,1%. Radiánban kifejezve ez $2{,}81 \cdot 10^{-4}$ rad ± 3,1%, ennyi a körívhez tartozó középponti szög.

Tegyük fel továbbá, hogy a távolságot 2800 ± 100 lépés = 2800 lépés ± 3,6% hosszúnak találtuk, lépéseink hossza pedig
(62 ± 2) cm = 0,62 m ± 3,2%.
A távolság, vagyis a körív hossza ekkor
2800·0,63 = 1740 ± 6,8%
(= 1740 m ± 120 m).
Innen a kör sugara

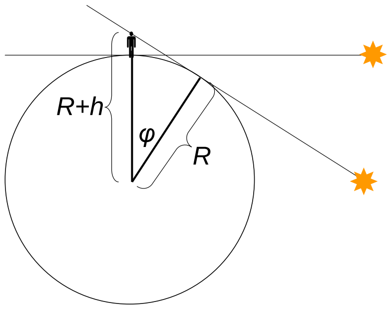
$$\frac{1740}{2{,}81 \cdot 10^{-4}} = 6190\,\text{km} \pm 10\%$$

A Föld sugarára kapott becslésünk így
6200 km ± 600 km.

3.26 Az ábrán látható derékszögű háromszögben a φ szög meghatározható: ha t másodpercet mértünk, akkor

$$\varphi = 2\pi \cdot \frac{t}{24 \cdot 3600} \approx \sin\varphi$$

$\cos\varphi = \dfrac{R}{R+h}$ -ból R számítható.



Ha például (9,7 ± 0,5) másodpercet mértünk:

$$\sin\varphi = 2\pi \cdot \frac{9{,}7}{24 \cdot 3600} = 7{,}1 \cdot 10^{-4}$$

$$\sin^2\varphi = 5.0 \cdot 10^{-7} \pm 10\% = 5.0 \cdot 10^{-7} \pm 5 \cdot 10^{-8}$$

$$\cos^2\varphi = 1 - 5.0 \cdot 10^{-7} \pm 5 \cdot 10^{-8}$$

$$\cos\varphi = 1 - 2{,}5 \cdot 10^{-7} \pm 2{,}5 \cdot 10^{-8}$$

$$1 - 2{,}5 \cdot 10^{-7} = \frac{R}{R+h}$$

$$(1 - 2{,}5 \cdot 10^{-7})(R+h) = R$$

$$2{,}5 \cdot 10^{-7} R \approx h$$

Ha feláláskor szemünk (1,5 ± 0,1) méterrel került magasabbra, mérésünk hibája összesen kb 17%.

$$R = \frac{1{,}5}{2{,}5 \cdot 10^{-7}} = 6000\text{km} \pm 17\% =$$

$$= (6000 \pm 1000)\text{km}$$

3.27 (a) h = 10 km esetén például

$$\cos\alpha = \frac{6370}{6380}$$

α = 3,2° = 0,056 rad

$x = R\alpha$ = 6370·0,056 = 360 km.

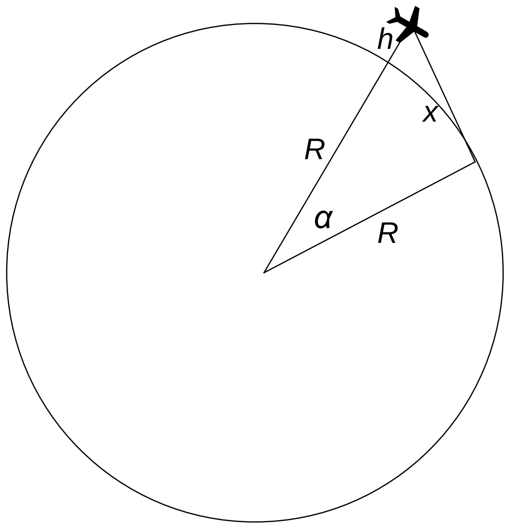
Vagy:

Az x ív hossza

$$x = R\alpha \approx R \cdot \tan\alpha = R \cdot \frac{\sqrt{(R+h)^2 - R^2}}{R} =$$

$$= \sqrt{2Rh + h^2} \approx \sqrt{2Rh}$$

$$x \approx \sqrt{2 \cdot 6370 \cdot 10} = 360\text{km}$$



(b) A levegő törésmutatója a magassággal csökken, a horizontról érintőirányban induló fénysugár folyamatosan a Föld felé törik, így a fent kiszámítottnál távolabbról érkezik. A valóságos látótávolság tehát a számítottnál nagyobb lesz.

3.28 α = 34'

$$\cos\alpha = \frac{R}{R+h}$$

$$R = \frac{h\cos\alpha}{1-\cos\alpha} = \frac{286 \cdot \cos 34'}{(1-\cos 34')} = 5800\text{km}$$

Közelítéssel, de a szögfüggvények értékének ismerete nélkül:

$$\cos\alpha = \frac{R}{R+h}$$

$$(R+h) \cdot \cos\alpha = R$$

$$R = \frac{h\cos\alpha}{1-\cos\alpha} = \frac{h\left(1 - 2\sin^2\dfrac{\alpha}{2}\right)}{2\sin^2\dfrac{\alpha}{2}} = \frac{h}{2\sin^2\dfrac{\alpha}{2}} - 1$$

34' = 0,0099 rad

$$R \approx \frac{269}{2 \cdot \left(\dfrac{0{,}099}{2}\right)^2} - 1 \approx \frac{269}{2 \cdot \left(\dfrac{0{,}099}{2}\right)^2} = 5500\text{km}$$

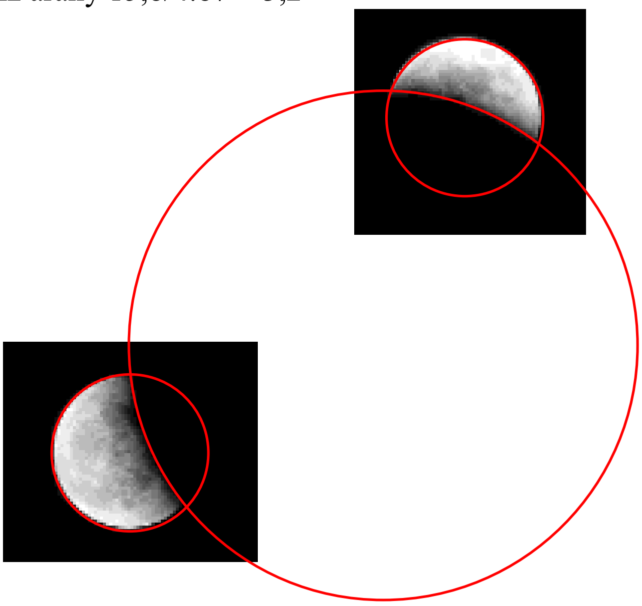
(A négyzetre emetél és az 1 kivonása miatt már a szokásos kisszög-közelítés is elég nagy hibához vezet Még nagyobb eltérés adódik, ha az ívhosszt $h/\tan\alpha$-val közelítjük, kis szögekre ugyanis $1/\tan\alpha$ nagyon gyorsan változik.)

3.28 (a) $\dfrac{1}{\cos 87°} \approx 19$-szer távolabb van a Nap.

(b) $\dfrac{1}{\cos 89°51'10''} \approx 389$

(c) Az egyenlő szögek miatt a méretek a távolságokkal arányosak, így a Napot 19-szer gondolta nagyobbnak a Holdnál.

(d) Ezen az ábrán ha a kis körök átmérője 4,87 cm, akkor a nagy köré 15,8 cm.
Az arány 15,8/4.87 ≈ 3,2



(e) Hasonló háromszögekből:

$$\frac{y}{y+20x} = \frac{3}{19}$$

$$19y = 3y + 60x$$

$$y = \frac{60}{16}x = \frac{15}{4}x$$

Hasonló háromszögekből:

$$\frac{y+x}{y} = \frac{R}{3r}$$

$$R = \frac{y+x}{y}\cdot 3r = \frac{19}{15}\cdot 3r = \frac{19}{5}r \approx 4r$$

19 helyett 389-cel számolva

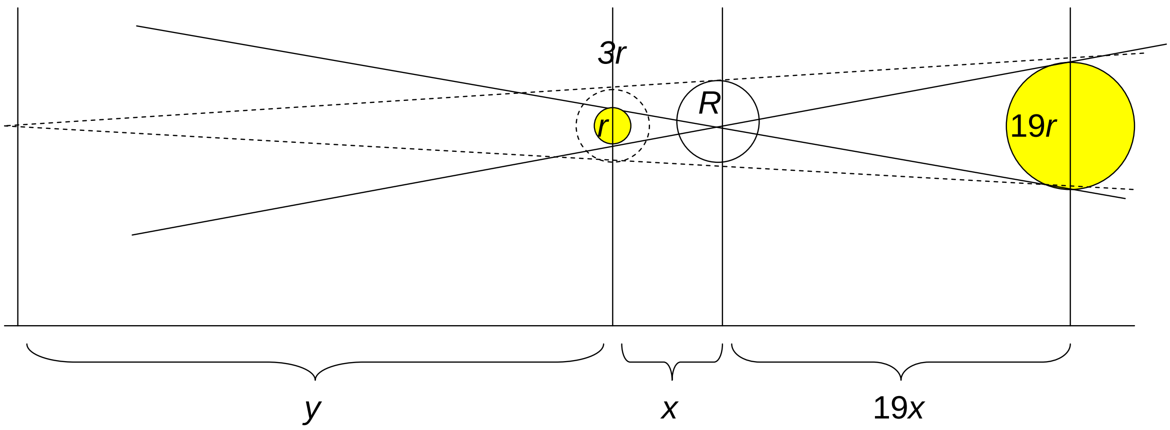
$$\frac{y}{y+390x} = \frac{3}{389}$$

$$389y = 3y + 1170x$$

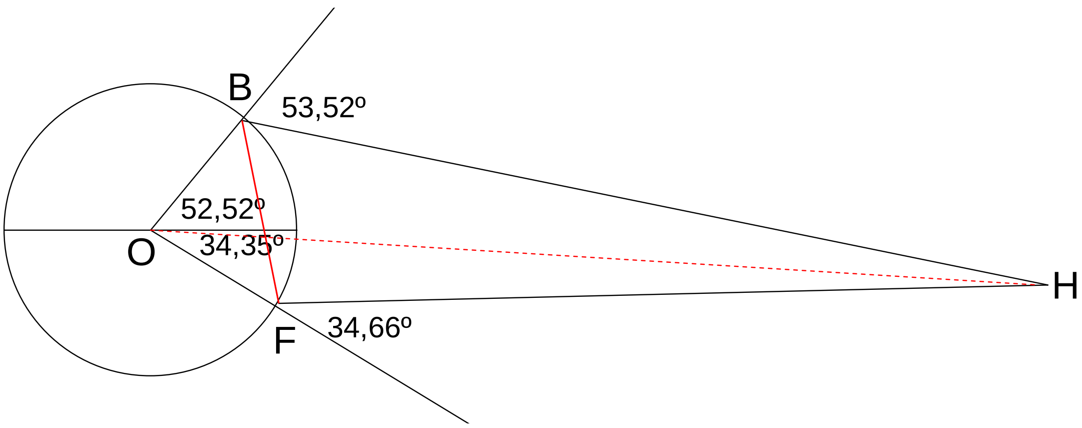
$$y = \frac{1170}{386}x \approx 3{,}0x$$

$$R = \frac{y+x}{y}\cdot 3r \approx \frac{4}{3}\cdot 3r = 4r$$

A valóságban a Hold sugara 1740 km, a Földé pedig 6370, vagyis 3,66-szoros,
valóban kb. 4 az arány.



3.29



(a) A szögtávolság 52,52° + 34,35° = 86,87°
Az ekkora középponti szögű húr hossza

$$BF = 2R \cdot \sin\frac{86{,}87^\circ}{2} = 8760\,\text{km}\,.$$

(b)

$$FBH\angle = 180^\circ - 53{,}52^\circ - \left(90^\circ - \frac{86{,}87^\circ}{2}\right) = 79{,}92^\circ$$

$$BFH\angle = 180^\circ - 34{,}66^\circ - \left(90^\circ - \frac{86{,}87^\circ}{2}\right) = 98{,}77^\circ$$

$$BHF\angle = 180^\circ - FBH\angle - BFH\angle = 1{,}31^\circ$$

(c) A BFH háromszögre a szinusztételt alkalmazva

$$\frac{FH}{\sin FBH\angle} = \frac{BF}{\sin BHF\angle}$$

$$\frac{FH}{\sin 79{,}92^\circ} = \frac{8760}{\sin 1{,}31^\circ}$$

FH = 377 300 km.

Az OFH háromszögből koszinusztétellel

$$OH^2 = 6370^2 + 377300^2 +^\circ$$
$$+ 2 \cdot 6370 \cdot 377300 \cdot \cos 34{,}66^\circ$$

OH = 383 000 km.

3.30 (a) Hasonló háromszögek:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{VA'}{VA}$$

$$\frac{A'B'}{AB} = 2{,}61$$

$$\frac{(1\,CSE) \cdot \alpha}{AB} = 2{,}61$$

$$1\,CSE = \frac{AB \cdot 2{,}61}{\alpha}$$

(b) Az átvonulás akkor tart legtovább, ha a Vénusz éppen a napkorong középpontja előtt halad el. Ekkor a Földről nézve a γ szög kétszeresét teszi meg Nap körüli pályáján. A γ szöget az FVN háromszögből szinusztétellel határozhatjuk meg:

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\gamma} = \frac{VN}{VF} = 2{,}61\,,$$

ahol $2\varphi = 0{,}53^\circ$ a napkorong látszólagos mérete. Innen $2\gamma = 0{,}203^\circ$

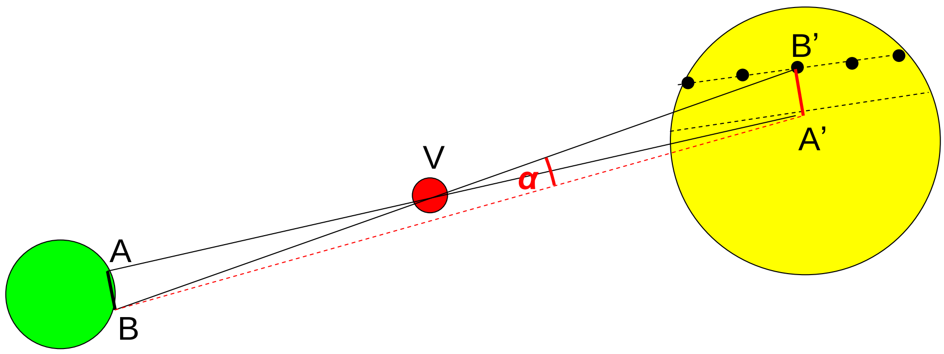
A Vénusz keringési ideje 224,70 nap, szinodikus periódusa így

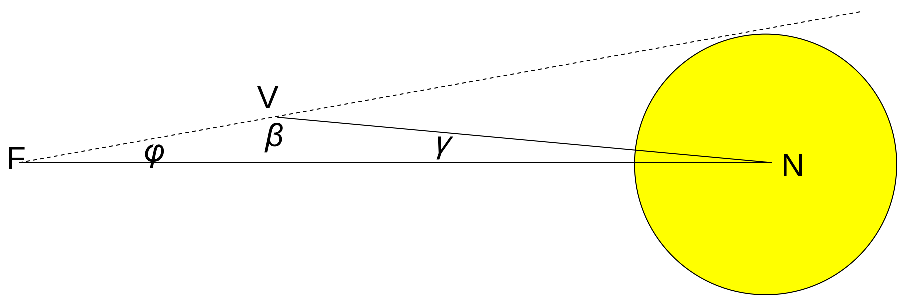
$$\frac{1}{T} = \frac{1}{224{,}70} - \frac{1}{365{,}25}$$

T = 583,93 nap, a Földről nézve ennyi idő alatt mozdul el a Vénusz 360°-ot.

Az átvonulás maximális időtartama

$$583{,}93 \cdot \frac{0{,}203}{360} = 0{,}329\,\text{nap} = 7{,}90\,\text{óra}$$





(c) 5 óra 53 perc = 5,88 óra, 5 óra 30 perc = 5,50 óra

Az ábrán látható derékszögű háromszögekből (a távolságokat órában kifejezve)

$$OA'^2 = (7{,}90/2)^2 - (5{,}88/2)^2$$

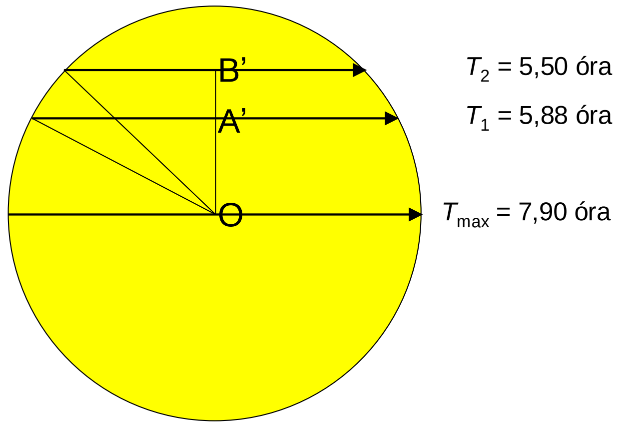
$$OB'^2 = (7{,}90/2)^2 - (5{,}50/2)^2$$

OA’ = 2,64

OB’ = 2,84

A’B’ = 0,20 nap, az ennek megfelelő szögtávolság pedig

$$0{,}53^o \cdot \frac{0{,}20}{7{,}90} = 0{,}013^o = 2{,}3 \cdot 10^{-4}\,\text{rad}$$



(d) Az (a) feladat eredményébe helyettesítve

$$1\,\text{CSE} = \frac{AB \cdot 2{,}61}{\alpha} = \frac{13400 \cdot 2{,}61}{2{,}3 \cdot 10^{-4}} =$$
$$= 150\,\text{millió km}$$

FELELETVÁLASZTÁSOS FELADATOK

1. A. 150 millió km

2. A. 1,3 s

3. B. A Marshoz.

4. D. távolságot

5. C. 4,3 fényév

6. A. Körülbelül 300000-szer.

7. A. Körülbelül a Naprendszer határának tájékán (azaz nagyságrendileg 10^{10} km-re).

8. B. A Föld a Holdról nézve.

9. C. A Föld forog a tengelye körül.

11. A. viszonylag közel van.

10. D. A fentiek mindegyike hozzájárult a sikertelenséghez.

12. A. 50%-kal nagyobb, mint a földi megfigyelő számára.

13. D. 0,26

14. D. kisebb, mint amennyit a földi csillagászok észlelnek.

4 Tájékozódás az égbolton
CSILLAGKÉPEK

4.1 Az alábbi képen melyik csillag a Sarkcsillag?

Megjegyzés: A képek az ingyenesen letölthető Stellarium programmal készültek: www.stellarium.org

4.2 (a) Mikor (nyáron vagy télen) láthatjuk Magyarország egén ezt a képet?
(b) A képen melyik csillag a Szíriusz?

4.3 Melyik csillagképhez tartozik az egész évben megfigyelhető, W betűre emlékeztető alakzat?

4.4 (a) A nyári égbolt egyik legkönnyebben felismerhető csillagképe a tejút mentén repülő, hosszú nyakú, kiterjesztett szárnyú hattyú. Legfényesebb csillaga a hattyú farka (Deneb). Melyik csillag a képen?

(b) Hogy hívják a hattyú nyaka mellett látható igen fényes csillagot?

4.5 (a) Budapesten éjszaka felnézünk az égre. A horizont felett mekkora szöggel látjuk a Sarkcsillagot?

(b) Melyik európai fővárosból látszik a Sarkcsillag éppen 50° magasságban?

(c) A Föld melyik részéről nézve van a Sarkcsillag a éppen a horizonton?

(d) Hol látjuk a Sarkcsillagot az Északi-sarkról nézve?

(e) A déli féltekéről a Sarkcsillag nem látszik. XV–XVI. századi felfedezők számára gyakran szolgált tájékozódásul és inspiráció gyanánt a Dél Keresztje nevű csillagkép. Valóban megfelelője ez a Sarkcsillagnak?

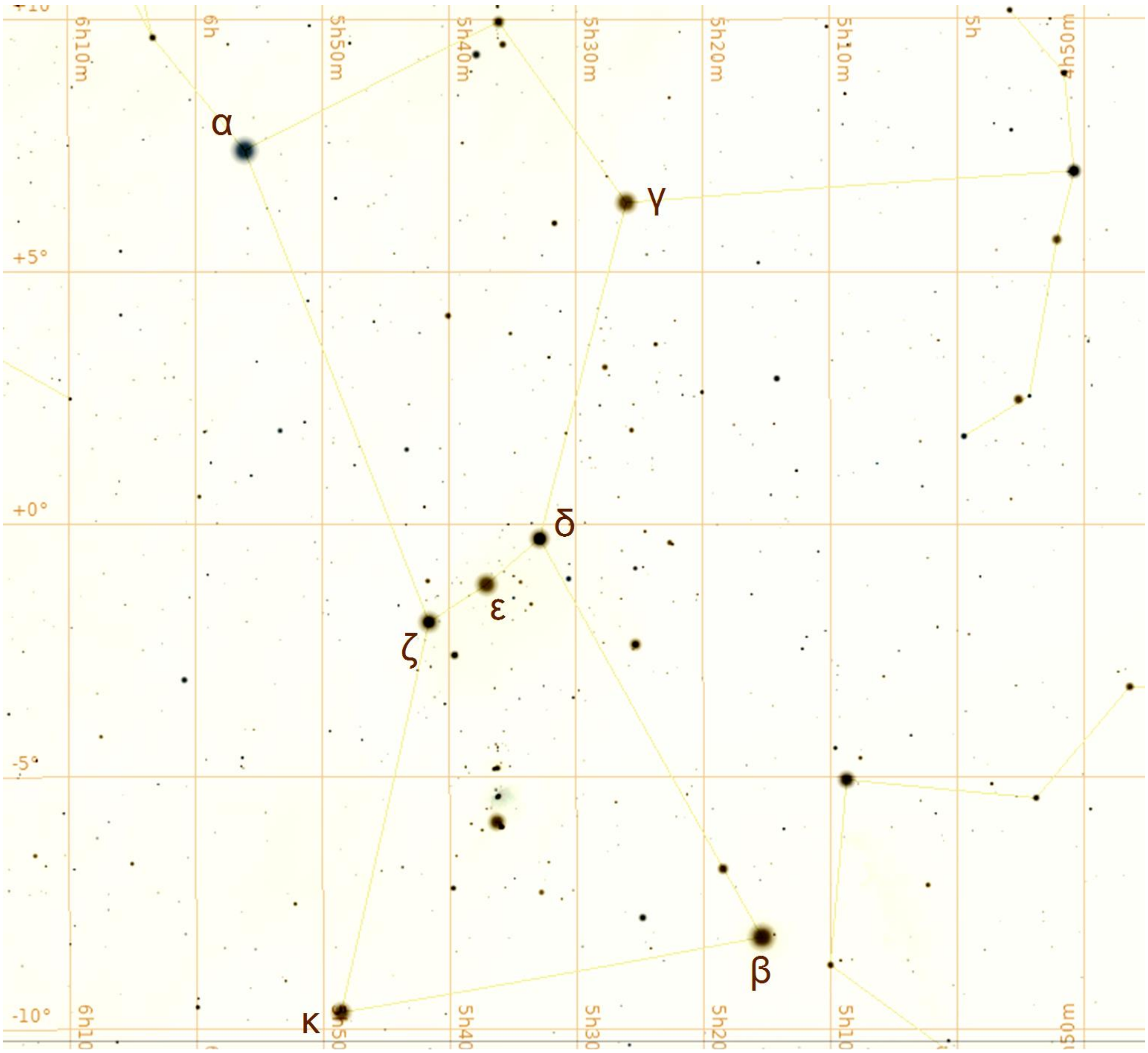
4 Tájékozódás az égbolton

DEKLINÁCIÓ, REKTASZCENZIÓ

4.6 Láthatunk-e Magyarországról olyan csillagokat, amelyek a déli éggömbön vannak?
Ha igen, mondjunk példákat negatív deklinációjú, Magyarországról is látható fényes csillagokra.

4.7 Mennyi a Nap deklinációja és rektaszcenziója
(a) március 21-én (tavaszi napéjegyenlőség)?
(b) június 21-én (nyári napforduló)
(c) az őszi napéjegyenlőségkor?
(d) téli napfordulókor?

4.8 A legtöbb csillag sajátmozgása az égbolton igen csekély, nagyon hosszú idő alatt azonban már számottevő lehet. A képen az Orion csillagkép látható. Fel van tüntetve a II. egyenlítői koordináták hálózata (deklináció és rektaszcenzió is).



A táblázat az Orion néhány fényes csillagának II. egyenlítői koordinátáit (rektaszcenzióját és deklinációját) tartalmazza, valamint sajátmozgásának sebességét kelet-nyugati, illetve észak-déli irányban, szögmásodperc per év egységekben. (A keleti, illetve az északi irányt tekintsük pozitívnak.)

	RA	**Dec.**	**kelet-nyugati elmozdulás (’’/év)**	**észak-déli elmozdulás (’’/év)**
Alfa (Betelgeuse)	5h56m	+7°24’	0,027	0,007
Béta (Rigel)	5h15m	–8°11’	0,001	0,000
Gamma (Bellatrix)	5h26m	+6°22’	–0,006	–0,014
Delta (Mintaka)	5h33m	–0°17’	0,001	–0,001
Epszilon (Alnilam)	5h37m	–1°12’	0,000	0,000
Zéta (Alnitak)	5h42m	–1°56’	0,004	–0,002
Kappa (Saiph)	5h49m	–9°40’	0,004	–0,002
Iota	5h36m	–5°23’	0,003	0,004
Théta	5h36m	–5°54’	0,003	0,003

Egymillió évvel ezelőtt már éltek emberek a földön. Nyomtasd ki az ábrát, és jelöld be rajta a csillagok helyét 1 000 000 évvel ezelőtt, illetve 1 000 000 év múlva. Felismerhető lenne az Orion egy mai ember számára?

4 Tájékozódás az égbolton
NAPI ÉS ÉVI LÁTSZÓLAGOS MOZGÁS

4.9 Párosítsd össze az égi megfigyeléseket a rájuk alapuló időegységekkel:

újholdtól első negyedig tartó időszak	NAP
a Nap egyik delelésétől a következő delelésig tartó időszak	HÉT
amennyi idő alatt a Nap visszatér ugyanabba a csillagképbe	HÓNAP
teliholdtól teliholdig tartó időszak	ÉV

4.10 Asztali naptárokon a gyártók gyakran perc pontossággal feltüntetik a nepkelte időpontját. Körülbelül hány perc az eltérés a mátészalkai és a szentgotthárdi napkelte időpontja között?

4.11 Mikor kel a Nap pontosan keleten és nyugszik pontosan nyugaton?

4.12 Ausztrália Nagy Homoksivatagában található a Disappointment-tó (vagyis a Csalódás tava). A tónál mikor delel a Nap pontosan a zeniten?

Google Earth

4.13 Párosítsd össze a (hazánkban végzett) megfigyeléseket az év megfelelő napjaival.

A Nap délben a legalacsonyabban van az égen és a legrövidebb ideig tart a nappal.	MÁRCIUS 21.
A Nap keleten kel, és útja délről észak felé metszi az égi egyenlítőt.	JÚNIUS 21.
A Nap délben a legmagasabban van az égen, és a leghosszabb ideig tart a nappal	SZEPTEMBER 23.
Pontosan 12 óra hosszú a nappal, de egyre rövidülnek a nappalok.	DECEMBER 21.

4.14 (a) A mi téli napfordulónk idején milyen magasra emelkedik a Nap a horizont fölé Budapesten?

(b) Oslóban? Kairóban? Havannában? Manilában? Buenos Airesben? Sao Paulóban? Limában?

(c) A nyári napfordulónk idején milyen magasra emelkedik a Nap a horizont fölé Budapesten?

(d) Oslóban? Kairóban? Havannában? Manilában? Buenos Airesben? Sao Paulóban? Limában?

4.15 Mindennap ugyanabban az időpontban felnézünk a Holdra.
(a) Átlagosan mekkora szöggel mozdul el napról napra az égbolton kelet felé?

(b) Átlagosan hány fokkal látszik napról napra elmozdulni az állócsillagokhoz képest?

(c) A holdkorong saját átmérőjével összehasonlítva körülbelül mekkora az elmozdulás óránként?

4.16 Párosítsd össze az égitesteket a rájuk jellemző évi látszólagos mozgással:

NAP	Naponta 12-13 fokkal kelet felé mozog a csillagok között.
HOLD	Visszafelé mozog, amikor áthalad a Föld és a Nap között (együttállás / alsó konjunkció).
MERKÚR	Visszafelé mozog, amikor a Föld megelőzi szembenálláskor.
MARS	Kelet felé mozog naponta egy fokot a csillagok között.

4.17 *Jules Verne Kétévi vakáció* (*Deux ans de vacances*) című regényében Auckland kikötőjéből elszabadul egy legénység nélküli hajó, a fedélzetén egy seregnyi alvó, vakációra készülő kisdiákkal. A magyar fordítás (Móra Könyvkiadó 1977, hatodik kiadás) legelső oldalán olvasható az alábbi részlet:

> *Éjszaka volt, 11 óra felé járt az idő. E szélességi fok alatt március elején már rövidek az éjszakák, és a derengés hajnali 5 óra tájt volt várható.*

Mi a hiba a fordításban?

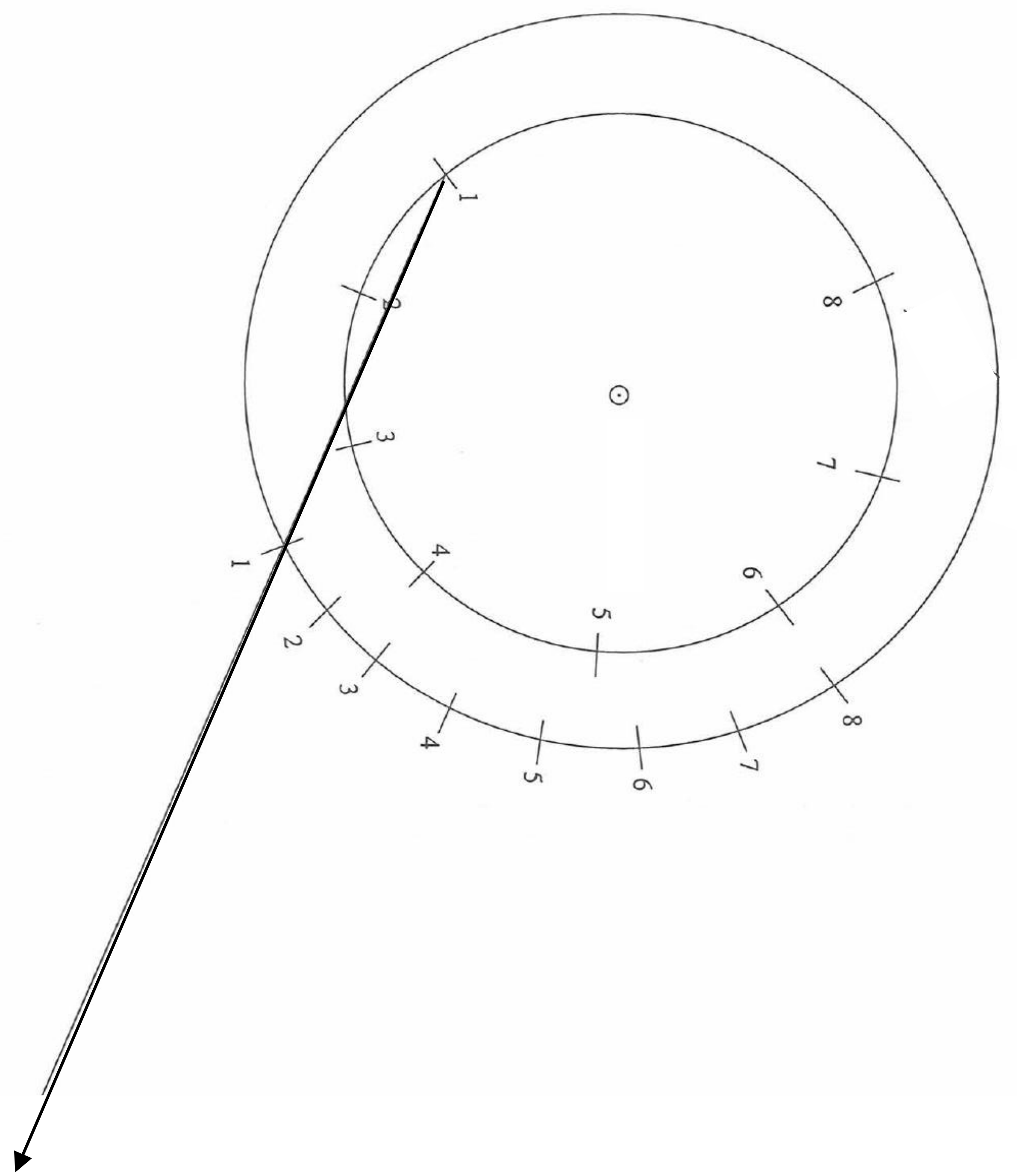
(Nem Verne hibázott. Franciául értők kedvéért íme, az eredeti:
Il était onze heures de soir. Sous cette latitude, au commencement du mois de mars, les nuits sont courts encore. Les premières blancheurs du jour ne devaient apparaître que vers cinq heures du matin.)

4.18 Az alábbi táblázatban a Mars deklináció- és rektaszcenzió-adatai láthatók az 1595-ös és 1596-os évek során, abban az időszakban, amikor Tycho Brahe a méréseit végezte Uraniborg nevű obszervatóriumában.
Ábrázold a deklinációt a rektaszcenzió függvényében, és időrendben kösd össze a pontokat.
Melyik időszakban figyelhette meg Tycho Brahe a Mars retrográd mozgását az állócsillagokhoz képest?

Dátum (hónap, nap)	**RA (óra, perc)**	**Dec (fok, perc)**
	1595	
0620	0030	+0047
0701	0058	+0337
0710	0120	+0549
0720	0144	+0806
0801	0211	+1034
0810	0230	+1212
0820	0250	+1347
0901	0310	+1521
0910	0323	+1617
0920	0333	+1705
1001	0338	+1740
1010	0337	+1756
1020	0330	+1758
1101	0315	+1740
1110	0301	+1714
1120	0247	+1644
1201	0235	+1620
1210	0231	+1616
1220	0231	+1631
	1596	
0101	0237	+1713
0110	0246	+1758
0120	0258	+1856
0201	0318	+2013
0210	0334	+2112
0220	0353	+2213

4.19 (a) Az ábra két köre a Föld és a Mars Nap körüli pályáját jeleníti meg. Az azonos számokkal jelzett pozíciók a két bolygó azonos időpontbéli helyét mutatják. Az 1. pozícióban berajzoltuk, hogy milyen irányban látszik a Mars a Földről nézve. Rajzold be a Mars irányát a többi számozott helyzetben is.

(b) Melyik két egymást követő számozott pozíció között mozdult el a Mars legkevésbé az állócsillagokhoz képest az éggömbön?



4.20 Milyen csillagképben jár a Nap (a) áprilisban? (b) novemberben?

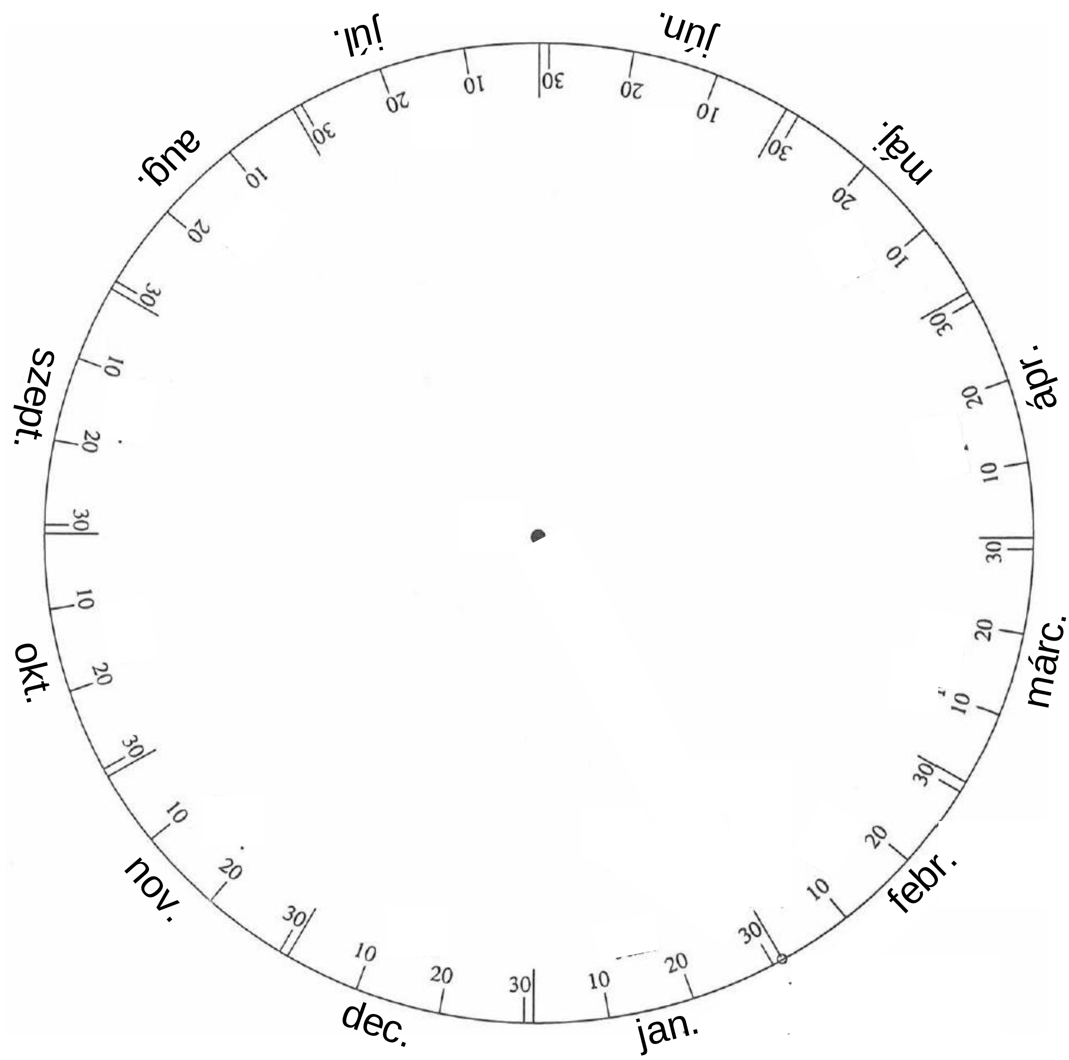
4.21 A Halley-üstökös legutóbb 1985–86. telén járt napközelben.
A táblázat mutatja a helyzetét néhány kiválasztott napon:

Dátum	Dec	RA
1985. október 1.	+20°30′	6h12m
1985. november 15.	+21°18′	3h54m
1985. december15.	+3°48′	23h13m
1986. február 15.	−12°00′	20h51m
1986. március 15.	−22°48′	19h58m

(a) Október elsején az esti vagy a hajnali égbolton látszott az üstökös?

(b) Körülbelül hány órakor kelt és nyugodott az üstökös november 15-én?

(c) Február 15-én melyik csillagkép irányába mutatott az üstökös csóvája? A megoldást segítheti a Föld elhelyezése a Nap körüli pályáján:



4 Tájékozódás az égbolton

PRECESSZIÓ

4.22 A Föld tengelye mindig 23,5°-os szöget zár be a keringés síkjával, de iránya búgócsigához hasonlóan imbolyog (precesszál) 25 800 éves periódussal. Ezért az égi egyenlítő is imbolyog, így a tavaszpont mindig nyugat felé tolódva körbejár az ekliptikán.
Az égi egyenlítőhöz és a tavaszponthoz viszonyított koordináták tehát lassan megváltoznak, ezért a csillagtérképeket és -katalógusokat rendszeresen korrigálják.
(a) Hol van az égen az északi ekliptikai pólus: az a pont, amely körül az északi égi pólus körbejár? (Azaz melyik csillagkép irányába mutat a Föld keringési síkjának normálisa?)
(b) Mikor lesz az északi égi pólus a Vega (α Lyrae) közelében?
(c) A tavaszpont eltolódása évente kb. 50''. Ha az ókorban minden egyes szögmérés becsült hibája 40' volt, hány évig kellett megfigyeléseket végezni, hogy a precessziót észrevegyék?
(d) Hipparkhosz ókori csillagász katalógust állított össze, amelyben feltüntette a csillagok pozícióját és fényességét. Saját megfigyeléseit összevetve egy korábbi csillagász, Timokharisz által mértekkel, megállapította az eltolódást. Mennyi volt a tavaszpont eltolódása az alatt a körülbelül 160 év alatt, amelyről Hipparkhosznak mérési adatok álltak rendelkezésére?
(e) Hipparkhosz a Krisztus előtti második században élt. Mennyivel tolódott el a tavaszpont az azóta eltelt kb. 2200 év alatt? A tavaszpont ma a Halak (Pisces) csillagképben jár. Melyik csillagképben volt Hipparkhosz korában a tavaszpont?

4.23 Jelenleg akkor van a déli féltekén nyár és az északin tél, amikor a Föld napközelben jár. (A Naptól való minimális távolság mindössze két héttel a téli napforduló után, január 4-én következik be.) Mikor lesz legközelebb épp fordítva: napközelben nyár az északi, és tél a déli féltekén?

4.24 Keresd meg a csillagtérképen a Rák (Cancer) és a Bak (Capricornus) csillagképeket. Vajon miért ezekről a csillagképekről kapta a nevét a Ráktérítő és a Baktérítő?

4.25 Az asztrológia áltudományos tanai is az ókorban születtek. Követői azt állították, hogy a Nap és a bolygók egyik csillagképből a másikba vándorlása befolyásolja a földi eseményeket. Sokáig nem vettek tudomást a precesszió tényéről, végül azonban ők is haladtak a korral: belátták, hogy az évszakok váltakozása (és így az egyes események naptári időpontja is) nem a csillagképekhez kötődik, hanem a mozgó tavaszponthoz. Mit volt mit tenni, ki kellett ötleniük valami magyarázatot. Kitalálták az „állatövi (zodiákus) jegyeket", amelyek abban különböznek az állatövi csillagképektől, hogy a csillagos égbolt helyett a mindenkori tavaszponthoz vannak rögzítve. (Az asztrológiában hívők túlnyomó részének valószínűleg ma sincs fogalma erről a különbségről.)
Aki tehát „a Kos jegyében" született, annak születésekor a Nap már benne járt a Halak csillagképben.
Csillagtérkép alapján állapítsd meg, melyik csillagképben volt a nap annak a születésekor, aki „a Skorpió jegyében" született?

4 Tájékozódás az égbolton

FÖLDI TÁJÉKOZÓDÁS AZ ÉGBOLT ALAPJÁN

4.26 Nyári délután van, hagyományos mutatós órád 3 órát mutat. Hogyan tudod az óra segítségével közelítőleg meghatározni az égtájakat?

4.27 (*Diákolimpiai szakköri feladat*)
Képzeld el, hogy egy televíziós túlélőshow szereplőjeként letettek valahol a Föld egy ismeretlen táján, emberi településektől távol. Milyen megfigyeléseket végeznél, hogy minél pontosabban megállapítsd, hol vagy? Túlélőcsomagodban van papír, írószer, körző, vonalzó. Mobiltelefonodat elvették, de a (nem okos) órádat meghagyták, és a magyarországi időt mutatja. (Időd van, megfigyeléseid akár sok napot is igénybe vehetnek.)

4.28 (*Diákolimpiai szakköri feladat*)
Hétvégi túrázás alkalmával eltévedsz az Alföldön. Tudod, hogy észak felé van egy tanya, ahol megszállhatnál éjszakára. Látod, hogy éppen lenyugszik a Nap, de az égen felhők gyülekeznek, nem látszanak csillagok. Azt azonban tudod, hogy épp nyári napforduló van. Merre indulsz tovább?

4 Tájékozódás az égbolton

FELELETVÁLASZTÁSOS FELADATOK

1. Mit neveznek a csillagászok csillagképnek?

A. Olyan csillagokból álló halmazokat, amelyek egymással fizikai kapcsolatban állnak.
B. Olyan, csupán a látvány alapján elkülönülő területeit a csillagos égboltnak, amelyek az égi tájékozódást segítik.
C. Olyan galaxisok és galaxishalmazok együttesét, amelyek térben egymáshoz közel helyezkednek el, és nagy tömegük miatt a földi élet alakulására is hatással vannak.

2. A Betelgeuse ______ a(z) ______ csillagképben.

A. fehér törpe, Orion
B. vörös szuperóriás, Orion
C. vörös szuperóriás, Oroszlán
D. fekete lyuk, Oroszlán

3. Az alábbiak közül melyik szolgálhat kísérleti bizonyítékul a Föld forgására.

A. A Holdnak mindig ugyanazt az oldalát látjuk.
B. A pálca árnyékának elmozdulása a napórán.
C. A csillagok éves parallaxisa.
D. A szabadon lengő inga lengési irányának megváltozása.

4. Egy kutató expedíciós blogjában a következőt olvashatjuk: „A fénylő csillagok itt karácsonykor nem kelnek fel és nyugszanak le, hanem a horizonttal párhuzamosan, körbe-körbe járnak az égen.” Hol írta a feljegyzéseit a kutató?

A. Az Egyenlítőn.
B. A Déli-sarkon.
C. Az Északi-sarkon.

5. Repülővel Budapestről Stockholmba utaztunk (lásd a mellékelt térképvázlatot). Magyarországról napnyugta környékén indult a gép, és nagyjából két óra repülési idő elteltével szintén napnyugtakor landolt Svédországban. Melyik évszakban történt az utazás?

A. Télen.
B. Nyáron.
C. Bármelyik évszakban történhetett az utazás.

6. Sajnovics János és Hell Miksa 1769-ben a norvégiai Vardö szigetéről követte nyomon a Vénusz Nap előtti átvonulását helyi idő szerint este 9 és hajnali 3 óra között. Azért utaztak a sarkkörön túlra, hogy az Európa túlnyomó részéről megfigyelhetetlen jelenséget láthassák. Milyen évszak volt ekkor az egykori Pest-Budán?

A. Nyár.
B. Tél.
C. A megadott adatok alapján nem lehet eldönteni.

7. Az ábra egy hosszú expozíciós idejű felvételt mutat az éjszakai égről középen a Sarkcsillaggal. (Ilyenkor a fényképezőgép egy állványon nyugszik, és a felvétel nem egy pillanat alatt készül, hanem hosszan éri a fény a készülék érzékelőjét.) Körülbelül mennyi időn keresztül készülhetett a kép?

A. Körülbelül 1-1,5 óra alatt.
B. Körülbelül 6-7 óra alatt.
C. Körülbelül 12-13 óra alatt.

8. Vannak csillagképek, amelyek a Föld egyes területeiről látszanak, Magyarországról azonban egyáltalán nem, sem a nyári, sem pedig a téli éjszakákon. Mi takarja el ezeket a csillagokat a szemünk elől?

A. A Nap.

B. A Hold.
C. A Föld.
D. Telihold idején a Hold, újhold idején pedig a Nap.

9. Mikor láthatjuk a Merkúrt Magyarországról, éjfél körül, az éjszakai égbolton?
A. Csak nyáron.
B. Csak télen.
C. Bármely évszakban láthatjuk.
D. Sohasem láthatjuk.

10. Miért van Magyarországon januárban hidegebb, mint júliusban?
A. Mert a Nap „alacsonyabban jár", sugárzása laposabb szögben éri a földfelszínt.
B. Mert többször van felhős idő, s nehezebben melegszik fel a levegő.
C. Mert a Föld keringése során télen messzebb van a Naptól.

11. Mikor van nyár a Föld déli féltekéjén?
A. Ugyanakkor, amikor az északi féltekén.
B. 3 hónappal később, mint az északi féltekén.
C. 6 hónappal később, mint az északi féltekén.

12. Egy bizonyos csillagkép ma éjjel 11 órakor majdnem pontosan a fejünk felett látszik. Egy hónap múlva, szintén éjjel 11 órakor merre látjuk az égen ugyanezt a csillagképet?
A. Majdnem pontosan a fejünk felett.
B. Kissé lejjebb, a nyugati égbolton.
C. Kissé lejjebb, a keleti égbolton
D. Nem látjuk, mert már nyugaton lebukott a horizont alá.

13. Az egyes évszakok során más-más csillagképeket látunk az égbolton. Ez azért van, mert
A. a Föld kering a Nap körül.
B. a Föld forog a tengelye körül.
C. a Nap folyamatosan mozog a csillagokhoz képest.
D. a Föld gömb alakú.

14. Az égre nézve hogyan lehet megkülönböztetni a bolygókat a csillagoktól?
A. Az éjszaka során a bolygó láthatóan végighalad a csillagok között.
B. A bolygó helyzete éjszakáról éjszakára kissé megváltozik a csillagokhoz képest.
C. A bolygók minden este napnyugta után rövidesen lenyugszanak.
D. A bolygók fénye jobban vibrál, mint a csillagoké.

15. Az alábbi megfigyelések közül melyikből következik kétséget kizáróan, hogy a Föld gömb alakú?
A. Az égbolt forogni látszik körülöttünk.
B. Északabbra utazva magasabban látni a Sarkcsillagot.
C. A hajók eltűnni látszanak a messzi horizonton.
D. Holdfogyatkozáskor mindig kör alakú a Föld árnyéka.

16. Ha űrhajósok huzamosabb ideig tartózkodnának a Holdon, milyennek figyelnék meg a Föld látszólagos mozgását az égen?
A. Keleten kel, és nyugaton nyugszik.
B. Nyugaton kel, és keleten nyugszik.
C. Kel és nyugszik minden sziderikus hónapban egyszer.

D. Nem kel és nyugszik, ugyanott marad az égen.

17. Melyik nem mutat napi mozgást?
A. Nap
B. Hold
C. Bolygók
D. A Sarkcsillag.

18. Milyen irányú a csillagok mozgása az égbolton?
A. Mindig kelet felé mozognak.
B. Mindig nyugat felé mozognak.
C. Az évszakokkal változik a mozgásuk iránya.
D. Attól függ, hogy melyik félgömbön figyeljük meg.

19. Milyen gyorsan mozognak a csillagok az égen?
A. Naponta 1 fokot mozdulnak el.
B. Naponta 12 fokot mozdulnak el.
C. Óránként 15 fokot mozdulnak el.
D. Óránként 360 fokot mozdulnak el.

20. Mi jellemzi a Sarkcsillag napi mozgását?
A. Óránként 15 fokot mozdul nyugat felé.
B. Áll az északi pólus felett.
C. Naponta 1 fokot mozdul kelet felé.
D. Naponta 12-13 fokot mozdul kelet felé.

21. Melyik csillagképben nem lehet sosem megtalálni a Napot?
A. Orion
B. Szűz
C. Ikrek
D. Rák

22. Melyik csillagképben nem tartózkodik soha a Jupiter?
A. Rák
B. Oroszlán
C. Kos
D. Nagy Medve

23. Egy óra alatt melyik égitest mozdul el legkevésbé az égbolton?
A. Mars
B. Hold
C. Sarkcsillag
D. Nap

24. Magyarországról nézve a Kis Medve csillagkép soha nem kel fel és nyugszik le, ez úgy nevezik, hogy:
A. egyetemes
B. állandó
C. cirkumpoláris
D. precessziós

25. A következő égitestek közül, melyik végez retrográd (visszafelé irányuló) mozgást is?
A. Nap
B. Hold
C. Szaturnusz
D. Sarkcsillag

26. Nap körüli keringése során Föld naponta körülbelül hány foknyit halad előre?.
A. 10
B. 1
C. 12
D. 15

27. A Nap égi pályájának neve
A. egyenlítő.
B. ekliptika.
C. horizont.
D. zenit.

28. Mikor végez a Jupiter retrográd mozgást?
A. Közel a legnagyobb elongációnál.
B. Közel az oppozícióhoz.
C. Közel a konjunkcióhoz, amikor a Jupiter a Nap mögött halad el.
D. Közel a konjunkcióhoz, amikor a Jupiter a Nap előtt halad el.

29. Az északi félgömbről nézve milyen napi mozgást végeznek a bolygók a horizonthoz képest?
A. Keleten kelnek, nyugaton nyugszanak.
B. Nyugaton kelnek és keleten nyugszanak.
C. Többnyire észak felé mozognak.
D. Többnyire dél felé mozognak.

30. A déli félgömbről nézve milyen napi mozgást végeznek a bolygók a horizonthoz képest?
A. Keleten kelnek, nyugaton nyugszanak.
B. Nyugaton kelnek és keleten nyugszanak.
C. Többnyire észak felé mozognak.
D. Többnyire dél felé mozognak.

31. Az északi félgömbről nézve milyen napi mozgást végeznek a csillagok a horizonthoz képest?
A. Keleten kelnek, nyugaton nyugszanak.
B. Nyugaton kelnek és keleten nyugszanak.
C. Többnyire észak felé mozognak.
D. Többnyire dél felé mozognak.

32. A déli félgömbről nézve milyen napi mozgást végeznek a csillagok a horizonthoz képest?
A. Keleten kelnek, nyugaton nyugszanak.
B. Nyugaton kelnek és keleten nyugszanak.
C. Többnyire észak felé mozognak.
D. Többnyire dél felé mozognak.

33. Ha az északi féltekén délben a Napot látjuk, akkor milyen irányba nézünk?
A. Kelet felé.

B. Dél felé.
C. Nyugat felé.
D. Észak felé.

34. egy északi félgömbön levő városból nézve hol kel a Nap a nyári napfordulókor?
A. Keleten.
B. Északkeleten.
C. Nyugaton.
D. Délkeleten.

35. Amikor a Vénusz eléri legnagyobb keleti elongációját (a Naptól való szögtávolság), akkor
A. a Nappal szemben van az égen.
B. Hajnalcsillagként figyelhető meg.
C. Esti csillagként figyelhető meg.
D. konjunkcióban van a Nappal.

36. Melyik csillagászati körforgáson alapul a hónap mint időegység?
A. A Holdnak a horizonthoz viszonyított mozgásán.
B. A Holdnak a csillagokhoz viszonyított mozgásán.
C. A Hold évi mozgásán.
D. A Hold fázisainak váltakozásán.

37. Egy este közvetlenül a naplemente után feltűnik az Esthajnalcsillag. Hogyan tudnád megállapítani, hol húzódik az ekliptika az égbolton?
A. A naplemente helyét a Sarkcsillaggal összekötő egyenes adja az ekliptika irányát.
B. A naplemente helyét az Esthajnalcsillaggal összekötő egyenes adja az ekliptika irányát.
C. Az Esthajnalcsillagot a Sarkcsillaggal összekötő egyenes adja az ekliptika irányát.
D. Az Esthajnalcsillagon át a horizonttal párhuzamos vonal az ekliptika.

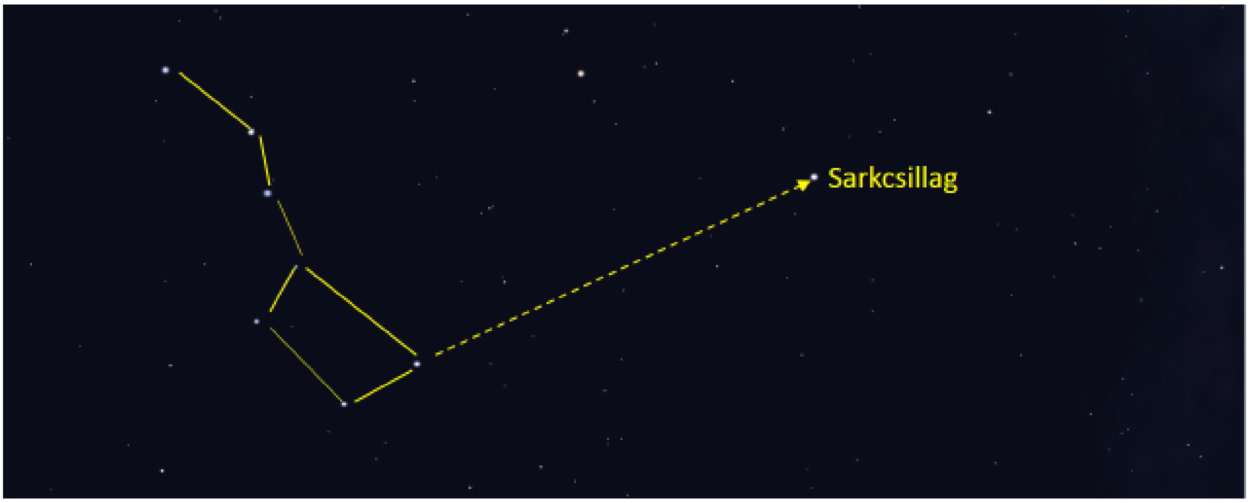
38. Mikor látható a Nap az ekliptika fölött vagy alatt?
A. Nyáron.
B. Télen.
C. Teljes napfogyatkozáskor.
D. Semmikor, a Nap mindig az ekliptikán tartózkodik.

39. Melyik megfigyelés, mutatja leghatásosabban, hogy a Jupiter messzebb van a Földtől, mint a Nap?
A. A Jupiter 12-szer annyi idő alatt jár körbe az ekliptikán, mint a Nap.
B. A Jupiter soha nem látható.
C. A Jupiter retrográd (visszafelé irányuló) mozgást is végez, a Nap nem.
D. A Jupiter lehet a Nappal szemben is az égen.

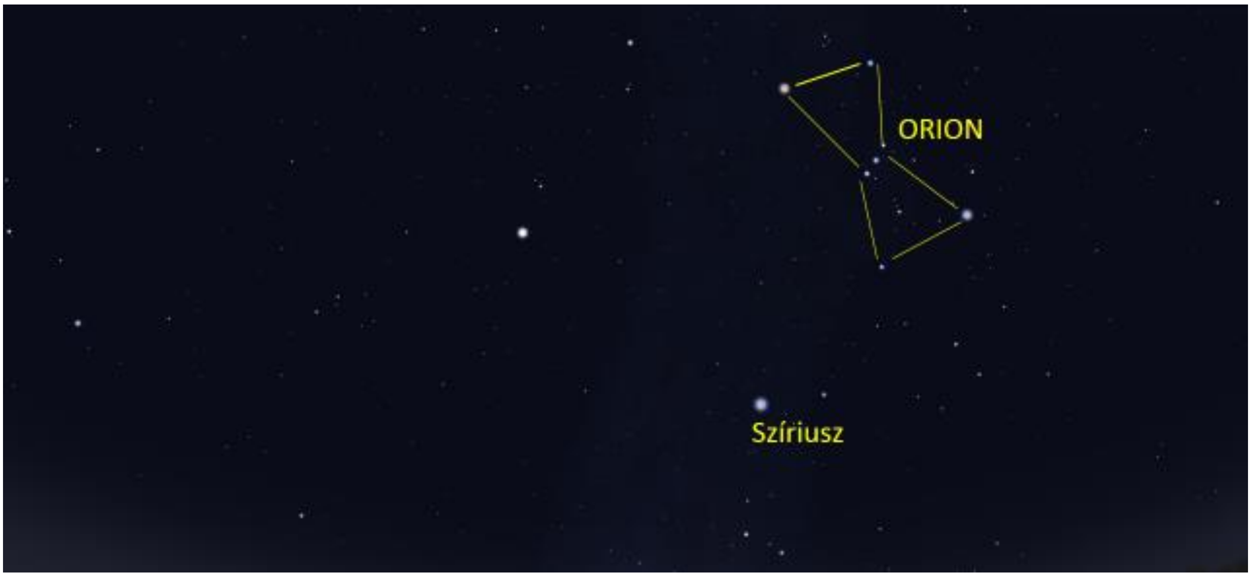
40. Egy északi félgömbön levő városból nézve hol kel a Nap a téli napforduló idején?
A. Keleten.
B. Északkeleten.
C. Nyugaton.
D. Délkeleten.

Megoldás 4

4.1 A Göncölszekér hátsó két csillagát összekötő szakasz meghosszabbítása majdnem pontosan a Sarkcsillagra mutat. (Látható a Kisgöncöl is.)

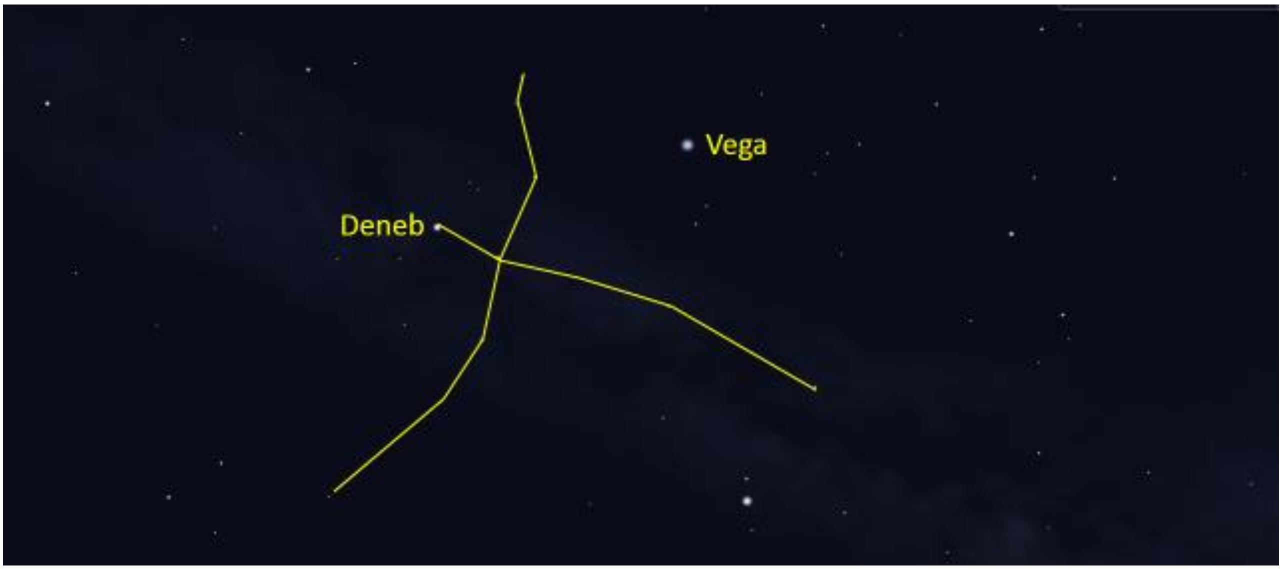


4.2 (a) Télen.
(b) A képen felismerhető Orion, a Vadász. Mellette vannak a kutyái, balra lent a Nagy Kutya, ennek legfényesebb csillaga a Szíriusz.



4.3 Kassziopeia (Mitológiabeli királyné. Leánya, Androméda és férje, Cepheusz is fent vannak az égen, szárnyas lovukkal, Pegazussal együtt.)

4.4



4.5 (a) Budapest földrajzi szélessége 47,5°.

(b) 50° szélességen fekvő főváros: Prága. (Kissé északabbra Kijev.)

(c) Az Egyenlítőről.

(d) A zeniten.

(e) Nem. Körülbelül a déli 60°-os szélességi kör felett van. A déli pólus felett nincs a Sarkcsillaghoz mérhető fényességű csillag.

4.6 Igen, hiszen a Sarkcsillag Budapesten 47,5°-kal az északi horizont felett látszik. A déli horizonton látható csillag deklinációja

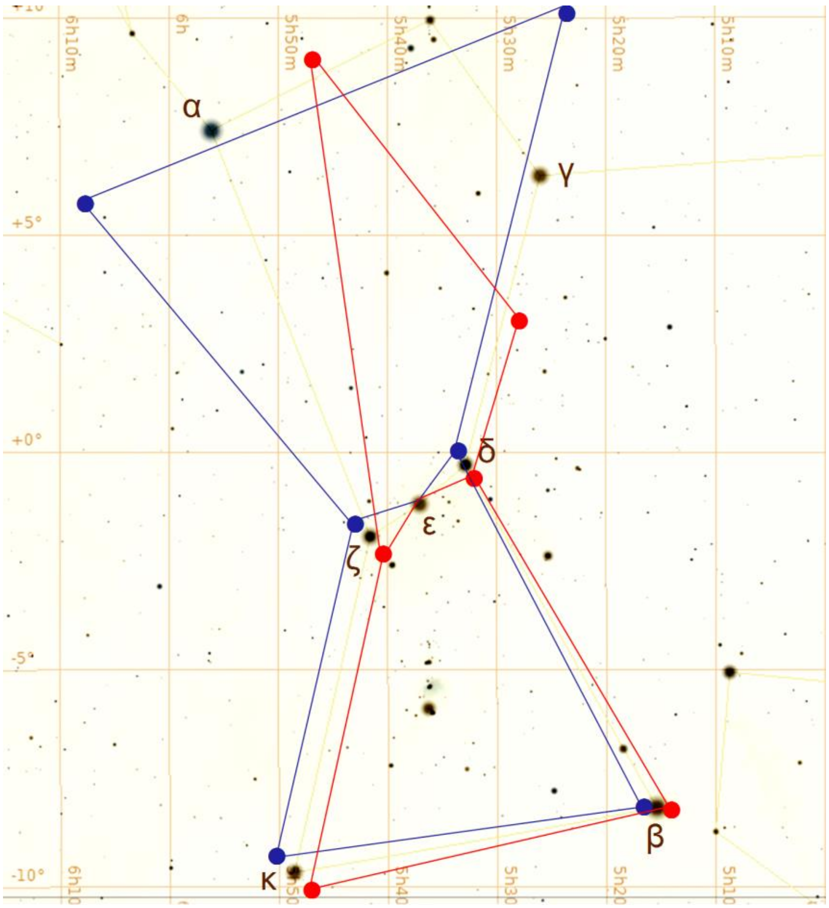
47,5° – 90° = –42°.

Negatív deklinációjú fényes csillagok például:
Sziriusz (Nagy Kutya): –16°,
Rigel (Orion): –8°,
Spica (Szűz): –10°,
Antares (Skorpió): –26°.

4.7

(a) Dec = 0°, RA = 0h00m
(b) Dec = 23,5°, RA = 6h00m
(c) Dec = 0°, RA = 12h00m
(d) Dec = –23,5°, RA = 18h00m

4.8 (1 óra RA-különbség 15° szögeltérésnek felel meg.)
A kék pontok az egymillió évvel ezelőtt, a pirosak az egymillió év múlva látható csillagképet mutatják.



4.9 hét, nap, év, hónap

4.10 Térképről leolvasva a földrajzi hosszúságok:

Szentgotthárd: K16,2−16,3º
Mátészalka: K22,3−22,4º
A különbség kb. 6,1º

Egy óra alatt 15º-ot fordul a Föld, így ez kb 24 percnek felel meg. Ennyivel előbb kel a nap Mátészalkán.

4.11 A napéjegyenlőségek alkalmával.

4.12 A tó a Baktérítőn fekszik, ezért a mi téli napéjegyenlőségünk (ottani nyári) alkalmával delel a zeniten.

4.13 dec. 21., márc. 21., jún. 21., szept. 23.

4.14 (a) A mi (északi félteke) téli napfordulónk idején a Baktérítő (D23,5°) felett delel a Nap. Budapest földrajzi szélessége É47,5°.

$$90° - (23{,}5° + 47{,}5°) = 19°$$

(b) A felsorolt városok földrajzi szélessége
É60°, É30°, É23°, É15°, D34°, D23,5°, D12°

Az északi féltekén a fenti számítást megismételve:

Oslo 6,5°,
Kairó 36,5°,
Havanna 43,5°,
Manila 51,5°.

A déli féltekén:
Buenos Airesben 90° – (34° – 23,5°) = 79,5°
Ugyanígy Sao Paulóban 90° (Sao Paulo a Baktérítőn fekszik, a Nap a zeniten delel.)
Lima a Baktérítőnél alacsonyabb szélességen fekszik:

$$90° - (23{,}5° - 12°) = 78{,}5°$$

(c) A mi (északi félteke) nyári napfordulónk idején a Ráktérítő fölött delel a Nap. Budapesten tehát

$$90° - (47{,}5° - 23{,}5°) = 66°$$

(d) Ugyanígy:

Oslo 53,5°,
Kairó 83,5°,
Havanna 89,5° (majdnem a Ráktérítőn).

Manila a Ráktérítőnél alacsonyabb szélességen fekszik:

$$90° - (23{,}5° - 15°) = 81{,}5°$$

A déli féltekén Buenos Airesben

$$90° - (23{,}5° + 34°) = 32{,}5°,$$

Sao Paulóban 43°,
Limában 54,5°.

4.15 (a) A Hold az égbolton egy holdhónap (szinodikus periódus), 29,5 nap alatt tesz meg egy teljes fordulatot. Egy nap alatt az elmozdulás átlagosan

$$\frac{360°}{29{,}5} = 12{,}2°$$

(b) A Hold keringési periódusa (sziderikus periódus) 27,3 nap.

$$\frac{360°}{27{,}3} = 13{,}2°$$

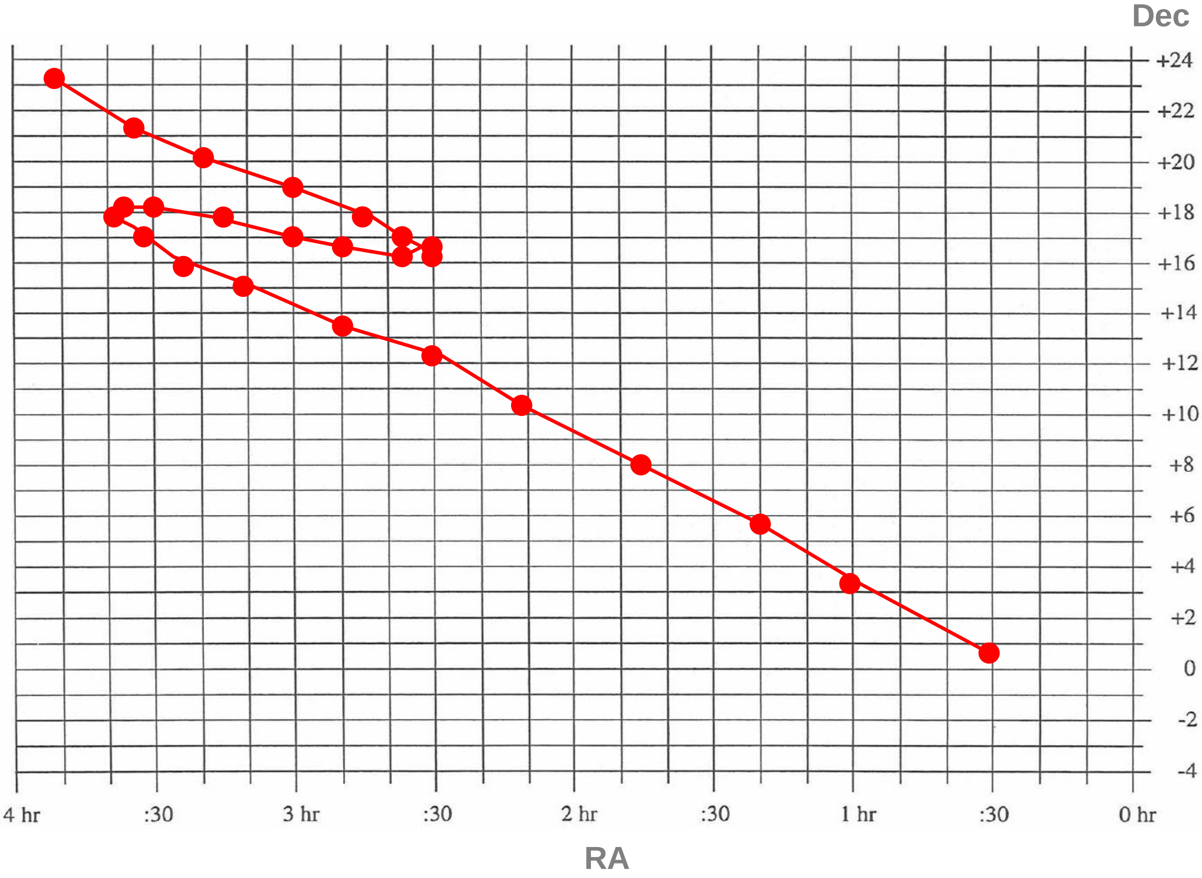
(Azért átlagértékek, mert a Hold pályája nem kör, hanem ellipszis.)

(c) Az óránkénti elmozdulás (mindkét vonatkoztatási rendszerben) kb. fél fok, akkora, mint maga a holdtányér.

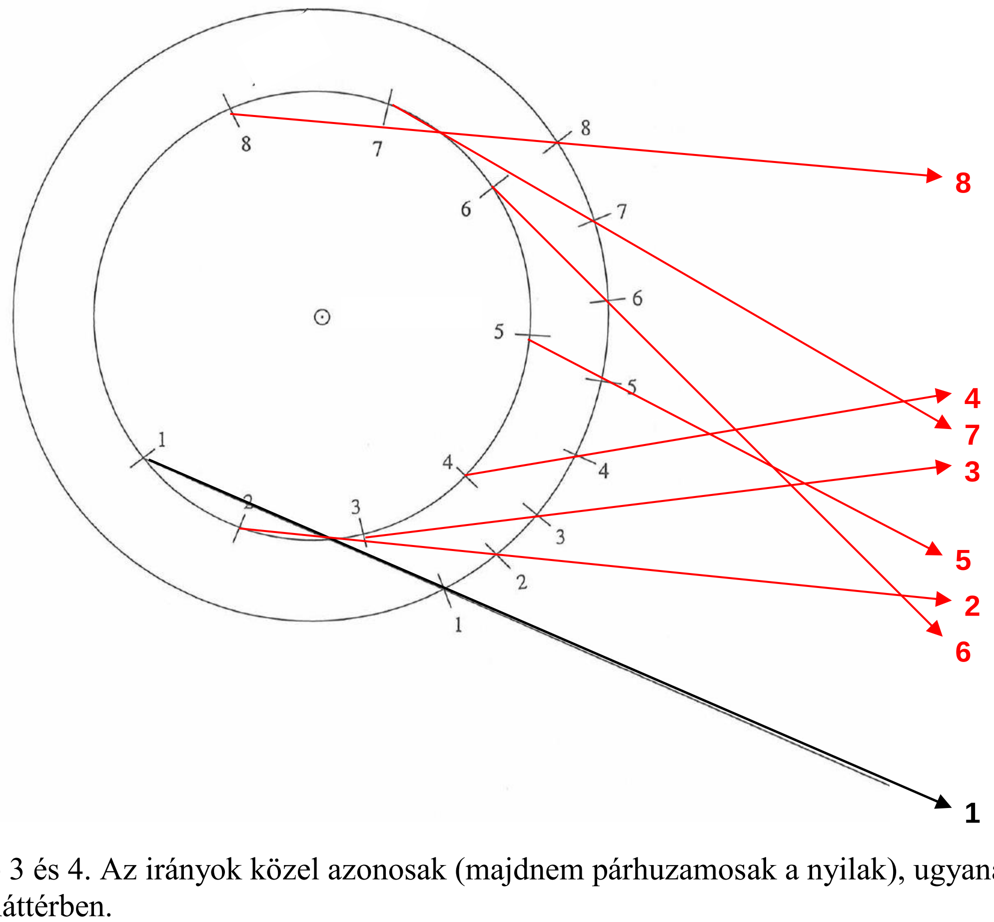
4.16 Hold, Merkúr, Mars, Nap

4.17 Auckland Új-Zélandon van, a déli féltekén márciusban ősz van, ott tehát hosszabbodnak az éjszakák.
Helyesen: március elején **még** rövidek az éjszakák.

4.18 Retrográd mozgás: kb. 1595 október 1. és december 15. között.



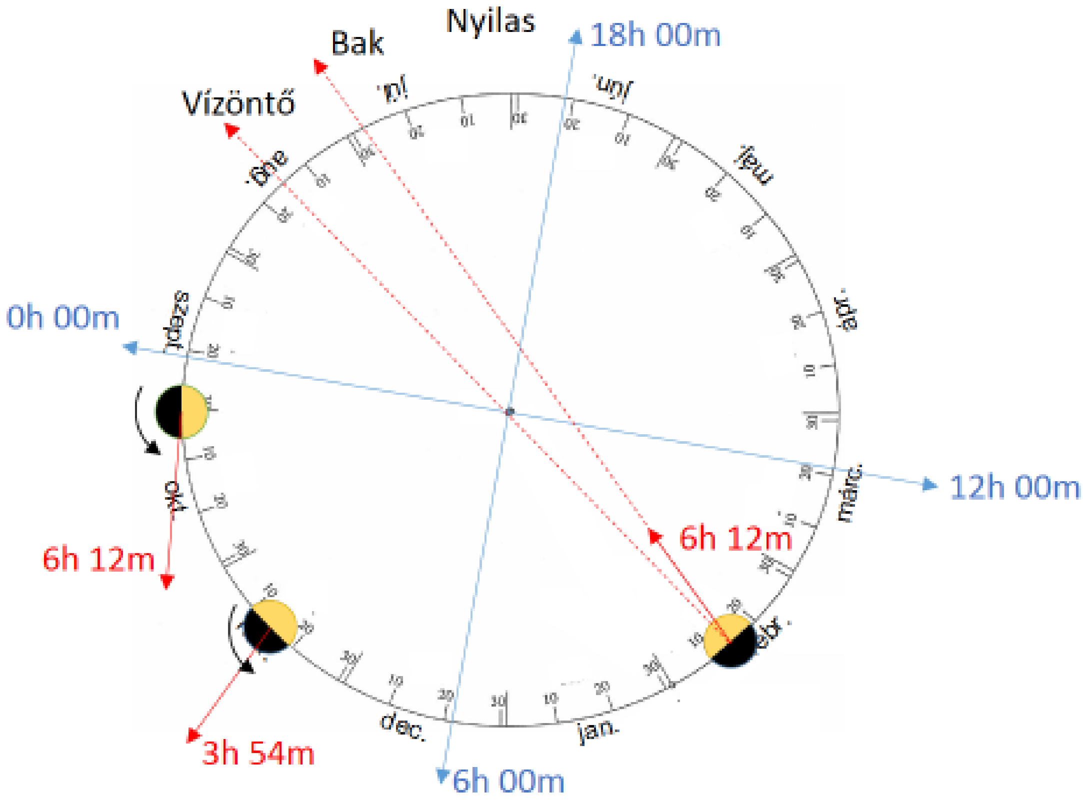
4.19 (a)



(b) 3 és 4. Az irányok közel azonosak (majdnem párhuzamosak a nyilak), ugyanazok a csillagok látszanak a háttérben.

4.20 (a) Halak, majd Kos,
(b) Mérleg, majd Skorpió.

4.21 (a) Az ábra a Föld helyzett mutatja az év során. Március 21-én a Földhöz képest a Nap irányában van a 0h 00m rektaszcenzió. Ehhez képest megállapítható az üstökös iránya. Az éjszakai éggömbnek arról a részéről látszik, ahol hamarosan nappal lesz, tehát hajnalban lehet megfigyelni.



(b) Az üstökös majdnem a Nappal ellentétes irányban van. Ha az Egyenlítőn lenne, 18 órakor kelne és 6 órakor nyugodna. Első, durva közelítésnek ez is elfogadható válasz.

Valójában 21 fokkal az Egyenlítőtől északra van, tehát valamivel előbb kel és később nyugszik. (Ha az északi sarkkörön lenne, épphogy cirkumpoláris lenne, délben kelne és nyugodna. Ez az időkülönbség a deklinációval gyorsulva nő.) Becslés: kb. 17 órakor kelt és 7 órakor nyugodott.

(c) Az üstökös a Bak csillagképben volt, a Nap pedig a Vízöntőben.
Az üstökös napközelben járt, kb ugyanakkora távolságra volt, mint a Nap. Így a csóva az égbolton a Bak felől a Vízöntővel ellentétes irányba mutatott, vagyis a Nyilas felé.

4.22 (a) Dec = 90° – 23,5° = 66,5°,

RA = 18h00m, a Sárkány (Draco) csillagképben.

(b) Majdnem a pólus által leírt kör átellenes pontjáig kell várni: 14 000 körül.

(c) Legalább $\frac{40'}{50''} \approx 50$ évig.

(d) $160 \cdot 50'' \approx 2°$

(e) $2200 \cdot 50'' \approx 30°$, ami 2 óra RA-különbségnek felel meg: az akkori 00h00m a mostani 2h00m, amely a Kos (Aries) csillagképben van, vagyis a Kos csillagképben volt akkor a tavaszpont.

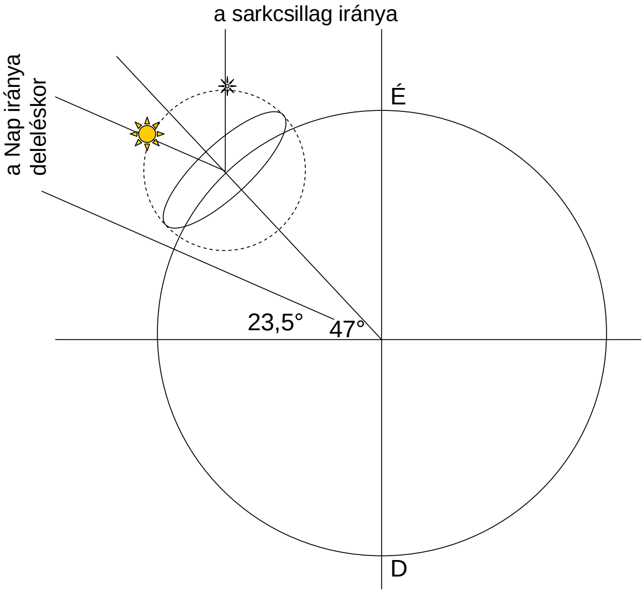
4.23 Kb. 13 000 év múlva.

4.24 Amint a Nap és a bolygók egy év alatt körbejárják az ekliptikát, a tavaszpontot vagy őszpontot elhagyva egyre távolodnak az égi egyenlítőtől, majd egy maximális távolságot elérve elkezdenek visszatérni hozzá. Az ókorban ezek a visszatérési pontok a Rák, illetve a Bak csillagképekben voltak.
Ha a térítőkörök ma kapnák a nevüket, a precesszió miatt már „Bikatérítőnek” (vagy „Ikrektérítőnek”), illetve „Nyilastérítőnek” hívnák őket.

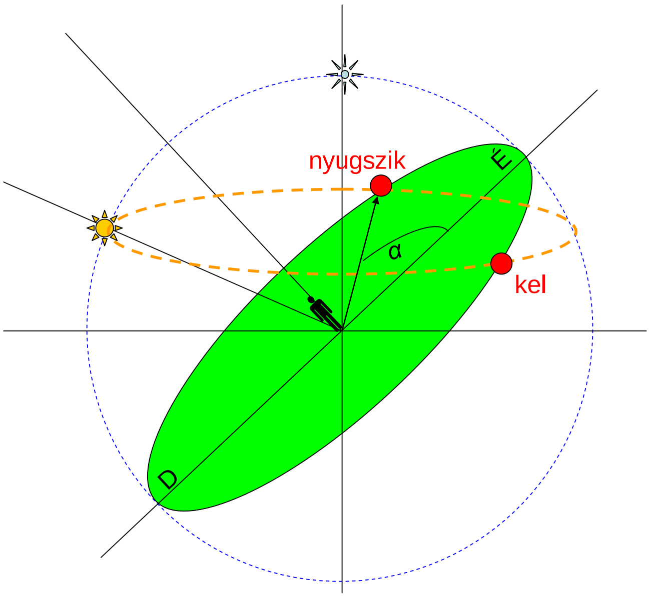
4.25 Mérleg

4.26 A nyári időszámítás miatt valójában csak két óra van. Az óra számlapját úgy kell beállítani, hogy a 2-es mutasson a Nap felé. Ekkor a 2-es és a 12-es közötti szög felezője körülbelül a déli irányt adja. (Pontatlan, mert az óra számlapját valójában az Egyenlítő síkjába kellene állítani, de ehhez éppen az égtájak ismerete volna szükséges.) A gyakorlatban is figyelembe vehető korrekció: Magyarország nem az időzóna közepén fekszik, hanem attól keletre, a helyi idő tehát nem 2 óra, hanem valamivel több.

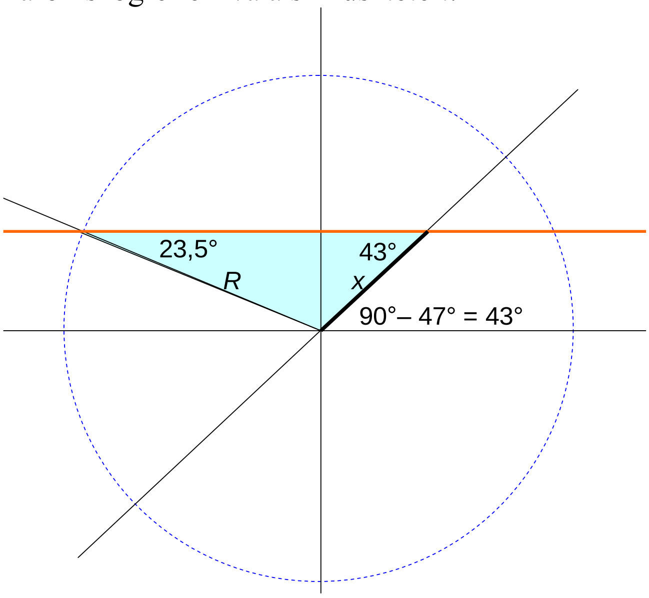
4.28 Az Alföldön a földrajzi szélesség vehető 47°-nak. Az ábra a megfigyelő helyét és az általa látott
éggömböt mutatja, rajta a sarkcsillaggal és a Nap delelési pozíciójával.



A második ábra ugyanezt az éggömböt mutatja, a Nap látszólagos útját is feltüntetve.



Meghatározandó az α szög.
Kétdimenziósra egyszerűsítve az ábrát, és a színes háromszögre felírva a szinusztételt:



$$\frac{R}{\sin 43°} = \frac{x}{\sin 23{,}5°}$$
$$x = 0{,}585R$$

Ez alapján $\cos\alpha = 0{,}585$. Így $\alpha = 54°$-kal a lenyugvó nap irányától jobbra van észak, arra kell elindulni.

FELELETVÁLASZTÁSOS FELADATOK

1. B. Olyan, csupán a látvány alapján elkülönülő területeit a csillagos égboltnak, amelyek az égi tájékozódást segítik.

2. B. vörös szuperóriás, Orion

3. D. A szabadon lengő inga lengési irányának megváltozása.

4. C. Az Északi-sarkon.

5. B. Nyáron.

6. A. Nyár.

7. B. Körülbelül 6-7 óra alatt.

8. C. A Föld.

9. D. Sohasem láthatjuk.

10. A. Mert a Nap „alacsonyabban jár”, sugárzása laposabb szögben éri a földfelszínt.

11. C. 6 hónappal később, mint az északi féltekén.

12. B. Kissé lejjebb, a nyugati égbolton.

13. A. a Föld kering a Nap körül.

14. B. A bolygó helyzete éjszakáról éjszakára kissé megváltozik a csillagokhoz képest.

15. D. Holdfogyatkozáskor mindig kör alakú a Föld árnyéka.

16. D. Nem kel és nyugszik, ugyanott marad az égen.

17. D. A Sarkcsillag.

18. B. Mindig nyugat felé mozognak.

19. C. Óránként 15 fokot mozdulnak el.

20. B. Áll az északi pólus felett.

21. A. Orion

22. D. Nagy Medve

23. C. Sarkcsillag

24. C. cirkumpoláris

25. C. Szaturnusz

26. B. 1

27. B. Ekliptika.

28. B. Közel az oppozícióhoz.

29. A. Keleten kelnek, nyugaton nyugszanak.

30. A. Keleten kelnek, nyugaton nyugszanak.

31. A. Keleten kelnek, nyugaton nyugszanak.

32. A. Keleten kelnek, nyugaton nyugszanak.

33. B. Dél felé.

34. B. Északkeleten.

35. C. Esti csillagként figyelhető meg.

36. D. A Hold fázisainak váltakozásán.

37. B. A naplemente helyét az Esthajnalcsillaggal összekötő egyenes adja az ekliptika irányát.

38. D. Semmikor, a Nap mindig az ekliptikán tartózkodik.

39. A. A Jupiter 12-szer annyi idő alatt jár körbe az ekliptikán, mint a Nap.

40. D. Délkeleten.

5 Az égitestek mozgása

KÖRMOZGÁS, FORGÓMOZGÁS

5.1 Egy csillag 35 fényévre található a Tejútrendszer középpontjától, és 150 km/s sebességgel kering körülötte. Mennyi a keringés periódusideje?

5.2 Mekkora sebességgel kering a Föld (közel kör alakú pályáján) a Nap körül?

5.3 Ismert, hogy a Föld tengelyforgási periódusa 24 óra, pontosabban 23 óra, 56 perc és 4 másodperc. Nem mindig volt ennyi: a következő táblázat mutatja, hogy tengeri üledékek vizsgálata alapján melyik földtörténeti korszakban hány nap volt egy évben, azaz egy Nap körüli keringés során hányat fordult a Föld a saját tengelye körül. (Feltételezhetjük, hogy a Nap körüli keringés periódusa eközben nem változott.)

Földtörténeti idő	Hány millió éve	Napok száma egy évben	A nap hossza (óra)	Különbség (óra)
jelenleg	0	365		
kréta	70	370		
triász	220	372		
perm	290	383		
kora karbon	340	398		
késő devon	380	399		
középső devon	395	405		
kora devon	410	410		
késő szilur	420	400		
középső szilur	430	413		
kora szilur	440	421		
késő ordovicium	450	414		
középső kambrium	510	424		
késő proterozoikum	600	417		
késő proterozoikum	900	486		

(a) Számítsd ki, hány órával volt a mainál rövidebb a nap az egyes korszakokban.

(b) Ábrázold az adatokat az eltelt idő függvényében, illessz a pontokra egyenest, és határozd meg, átlagosan hány másodperccel nőtt a nap hossza évszázadonként.

5.4 A pulzár szupernóva-robbanás után visszamaradó gyorsan forgó neutroncsillag, amely forgásával egyező frekvenciával rádiósugárzást bocsát ki. A Rák csillagképben található Rák-pulzár az 1054-ben észlelt szupernóva-robbanás maradványa. A rádiósugárzás periódusideje jelenleg 0,033 s, de pontos mérések szerint folyamatosan növekszik.
A növekedés mértéke évenként $1{,}26 \cdot 10^{-5}$ s.
(a) Mekkora a pulzár szöggyorsulása?

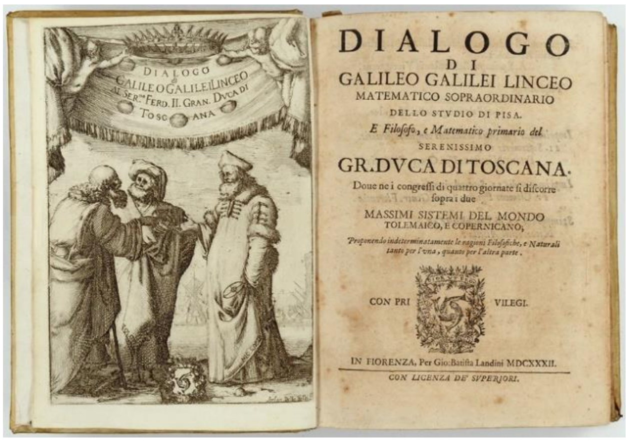
(b) Ha feltételezzük, hogy a szöggyorsulás állandó, hány év múlva szűnik meg a forgás?

(c) Ha feltételezzük, hogy a szöggyorsulás állandó, mennyi volt a periódusidő a pulzár születésekor?

5.5 Az alábbi idézet Galileo Galilei *Dialogo* című könyvéből (1632.) való:

> *Sőt, távcsővel még a Nap felszínén is lehet látni, hogy sűrű, sötét foltok keletkeznek, majd ismét feloldódnak, egészen a föld légkörének fellegeihez hasonlóan; soknak ezek közül oly nagy felülete van, hogy beborítaná nemcsak a Földközi tengert, hanem egész Afrikát és Ázsiát is felülmúlja nagyságban.*
>
> [...] *szükségképpen rajta vannak a Napon és vele együtt, vagy rajta keresztül, szoros kapcsolatban a Nap felületével mozognak* [...] *Következik ez a mozgás látszólagos lassulásából a Nap széle közelében és látszólagos gyorsulásából a közepe táján; következik továbbá a foltok alakjából, melyek a széle közelében a középen találhatókhoz képest* [...] *a gömbfelület hátrahúzódása következtében megrövidültnek mutatkoztak.*
>
> (M. Zemplén Jolán fordítása)

Hányszor gyorsabban látszik mozogni egy napfolt, amikor a napkorong közepén jár, mint amikor a sugár felénél látjuk?



5.6 (a) A Szaturnusz két legnagyobb holdjának, a Titánnak és a Rheának a keringési periódusai 15,9 nap, illetve 4,52 nap. A két hold rezonanciában van egymással, vagyis a keringési idők aránya kis egész számok arányával kifejezhető. Ha a Szaturnuszról nézve a két hold most együttállásban van, legközelebb mennyi idő múlva lesznek ismét együttállásban.

5.7 A Hold 29,5 nap alatt tesz meg egy teljes kört az égbolton. Egy csillagász megfigyeli, amint a Hold átvonul a Jupiter előtt (okkultáció): A Hold pereme eléri a Jupiter korongját, majd 90 másodperc telik el, amíg lassan egészen elfedi.
(a) Mekkora a Jupiter szögátmérője? (Tételezzük fel, hogy a Föld, a Hold és a Jupiter tökéletesen egy vonalban vannak, tekintsük a Hold mozgását egyenletesnek, és a nagy távolság miatt a Jupiter mozgását hanyagoljuk el.)

(b) A Jupiter közepes átmérője 140 000 km. Milyen messze van tőlünk a Jupiter az esemény időpontjában?

5.8 A Föld forgásának (sziderikus, az állócsillagokhoz viszonyított) periódusideje nem pontosan 24 óra. Nem volna szerencsés időszámításunkat az állócsillagokhoz kötni: ha ma éppen délben delel a Nap, akkor fokozatosan elcsúszva fél év múlva már éjfélkor delelne, így nehéz volna az életünk megszervezése. A 24 órás időtartam úgy van megválasztva, hogy átlagosan (helyi időben) 12 órakor deleljen a Nap.
A Föld keringési periódusa 365,256 nap.
Hány óra a tengelyforgási periódus?

5.9 Állapítsd meg merre van most a Jupiter:
A Jupiter átlagos pályasugara 5,2 CSE (excentricitása 0,048, majdnem kör, alig elnyúltabb, mint a 0,017 excentricitású földpálya). Mind a Föld, mind a Jupiter közel egyenletes szögsebességgel kering a Nap körül. A Föld keringési periódusa 365,25 nap, a Jupiteré 4333,6 nap.
(a) Nézz utána, hogy mikor volt a Jupiter utoljára együttállásban vagy oppozícióban a Nappal. Számítsd ki, hány nap telt el azóta. Rajzolj méretarányos koncentrikus körpályákat, és jelöld be rajta a Föld és a Jupiter egymáshoz viszonyított helyzetét.

(b) Mérd meg a Nap és a Jupiter iránya által bezárt szöget.

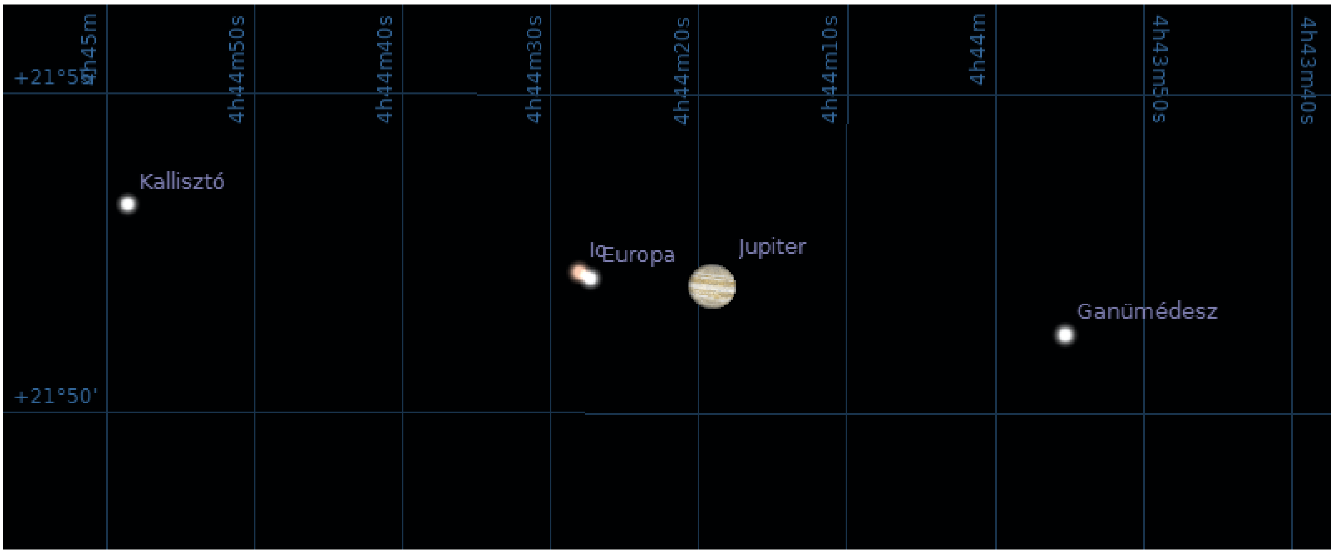
(c) Látható-e most a Jupiter az éjszakai égbolton? Ha igen, inkább este vagy inkább hajnalban?

5 Az égitestek mozgása
GALILEI-HOLDAK

5.10 (a) Az alábbi idézet és nyomdai eszközökkel készült szemléltető ábra Galilei *Sidereus Nuncius* című művéből (1610) való. Ebben számol be elsőként a Jupiter körül keringő holdak felfedezéséről.

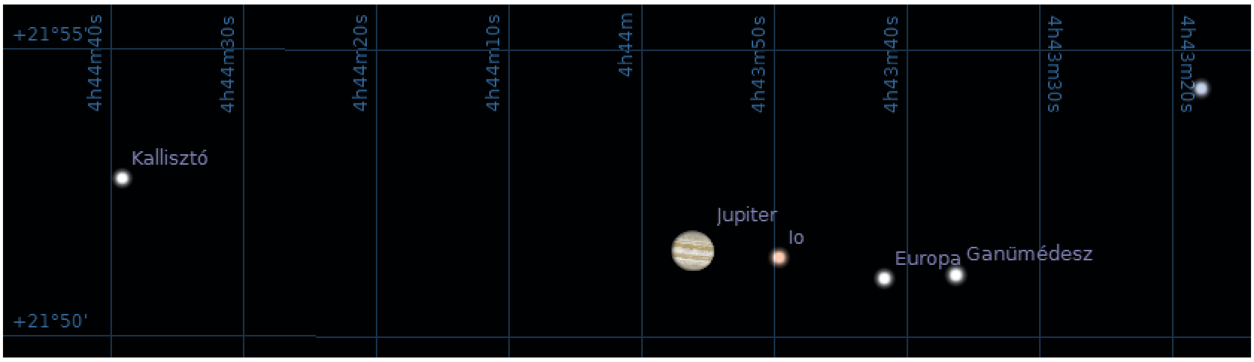
> *Szóval, a jelen ezerhatszáztizedik esztendő január havának hetedik napján, az éjszaka első órájában, midőn az égbolt csillagait néztem a távcsövön keresztül, utamba került a Jupiter. Mivel pedig igen jó műszert használtam (ami azelőtt a másik eszköz gyenge volta miatt nem sikerülhetett), három kis csillagocskát láttam mellette állni, kicsiket, de fényeseket. Ezek, bár állócsillagnak hittem őket, nem kis csodálkozásomat váltották ki, mivel pontosan egyenes vonalban látszottak az ekliptikával párhuzamosan, és a többi hasonló nagyságúnál ragyogóbbak voltak. Egymás közt és a Jupiterhez képest így helyezkedtek el:*
>
> 
>
>
> *vagyis a keleti oldalon két csillag volt, egy pedig nyugaton. A keletibb és a nyugati a harmadiknál kissé fényesebbnek tűnt. Az egymás és a Jupiter közti távolságaik legkevésbé sem izgattak, mivel mint mondottuk már, állócsillagnak hittem őket.*
>
> (Csaba György Gábor fordítása)

A következő ábra számítások alapján rekonstruálja a négy Galilei-féle Jupiter-hold elhelyezkedését 1610. január 7-én este. Galilei azonban csak három holdról írt. Vajon miért csak hármat látott?



(b) A következő napon, január 8-án Galilei újra megfigyelte a holdakat, ekkor is csak három holdról számolt be. (Feljegyzései alább olvashatók.) Most mi lehetett ennek az oka?

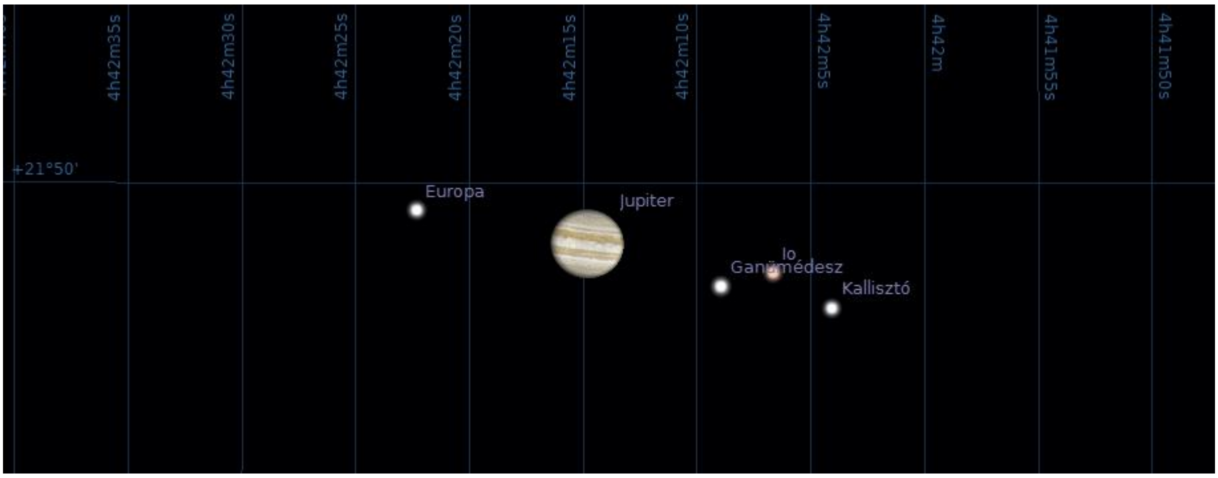
De midőn nyolcadikán, nem is tudom, milyen fátumtól vezettetve, visszatértem ugyanazoknak a megfigyeléséhez, teljesen más helyzetet találtam: mindhárom csillagocska ugyanis nyugaton volt, egészen közel a Jupiterhez és egymáshoz, akárcsak az előző éjszakán, egymástól egyenlő távolsággal elválasztva, mint a következő rajz mutatja.



(c) Ettől kezdve Galilei, amikor csak az időjárási viszonyok engedték, hónapokon át naponta végzett megfigyeléseket, és rendre lerajzolta a holdak helyzetét a Jupiterhez képest (egyes napokon kétszer is). Az észlelés során időnként a napnyugta óta eltelt órák számát jegyezte fel (általában óra pontossággal), a holdak helyét a Jupiterhez viszonyítva szögpercekben adta meg. (A Sidereus Nuncius március 2-áig sorolja fel a megfigyelési adatokat.) Január 13-án első ízben látott négy holdat:

... Tizenharmadikán négy csillagocskát figyeltem meg a Jupiterhez képest ilyen elrendezésben: három volt nyugaton, és egy keleten, közel egyenest határoztak meg; a nyugatiak közül a középső egy kicsikét északabbra tért el az egyenestől. A legkeletibb két percnyire volt a Jupitertől; a többi és a Jupiter távolsága egy-egy percnyi volt csak. Mindegyik csillag egyforma, bár csekély nagyságú volt, ám igen fényesek, és az ugyanekkora állócsillagoknál sokkal ragyogóbbak voltak. ...

Az alábbi ábra alapján Jupitertől mekkora szögtávolságra volt a legkeletebbi hold?



5.11 A táblázatban a négy Galilei-féle Jupiter-hold adatai láthatók.

	Közepes pályasugár (km)	Keringési idő (nap)
Io	412 600	1,77
Europa	670 900	3,55
Ganümédesz	1 070 000	7,16
Kallisztó	1 880 000	16,69

Galilei, amikor csak az időjárási viszonyok engedték, hónapokon át naponta végzett megfigyeléseket. Megfigyeléseinek részletes felsorolása után az alábbiakat állapítja meg a négy hold mozgásáról. Az egyik hold keringési idejére becslést is ad. Melyikre? A többi keringési időt nem sikerül megállapítania. Miért?

Ezek az általam nemrég felfedezett négy Medici-bolygó észlelései, amelyekből bár azok keringési idejét még nem tudom megadni számadattal, de azt legalábbis kijelenthetem róluk, hogy valóban figyelemre méltók. Először is, a Jupitert hasonló közökkel hol követik, hol megelőzik, és attól mind keleten, mind nyugaton csak igen szűk határok közt távolodnak el, és azt előretartó és hátráló mozgásában is egyaránt követik, mintha körülötte végeznék körforgásukat, miközben a világ középpontja körül mind ugyanazon tizenkét éves periódust teljesítik, ebben senki sem kételkedhet. ...

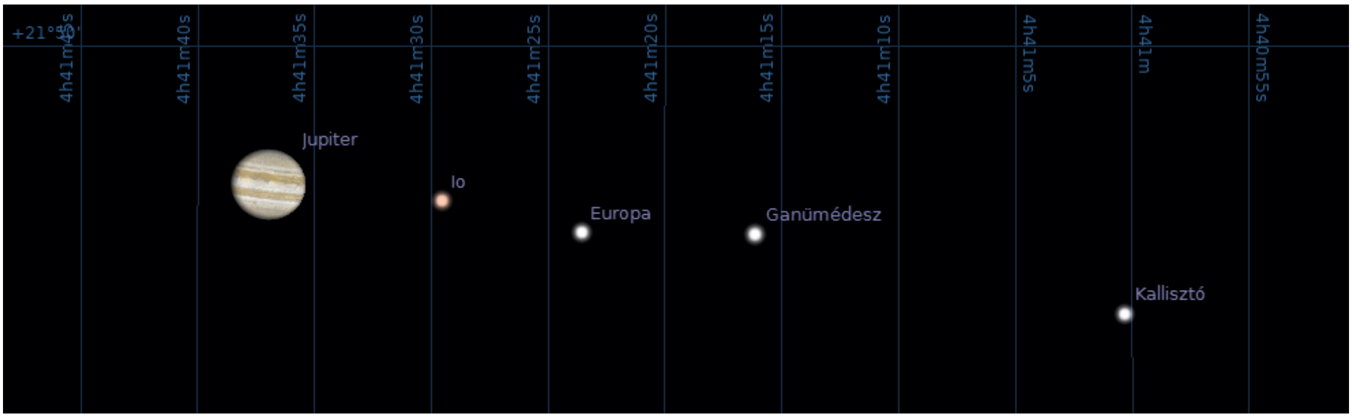
Észrevehető továbbá, hogy azok a planéták, amelyek szűkebb kört írnak le a Jupiter körül, gyorsabban keringenek. Ugyanis a Jupiterhez legközelebbi csillagok gyakran látszottak keletinek akkor, amikor előző nap még nyugaton jelentek meg, és viszont; de a legnagyobb körön mozgó planéta, alaposan megvizsgálva pontosan feljegyzett keringését, félhavi visszatéréseket látszik mutatni. Ezenkívül nagyszerű és kiváló érvet ajánlok azok aggályaival szemben, akik a kopernikuszi rendszerben a bolygók Nap körüli keringését nyugodtan elfogadják – de igen megzavarodnak attól, hogy az egyetlen Hold a Föld körül mozog, miközben mindkettő évi kört jár be a Nap körül, hogy ezt az egész világrendszert mint lehetetlent, elvetendőnek gondolják. Most pedig nem egyetlen bolygónk van, amely egy másik körül tud keringeni, miközben mindkettő a Napot egy nagy körön járja körül, hanem érzékelésünk négy vándorló csillagot mutat a Jupiter körül, amelyek éppúgy, ahogy a Hold a Föld körül, mind hasonlóképpen a Jupiterrel 12 év alatt nagy kört járnak be a Nap körül. ...

5.12 A Jupiter körül keringő holdakat nehéz egymástól megkülönböztetni. Legkönnyebb a legtávolabb keringő holdat azonosítani, amikor messze látható a Jupitertől: ilyenkor tudhatjuk csak biztosan, hogy mindig ugyanazt a holdat látjuk.

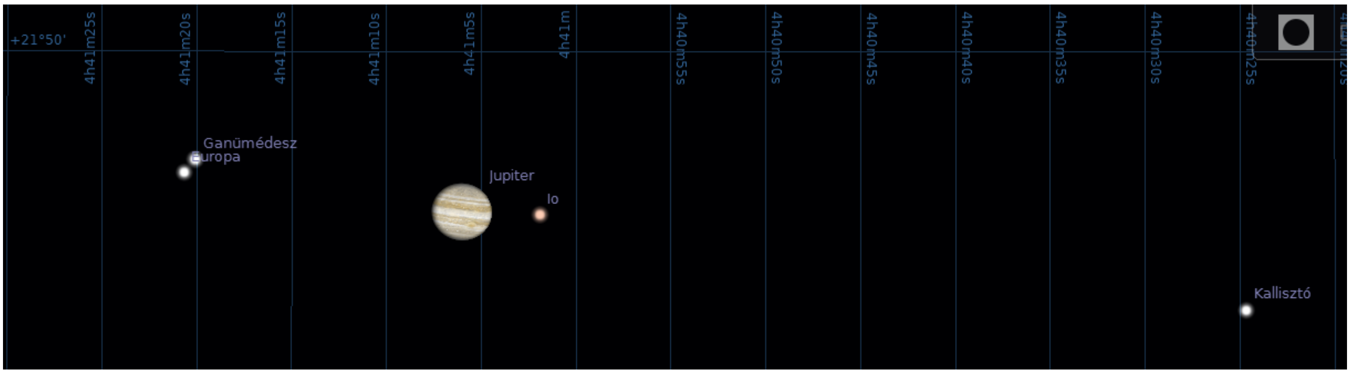
Az alábbi adatsor Galilei megfigyelései közül hat olyant tartalmaz, ahol az egyik holdat legalább 7 szögpercnyire észleli a Jupitertől. Mindegyik Galilei-ábra mellett felsorolva láthatók a Galilei által feljegyzett szögtávolságok, valamint egy ugyanarra az estére vonatkozó rekonstruált ábra, amelyről a holdak (feltételezett) helyzete szintén leolvasható.

Az adatok alapján adjunk becslést ezekből a Kallisztó keringési idejére.

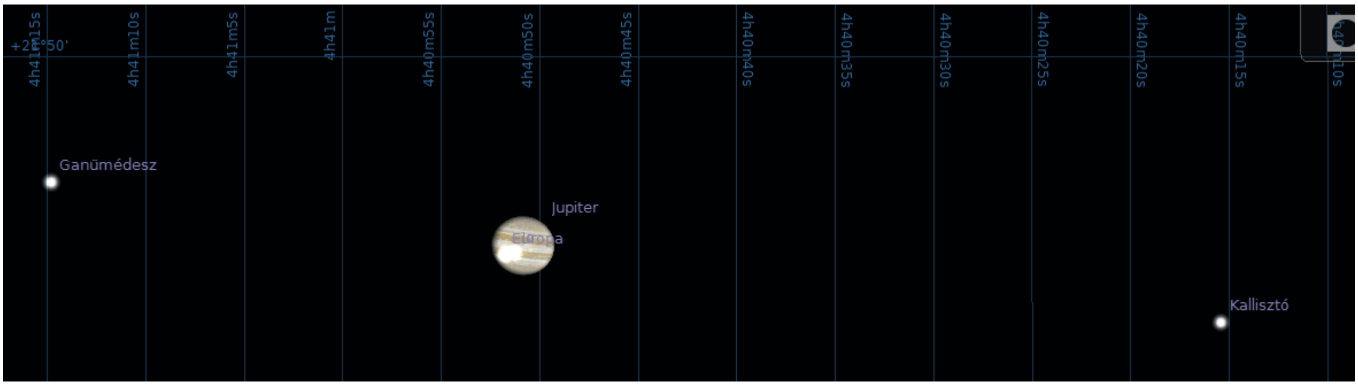
1610. január 15.
Ny2’,4’,6’,10’



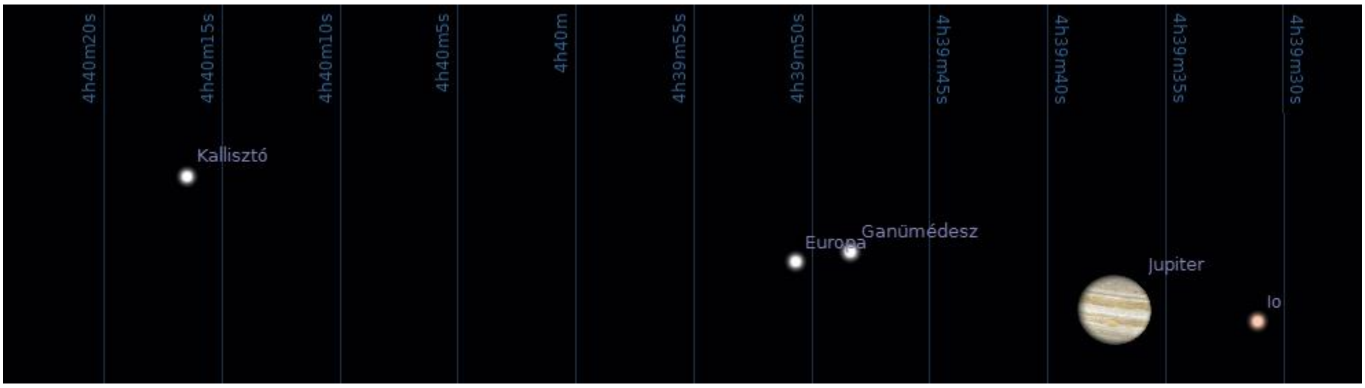
1610. január 17.
K3’, Ny11’



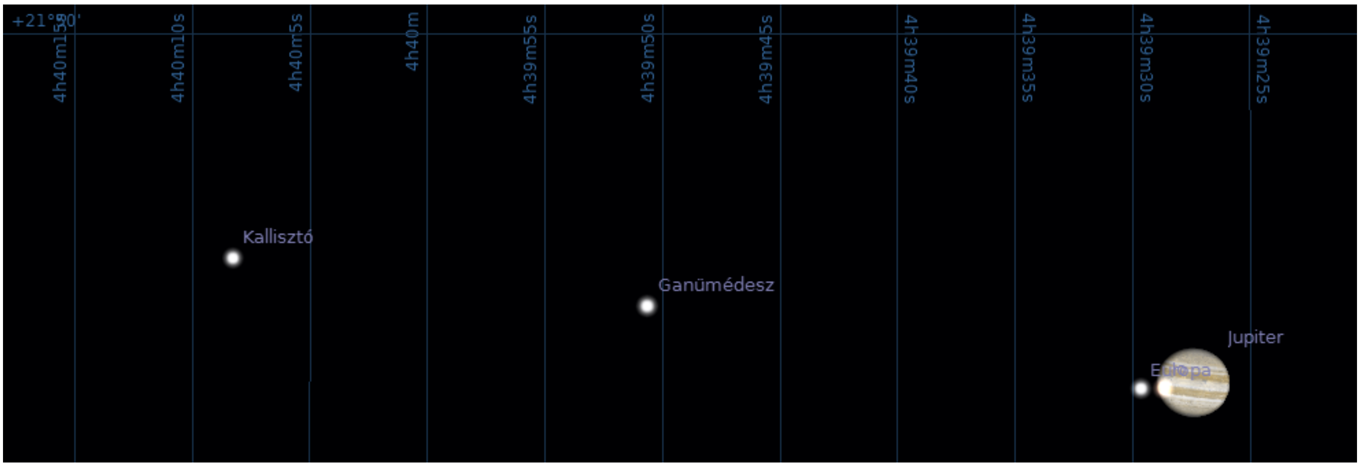
1610. január 18.
K8’, Ny10’



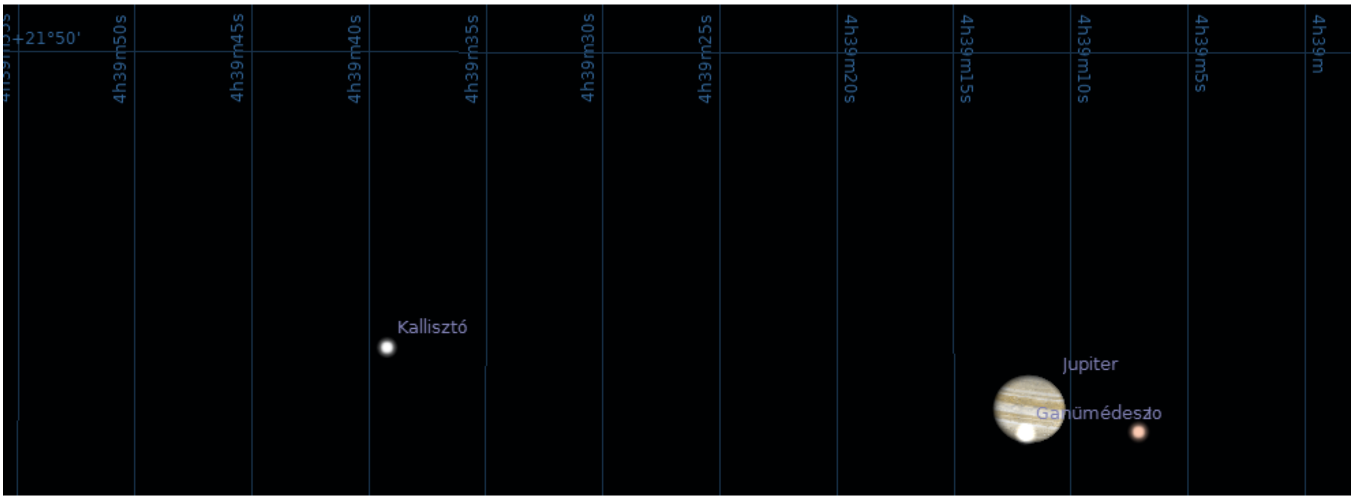
1610. január 24.
K9’,2’30”,2’



1610. január 25.
K11’,6’



1610. január 27.
K7’

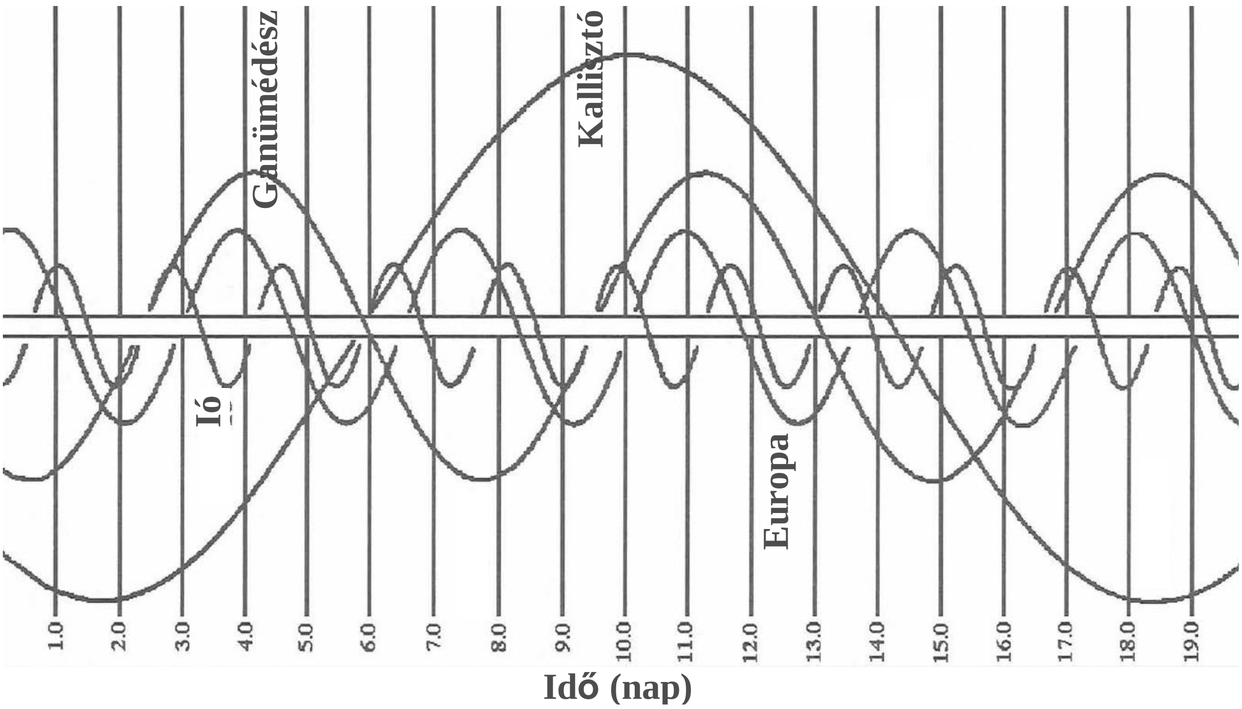


5.13 Az ábra a Jupiter négy Galilei-féle holdjának a Jupiter-korong középpontjától való látszólagos távolságát mutatja az idő függvényében, 20 napon keresztül. A két vízszintes egyenes a Jupiter-korong két szélének felel meg.
(a) Olvasd le az ábráról a négy hold keringési idejét.

(b) Az ábra alapján állapítsd meg az *A*, *B*, *C* konstansok értékét az egyes holdak esetében, ha a Jupiter-korong középpontjától való látszólagos távolság

$$y = A \cdot \sin(B(t - C)),$$

ahol az *y* távolságot Jupiter-sugár egységekben, a *t* időt napokban mérjük.



5 Az égitestek mozgása
SZIDERIKUS ÉS SZINODIKUS PERIÓDUS

5.14 A bolygók esetében kétféle periódust különböztetünk meg: A sziderikus periódus a keringési időt jelenti az állócsillagokhoz rögzített vonatkoztatási rendszerben, míg a szinodikus periódus két egymást követő olyan időpont között telik el, amikor a Nap, a Föld és a bolygó egymáshoz viszonyított helyzete azonos. (Ez az, amit közvetlen megfigyeléssel meg lehet határozni.)

A Föld F = 365,25 nap alatt kerüli meg a Napot. Ha egy bolygó szinodikus periódusa B, hogyan kell kiszámolni a bolygó S sziderikus periódusát
(a) ha belső bolygóról;

(b) ha külső bolygóról van szó?

5.15 (a) Körpályákat feltételezve a szinodikus periódusok ismeretében vajon hogyan határozhatta meg Kopernikusz a belső, illetve a külső bolygók pályasugarát a földpálya sugarához viszonyítva? (Kepler III. törvénye még nem állt rendelkezésre.)

(b) A Jupiter esetében Kopernikusz az oppozíció és az azt követő kvadratúra között eltelt időt 87 napnak mérte. Ismert volt számára a Jupiter szinodikus periódusa (két egymást követő oppozíció között eltel idő): 398 nap.
Ezen adatok alapján hányszor olyan messze van a Jupiter a Naptól, mint a Föld? (Mai szóhasználattal, hány CSE a Jupiter pályasugara?)

5.16 Két egymást követő holdtölte között 29,5 nap telik el (szinodikus hónap, holdhónap). Az állócsillagokhoz rögzített vonatkoztatási rendszerben a Hold Föld körüli keringési periódusa 27,3 nap (sziderikus hónap, csillaghónap). Ismert, hogy a Hold mindig ugyanazon oldalát fordítja a Föld felé. Mennyi a Hold tengelyforgási periódusa?

5.17. Mennyivel több csillaghónap (sziderikus hónap) van egy évben, mint holdhónap?

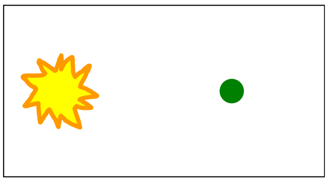
5.18 2011-ben a Kepler-űrtávcső Szaturnusz méretű exobolygót fedezett fel egy kettőscsillag, a Kepler-16AB körül. „Tatuin"-nak nevezték, mert az égboltján két „Nap" ragyog, akárcsak Luke Skywalker szülőbolygóján a Csillagok háborúja című filmben. A nagyobb Kepler-16A csillagot 41 naponként, 30 millió km sugarú körpályán kerüli meg a kisebb Kepler-16B csillag, a Tatuin pedig 229 napos periódussal ugyanebben a síkban körpályán kering, a nagyobb csillagtól 108 millió km távolságban.
A keringési síkok egybeesése miatt a Tatuin bolygóról nézve a Kepler-16B minden együttálláskor áthalad a Kepler-16A képe előtt. Ha éppen megfigyeltünk egy tranzitot, akkor mennyi idő múlva lesz a következő tranzit?

5.19 Egy kiválasztott napfolt látszólagos szögelfordulása 62 óra alatt 30°.
(a) Mennyi a napfolt látszólagos, a keringő Földhöz viszonyított körülfordulási ideje?
(b) Mekkora az állócsillagokhoz viszonyított körülfordulási ideje?

5 Az égitestek mozgása
HOLDFÁZISOK

5.20 Az ábrán a Nap és a Föld látható az Északi-sark irányából nézve. Rajzold be a Hold helyzetét, a megadott holdfázisok/-alakok idején.

(a) újhold
(b) sarló alakú és növekszik
(c) első negyed
(d) félholdnál nagyobb, és növekszik
(e) telihold
(f) félholdnál nagyobb, és fogy
(g) utolsó negyed
(h) sarló alakú, és fogy



5.21 Írd az üres helyekre a *napkeltekor*, *délben*, *napnyugtakor*, illetve *éjfélkor* szavak közül a megfelelőt.

Az újhold (körülbelül) ______ kel, ______ delel, és ______ nyugszik.
Első negyed idején a Hold (körülbelül) ______ kel, ______ delel, és ______ nyugszik.
A telihold (körülbelül) ______ kel, ______ delel, és ______ nyugszik.
Utolsó negyed idején a Hold (körülbelül) ______ kel, ______ delel, és ______ nyugszik.

5.22 Az ábrán a Nap, a Föld és a Hold látható az Északi-sark irányából nézve. Körülbelül hány óra van a megfigyelő számára, és milyennek látja a Holdat?

(a)

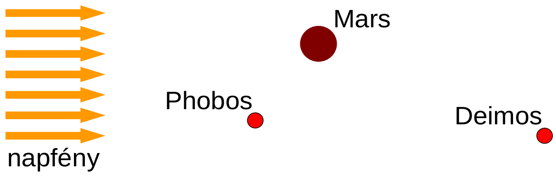
(b)

5.23 Milyen fázisú /milyen alakúnak látszik a Hold, amikor (helyi idő szerint)
(a) hajnali 3 órakor kel
(b) éjfélkor halad át a meridiánon
(c) este 9-kor nyugszik

Hány óra van (helyi idő szerint), amikor
(d) a telihold nyugszik
(e) az első negyedben levő hold kel
(f) az utolsó negyedben levő hold áthalad a meridiánon?

5.24 Magyarországon azt szokták tanítani gyermekeknek, hogy amikor a sarló alakú hold D betűre emlékeztet, akkor dagad, amikor pedig C betűre, akkor csökken.
Alkalmazható-e ez a memorizálási módszer a világ minden táján?

5.25 A Mars két holdja a Phobos és a Deimos. Az ábra szerinti helyzetben milyen fázist mutat / milyen alakúnak látszik (gömb alakúnak feltételezve őket)
(a) a Phobos a Marsról nézve?
(b) a Deimos a Marsról nézve?
(c) a Deimos a Phobosról nézve?



5 Az égitestek mozgása
FOGYATKOZÁSOK

5.26 *(Középszintű érettségi 2012. május)*
A mellékelt ábrákon a Holdról készített sorozatképeket láthatunk. Az első sorozatot körülbelül négy hét leforgása alatt készítették, a második sorozatot mindössze néhány óra alatt.
(a) Milyen jelenséget ábrázol az első, illetve a második képsorozat?

(b) Mindkét sorozatban láthatók olyan képek, ahol a Hold egy része sötétben marad. Mi az oka ennek az első, illetve a második képsornál?

(c) Válassza ki a két képsorozat egyikét (jelölje is a képsorozat fölött lévő szám bekarikázásával, hogy melyiket), és készítsen rajzot, amely a Nap, a Föld és a Hold kölcsönös helyzetét ábrázolja a sorozat egyes képeinek készítésekor! A rajzon jelölje meg a megfelelő sorszámmal, hogy melyik helyzet melyik képhez tartozik!

I.

1. 2. 3. 4.

II.

1. 2. 3. 4.

5.27 Holdfogyatkozáskor melyik irányból lép be a Hold a Föld árnyékába: nyugatról vagy keletről?

5.28 Napfogyatkozáskor körülbelül mennyi idő alatt vonul el a Hold a Nap előtt?

5.29 (a) Kik lehetnek többen: akik láttak már napfogyatkozást vagy akik láttak már holdfogyatkozást?
(b) Létezik-e gyűrűs holdfogyatkozás?

(c) Lehetséges-e napfogyatkozás után három hónappal holdfogyatkozás?

(d) H. R. Haggard *Salamon király kincse* (*King Solomon's Mines)* című népszerű regényében olvashatunk egy napfogyatkozásról, amelyet Dél-Afrikában és Nagy-Britanniában egyaránt észleltek. Lehetséges ez?

5.30 (a) Akár nap-, akár holdfogyatkozás csak akkor lehetséges, amikor a három égitest közel egy egyenesbe esik. (Ha ez újholdkor történik, akkor napfogyatkozást, ha pedig teliholdkor, akkor holdfogyatkozást lehet megfigyelni.) Mivel a Hold keringési síkja (kb. 5°-os) szöget zár be a Föld pályasíkjával, fogyatkozások idején a Napnak is, és a Holdnak a két sík metszésvonala közelében kell tartózkodnia.
Miért nem kell pontosan egy vonalban lennie a három égitestnek ahhoz, hogy valamilyen fogyatkozást lehessen észlelni?

(b) A Nap vonzása miatt azonban a metszésvonal állása nem állandó, az éggömbbel való metszéspontja fokozatosan nyugat felé mozdul az állócsillagokhoz képest. A metszésvonal iránya 6797 nap alatt tesz meg egy teljes fordulatot.
Hány naponként halad át a Nap a metszésvonalon.

(c) A Nap egy holdhónapnál hosszabb ideig tartózkodik annyira közel a metszésvonalhoz, hogy újholdkor a Hold elegendően kis szögtávolságra megközelítse, valahol a Földön napfogyatkozást hozva létre, így kicsivel kevesebb, mint félévenként valahol mindig van a Földön napfogyatkozás, de a Hold árnyékkúpja legközelebb mindig kissé másfelé mutat, így a Föld más tájain csodálhatják meg a jelenséget.

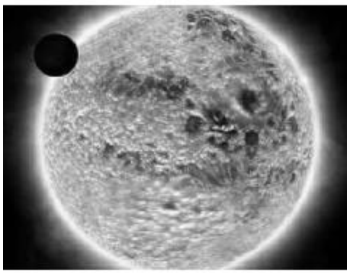
Két egymást követő újhold között 29,53 nap telik el. Igazoljuk, hogy körülbelül 6585 naponként következik be olyan napfogyatkozás, amikor az árnyékkúp közel ugyanabba az irányba mutat.

(c) Ezt az időtartamot nevezik Szárosz-ciklusnak. Hány év és hány nap telik el ezalatt?

(d) Pontosabban számolva a ciklus hossza 6585,3 nap.
Tegyük fel, hogy lakóhelyünk közelében éppen napfogyatkozást észlelünk. Igaz-e, hogy egy ciklus múlva lakóhelyünk közelében megint láthatunk napfogyatkozást?

5 Az égitestek mozgása
FÉNYGÖRBE

5.31 (*Középszintű érettségi, 2011. május*)
Az exobolygók (azaz a mi Naprendszerünkön kívüli bolygók) egy része olyan pályán kering a csillagja körül, hogy a Földről nézve áthalad a csillag előtt. Ilyen exobolygókat, különösen a nagyobbakat, fel lehet fedezni úgy, hogy a csillag fényességét folyamatosan mérve észleljük, amikor a bolygó áthalad előtte, ugyanis ilyenkor a bolygó részleges takarása miatt a mért fényesség lecsökken. Az első grafikon mutat egy tipikus mérési görbét, ahol a csillagfény intenzitásának százalékos csökkenése van feltüntetve.



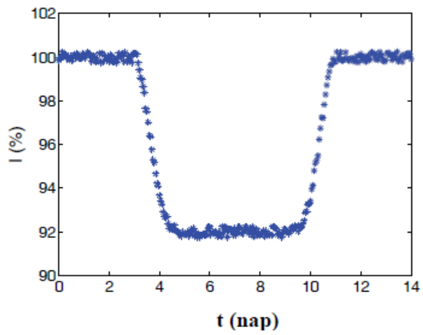
(a) Körülbelül mennyi idő alatt haladt át a bolygó a csillag előtt?

(b) Mit mondhatunk a görbe alapján a csillag és a körülötte keringő bolygó átmérőjének viszonyáról (arányáról)?

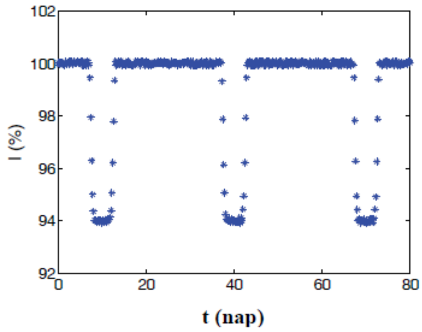
(c) A második ábra egy másik csillag fényintenzitásának az előzőnél hosszabb időn át mért változását tartalmazza. A csillag felületének mekkora hányadát takarja ki a bolygó? Mekkora a keringés periódusideje és nagyságrendileg mennyi idő alatt halad át a csillag előtt a bolygó?

(d) A harmadik grafikon egy harmadik csillag fényintenzitásának mérési eredményét mutatja. Olvassa le a grafikonról a fényintenzitás csökkenések közelítő időpontjait! Mi lehet a magyarázata annak, hogy a fényintenzitás-minimumok eltérő mértékűek? Hogyan értelmezhető az egymást követő fényintenzitás-minimumok között eltelt időintervallumok eltérő nagysága?

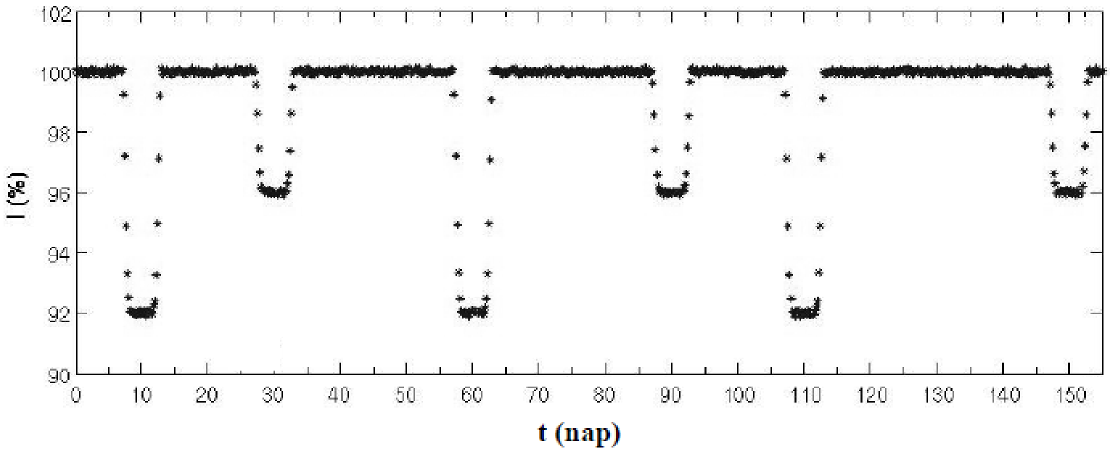
1.



2.



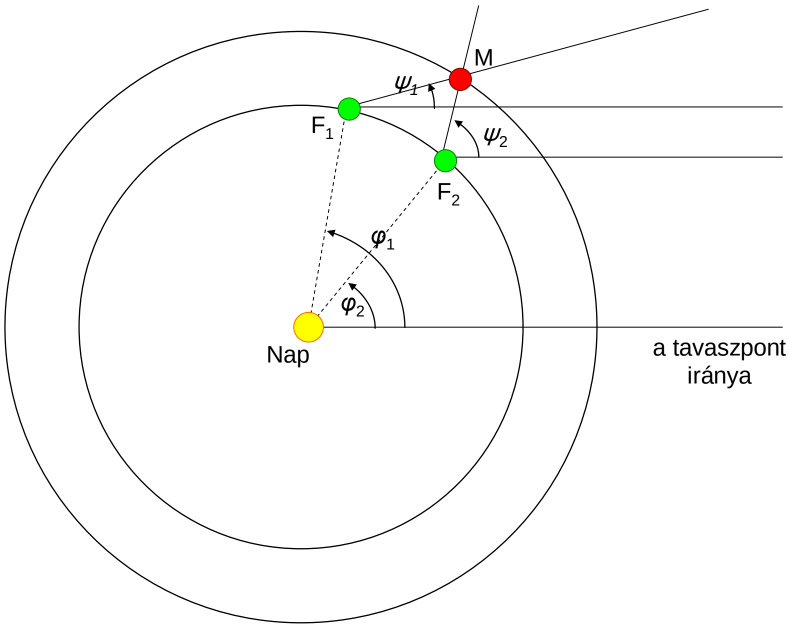
3.



5 Az égitestek mozgása

KEPLER TÖRVÉNYEI, ELLIPSZISPÁLYÁK RAJZOLÁSA

5.32 Tycho Brahe halálával Kepler megörökölte az általa összegyűjtött mérési adatokat. Tudta, hogy a Mars 687 nap alatt kerüli meg a Napot, mialatt a Föld két ciklusnál (730 nap) valamivel kevesebbet tesz meg.
Ez azt jelenti, hogy két egymástól 687 nappal elválasztott időpontban a Mars pontosan ugyanott tartózkodik a pályáján, míg a Föld két helyzete különböző. Így háromszögeléses módszerrel megkaphatjuk a Mars helyét a földpályához viszonyítva, ahogyan az alábbi ábra is mutatja. Ehhez ismerni kell a Föld helyét a pályáján, vagyis a φ_1 és φ_2 szögeket, valamint a Mars helyét a Földről nézve, vagyis a ψ_1 és ψ_2 szögeket.



Az alábbi táblázat 5 pár, egymástól 687 nappal elválasztott megfigyelés adatait tartalmazza. Keplernek sok ilyen adat állt rendelkezésére.

	Dátum	**A Föld heliocentrikus hosszúsága φ(°)**	**A Mars geocentrikus hosszúsága ψ (°)**
1	1585. február 17.	159	135
	1587. január 5.	115	182
2	1591. szeptember 19.	005	284
	1583. augusztus 6.	323	346
3	1593. december 7.	086	003
	1595. október 25.	042	050
4	1587. március 28.	197	168
	1589. február 12.	154	219
5	1585. március 10.	180	132
	1587. január 26.	136	185

Kepler módszerét alkalmazva a fenti ábrának megfelelő szerkesztéssel megkaphatjuk a Mars pályáját:

- Rajzolj egy kört, ez lesz a Föld pályája. (Nagy legyen, de ne foglalja el az egész lapot, hiszen a Mars pályája körülbelül másfélszer nagyobb.)
- Jelöld ki a körön a tavaszpont irányát.
- Rajzold be a Föld helyét két összetartozó időpontban a megadott heliocentrikus hosszúsági szögeknek (φ) megfelelően.
- Mindegyik pontból rajzolj félegyenest a tavaszpont irányában, és a félegyenestől mérd fel a Mars geocentrikus hosszúsági szögeit (ψ). A két új egyenes metszéspontja a Mars helye.
- Az öt megszerkesztett ponton keresztül rajzold be a Mars pályáját.

5.33 (*Középszintű érettségi, 2006. május*)
A Halley-üstökös Naptól mért távolságát mutatja az alábbi táblázat az adott év január elsején, csillagászati egységekben kifejezve. Figyeljen arra, hogy a megadott időskála nem egyenletes!(A csillagászati egység: 1 CSE ~ 149 millió kilométer, a Nap és a Föld átlagos távolsága)

Év	Távolság (CSE)
2006	30,005
2011	32,589
2016	34,271
2021	35,138
2026	35,229
2031	34,547
2036	33,064
2041	30,702
2046	27,325
2051	23,715
2056	14,416
2061	5,153

Év	Távolság (CSE)
2062	0,804
2063	4,666
2064	7,724
2065	10,188
2066	12,298
2071	20,134
2076	25,507
2081	29,000
2082	30,029
2083	30,622
2084	31,175
2085	31,690

Válaszoljon az alábbi kérdésekre a táblázat alapján!
(a) Mikor tér vissza ismét napközelbe a Halley-üstökös?

(b) Mekkora a Halley-üstökös keringési periódusa?

(c) Mikor járt legutóbb napközelben a Halley-üstökös?

(d) Hogyan értelmezhetők a táblázat adatai Kepler első és második törvénye alapján? (Mit állíthatunk az üstököspálya alakjáról általában és a Föld pályájához hasonlítva, valamint a Halley-üstökös sebességének és a Naptól mért távolságának összefüggéséről?)

5.34 (*Középszintű érettségi 2016. május*)
Az alábbi táblázatban egy, a Nap körül elnyúlt ellipszispályán keringő üstökös sebességadatai vannak feltüntetve különböző időpontokban (mindig az adott esztendő február 6-án). Az üstökös a Naptól 0,586 csillagászati egység távolságra van, amikor a legközelebb jár hozzá.
(1 csillagászati egység = 1CsE, a Nap és Föld átlagos távolsága.)
(a) Ábrázolja grafikonon a sebességértékeket a naptári évek függvényében!

(b) Határozza meg, hogy az égitest melyik évben járt napközelben, illetve mikor naptávolban! Válaszát indokolja!

(c) Mekkora az égitest keringésének periódusideje?

(d) Tudjuk, hogy az üstökös sebességének és Naptól vett távolságának szorzata megegyezik, amikor az üstökös pályájának a Naptól legtávolabbi, illetve amikor a Naphoz legközelebbi pontján halad. Mennyi az üstökös Naptól vett legnagyobb távolsága csillagászati egységben kifejezve?

t **(év)**	1931	1937	1948	1960	1966	1972	1976	1980	1983	1984	1985	1986	1987	1988
v **(km/s)**	2,9	2,0	0,9	2,1	3,1	4,5	5,8	7,9	11,1	13,2	17,7	54,0	17,7	13,2

5.35 Az ábrán a 3,3 év periódusidejű Encke-üstökös (a legrövidebb periódusidejű ismert üstökös) pályájának méretarányos rajza látható.
(a) Naptávolpontja 12-szer messzebb van a Naptól, mint a napközelpont. Mit mondhatunk a napközeli és naptávoli sebességek viszonyáról?

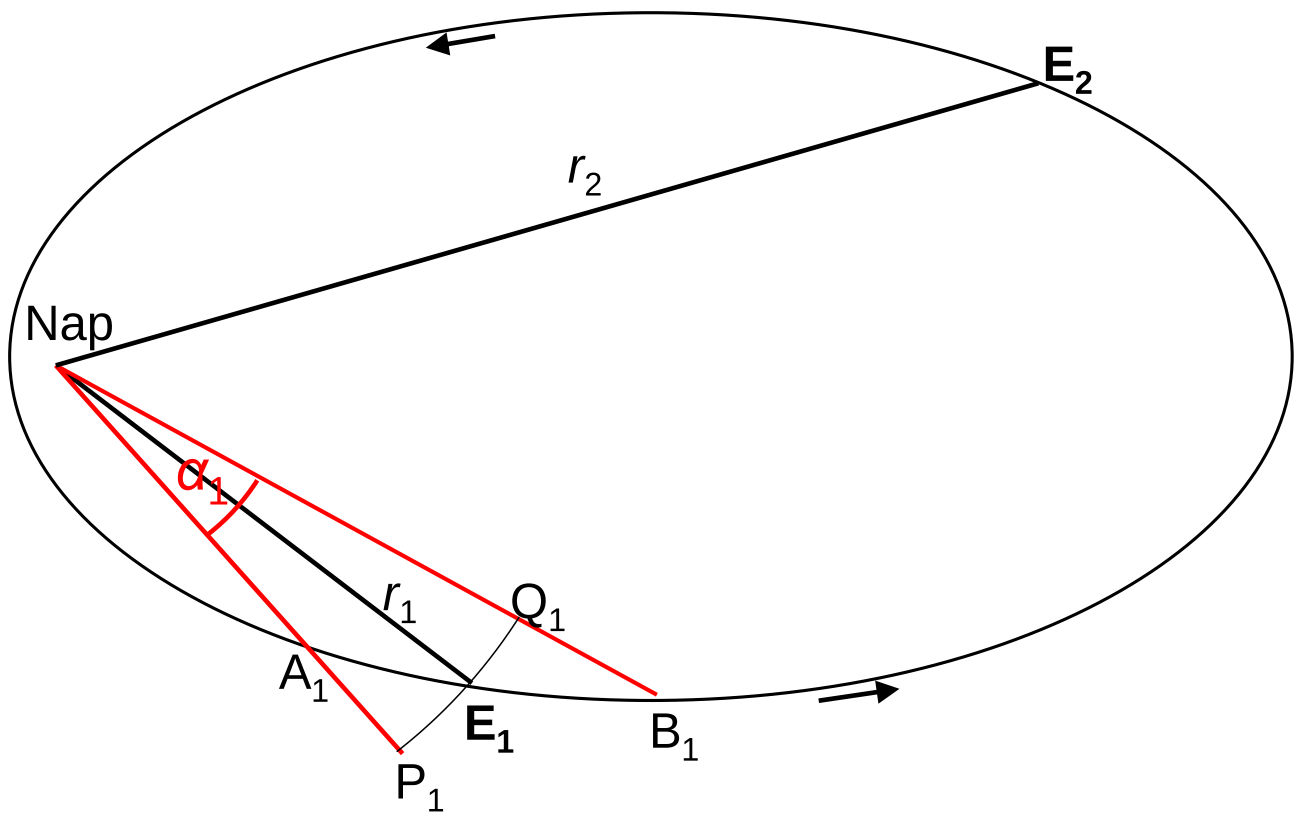
(b) Az (a) feladatban a pálya napközel-, illetve naptávolpontjait tekintve a sebesség fordítottan arányosnak bizonyult a távolsággal. Közelítő méréssel ellenőrizd, hogy ez a pálya minden pontjára teljesül-e.

A szerkesztéshez, illetve a méréshez az alábbiak nyújtanak segítséget.

Kepler II. törvénye alapján a vezérsugár által az A_1 és B_1 pontok között súrolt terület megegyezik az ugyanannyi idő alatt a pálya más szakszán súrolt területtel.
Az ellipsziscikk területével nehéz dolgozni, ezért tekintsük helyette az ugyanakkora területű NP_1Q_1 körcikket. (Az E_1 pontot úgy kell megválasztani, hogy az $A_1P_1E_1$ és $E_1B_1Q_1$ területek megegyezzenek.)

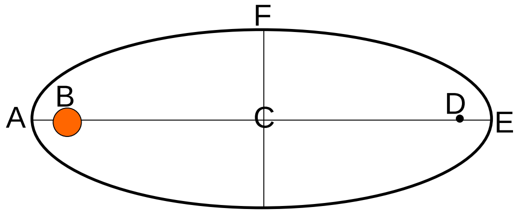
- Nyomtasd ki az ábrát,.
- Mérd le az α_1 szöget, valamint az r_1 és r_2 távolságokat.
- Számítsd ki, hogy a területi törvény alapján az E_2 helyzethez mekkora α_2 szög tartozik.
- Papírból vágj ki egy α_2 szögű körcikket, és keresd meg segítségével az E_2 pontnak megfelelő A_2 és B_2 pontokat, amelyek között az üstökös útja ugyanannyi ideig tart, mint A_1 és B_1 között.

Igaz-e, hogy a sebesség és a távolság között fordított arányosság áll fenn?



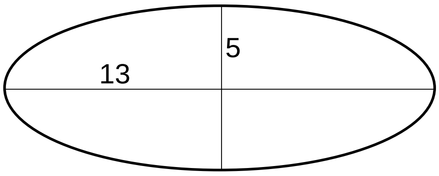
5 Az égitestek mozgása
AZ ELLIPSZISPÁLYÁT JELLEMZŐ ADATOK

5.36 Az ábrán egy Nap körül keringő bolygó pályája látható. Melyik betűk jelzik az alábbi pontokat:
(a) fókusz, (b) perihélium, (c) aphélium

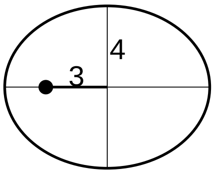


5.37 Mennyi az excentricitása az alábbi ellipsziseknek:

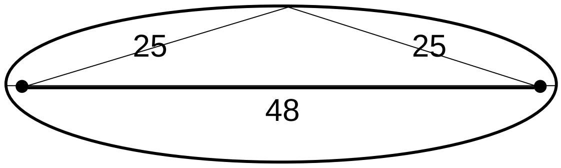
(a)



(b)



(c)



5.38 Egy bolygó ellipszis alakú pályán kering a csillaga körül. Pályájának nagytengelye 13 CSE, kistengelye 12 CSE. Mekkora a távolságra közelíti meg a csillagát (periasztron)?

5.39 A legrövidebb periódusidejű ismert üstökös az 1918-ban felfedezett Encke-üstökös. 3,3 év alatt kerüli meg a Napot.
(a) Hány csillagászati egység a fél nagytengelye?

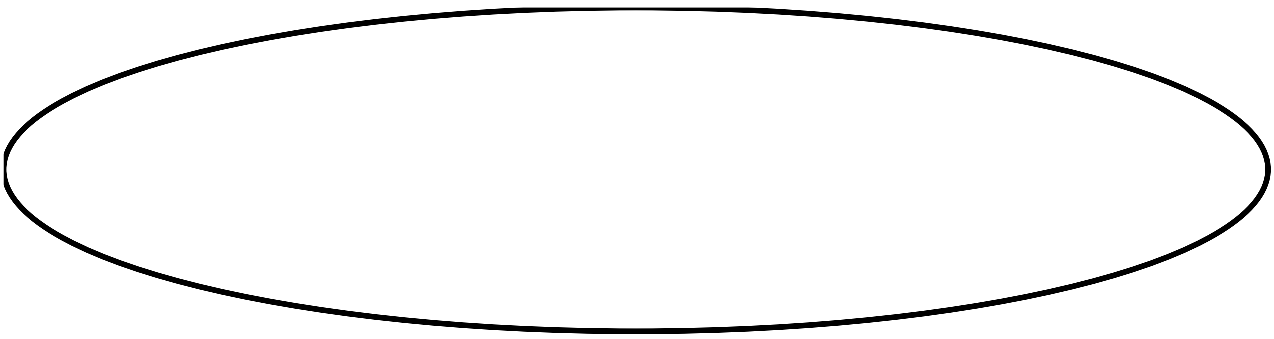
(b) Pályájának excentricitása 0,85. Mekkora távolságra van a pálya középpontja Naptól?

(c) Mennyi az üstökös minimális, illetve maximális naptávolsága?

5.40 A Halley-üstökös pályájának fél nagytengelye 17,8 CSE, excentricitása 0,967.
(a) Mekkora a fél kistengelye?

(b) Az alábbi méretarányos ábrán jelöld be a Nap helyét.

(c) A Halley-üstökös legutóbb 1986-ban volt napközelben.
Mikor lesz legközelebb perihéliumban, és milyen távol lesz ekkor a Naptól?



5.41 A Halley-üstökös néven ismert üstökösről Krisztus előtt 240-ből származik az első feljegyzés, de rajta van például az 1066-os bayeux-i falikárpiton is. Legutóbb 1986-ban lehetett megfigyelni. Átlagos periódusideje 76 év. (74 év és 79 év között változik, a bolygók pályamódosító hatása miatt.) Hány látogatását figyelhették meg eddig összesen?

A bayeux-i falikárpit részlete (Wikipedia)

5.42 A Napot egy bizonyos aszteroidával (kisbolygóval) összekötő egyenes a 2017-es év folyamán 18,1 CSE^2 területet söpör végig. Mekkora a végigsöpört terület 2018-ban?

5.43 (*Diákolimpiai szakköri feladat*)
A Föld és a Seneca nevű kisbolygó pályája egy síkban van. Egy űrszonda a Seneca körül kering (folyamatosan nagyon közel maradva a kisbolygóhoz). Az űrszonda periodikus rádiójeleket küld vissza a Földre, melyeknek az aszteroida és a Föld relatív mozgása miatt különböző időtartamokra van szüksége, hogy elérjék a Földet.
Ez az időtartam 2 és 39 perc között változik.
A Föld pályáját tekintsük körnek.

(a) Számítsd ki a Seneca fél nagytengelyét és excentricitását.

(b) Mennyi a Seneca keringési ideje?

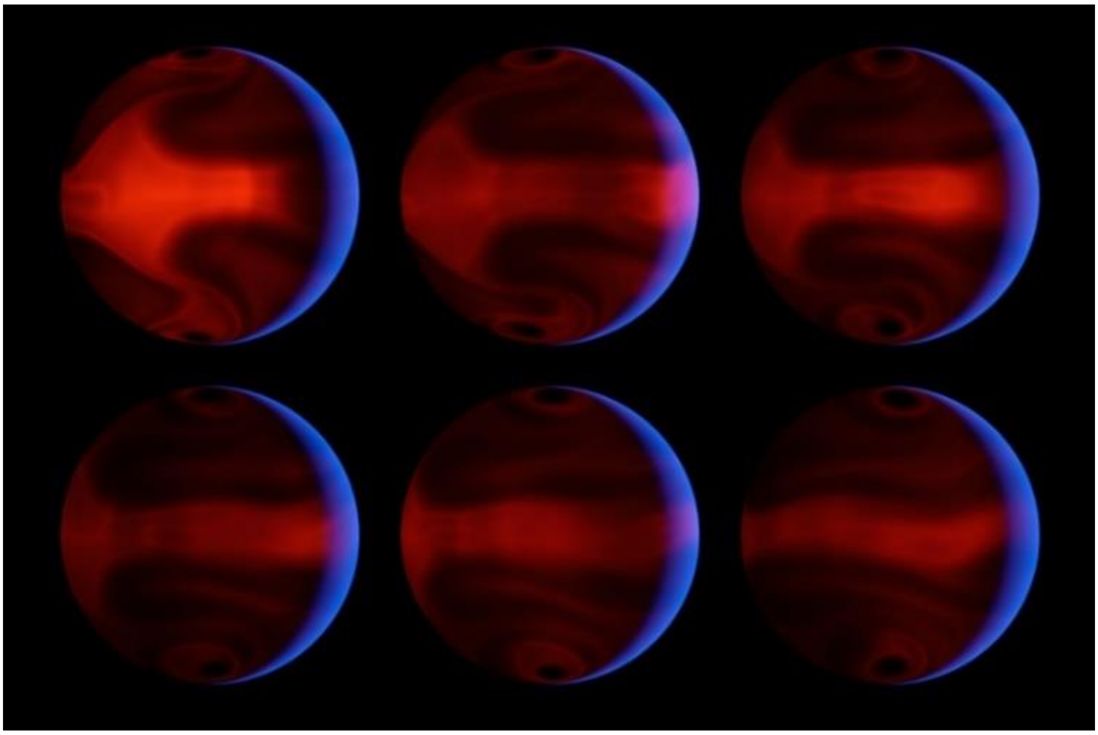
5 Az égitestek mozgása

AZ ELLIPSZIS EGYENLETE

5.44 Ismert, hogy ha az ellipszis középpontja a koordinátarendszer origója, nagytengelye az x tengellyel párhuzamos, fél nagytengelyének hossza a, és fél kistengelyének hossza b, akkor az egyenlete

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1.$$

A HD 80606b exobolygó tőlünk 190 fényévnyire, a Nagy Medve csillagkép irányában kering csillaga körül. 2001-ben fedezték fel tranzitmódszerrel. Az exobolygó tömege négyszerese a Jupiterének, az átmérője viszont kicsit kisebb a Jupiter átmérőjénél. Pályája az egyik legelnyúltabb (nagy excentricitású) ellipszis az eddig felfedezettek között. 111 napos keringési periódusa alatt olyan közel kerül csillagához, hogy a felszíne órák alatt 600°C hőmérsékletre forrósodik fel. Ennek következtében viharos lökéshullám alakul ki és terjed hangsebességnél is gyorsabban fújó széllel.



Vihar a HD80606b exobolygón. (D. Kasen, NASA, JPL-Caltech)
A modellrajz a NASA Spitzer űrtávcsövének mérései alapján készült.

(a) A HD 80606b fél nagytengelye a = 0,45 CSE, excentricitása e = 0,933. Milyen egyenlettel írhatjuk le az exobolygó pályáját, ha az ellipszis középpontja megegyezik koordinátarendszerünk kezdőpontjával?

(b) Mennyire közelíti meg az exobolygó a csillagát? (Ezt nevezik pericentrum-távolságnak.)

(c) Milyen messzire távolodhat el csillagától a HD 80606b exobolygó? (Ezt nevezik apocentrum-távolságnak.)

(d) Rajzoljuk meg a HD 80606b exobolygó pályáját a Naprendszer belső bolygópályáival összehasonlítva. (Vegyük kör alakúnak a Merkúr és a Vénusz pályáját: R_M = 0,35 CSE, a R_V = 0,69 CSE)

5.45 Bár az első exobolygó felfedezése csak alig két évtizede történt, ma már több ezer Naprendszeren kívüli bolygót, azaz exobolygót kutatnak a csillagászok. Közel ezer exobolygónak több kutató által is megerősített mérésekből ismerjük a tömegét, sugarát, keringési idejét, pályájának tulajdonságait (például fél nagytengely, excentricitás). Sok exobolygó hasonlít méretében a Jupiterhez, de pályájuk elnyúltabb ellipszis, mint a Jupiteré. A csillagászok keresik a Földhöz minél több tulajdonságában hasonló exobolygókat és vizsgálják lehetséges-e földihez hasonló bioszféra rajtuk. Sok exobolygó olyan közel kering csillagához, így olyan forró a felszínük, hogy elképzelhetetlen rajtuk bármilyen életformát is találni.

A következő táblázat négy exobolygó keringési idejét és pályájának egyenletét mutatja. (A hosszúságok csillagászati egységben értendők.)
Állapítsuk meg az exobolygók pályájának a fél nagytengelyét, b fél kistengelyét, e excentricitását, valamint csillagukhoz képesti P legkisebb és A legnagyobb távolságukat.

Név	Keringési idő (nap)	Pálya egyenlete
61 Virginis-d	4	$1 = 4x^2 + 5y^2$
HD 100777-b	383	$98 = 92x^2 + 106y^2$
HD 106252-b	1500	$35 = 5x^2 + 7y^2$
47 UMa-c	2190	$132 = 11x^2 + 12y^2$

5 Az égitestek mozgása

KEPLER III. TÖRVÉNYÉNEK MEGÁLLAPÍTÁSA

5.46 (*Középszintű érettségi, 2006. február*)

A táblázat a Naphoz legközelebbi 4 bolygó keringési idõit és pályagörbéik fél nagytengelyeinek hosszát (a) mutatja. (A fél nagytengelyek Nap-Föld távolságegységben vannak megadva.)

bolygók	***T* (év)**	***a* (egység)**
Merkúr	0,241	0,387
Vénusz	0,615	0,723
Föld	1	1
Mars	1,881	1,523

(a) Ábrázolja az a^3 értékeket a T^2 értékek függvényében.

(b) Milyen általános összefüggést (törvényt) igazol a grafikon?

(c) A megfigyelések szerint az Uránusz keringési ideje 84 év. A kapott összefüggés alapján számítsa ki az Uránusz pályája fél nagytengelyének hosszát Nap-Föld távolságegységben!

5.47 Az alábbi táblázatban a Kepler számára ismert bolygók évben kifejezett keringési ideje és csillagászati egységben kifejezett fél nagytengelye látható.

Bolygó	**Keringési idő**	**Fél nagytengely**
Merkúr	0,24	0,39
Vénusz	0,62	0,72
Föld	1,00	1,00
Mars	1,88	1,52
Jupiter	11,9	5,20
Szaturnusz	29,5	9,54

Ábrázoljuk koordinátarendszerben a keringési idők logaritmusát a fél nagytengelyek logaritmusának függvényében. Hogyan igazolja az eredmény Kepler harmadik törvényét?

5 Az égitestek mozgása
KEPLER III. TÖRVÉNYÉNEK ALKALMAZÁSA

5.48 A Vénusz 0,723 CSE távolságban kering a Nap körül. Hány földi napig tart egy év a Vénuszon?

5.49 A Neptunusz periódusa 165 év. Hány CSE a közepes naptávolsága (vagyis a pálya fél nagytengelye)?

5.50 A Mars két holdja, a Phobos és a Deimos átlagosan 9380 km, illetve 23 500 km sugarú pályán kering a bolygó körül. A Phobos keringési periódusa 0,319 földi nap. Mennyi a Deimos periódusa?

5.51 Egy igen elnyúlt pályán keringő üstökös periódusideje 1000 év. Körülbelül mennyi a Naptól való átlagos távolsága? Körülbelül milyen messzire juthat a Naptól?

5.52 (*Középszintű érettségi, 2010. október*)
A Gliese 581 a Földtől kb. 20 fényévre lévő csillag. A csillagot tanulmányozva a csillagászok megállapították, hogy négy bolygó kering a csillag körül. A bolygók keringési idejét és a csillagtól vett távolságukat a mellékelt táblázat tartalmazza. Azt is sikerült megállapítani, a bolygók közül kettő is, a Gliese 581c, illetve a Gliese 581d a csillagrendszer "lakható" zónájában lehet, azaz abban a tartományban, amelyben lehetséges folyékony halmazállapotú víz a bolygó felszínén.
(a) Egészítse ki a táblázatot, írja be a hiányzó adatokat!

(b) Tegyük fel, hogy sikerül megbizonyosodnunk arról, hogy az egyik bolygó felszínén valóban található folyékony halmazállapotú víz. Vajon levonhatjuk-e ebből azt a következtetést, hogy a felszín átlagos hőmérséklete biztosan kisebb, mint 100°C? Válaszát indokolja!

(c) Egy földi szervezet 2008 októberében egy nagy rádióadó segítségével üdvözlő üzenetet küldött a Gliese 581 irányába. Legkorábban mennyi idő múlva várhatunk választ az üzenetünkre?

Bolygó jele	Távolság (millió km)	Keringési idő (nap)
Gliese 581a	4,5	3,15
Gliese 581b	6	
Gliese 581c		12,9
Gliese 581d	33	66,8

5.53 (*Emelt szintű érettségi, 2005. május*)
Ha egy műhold negyedakkora távolságban keringene a Föld körül, mint a Hold, hány nap alatt kerülné meg a Földet?

5.54 Egy űrhajó $9{,}6\cdot 10^3$ km sugarú körpályán kering a Föld körül. Bekapcsolja a rakétáit, és rövid ideig a keringés irányába (előrefelé) működteti őket, így csökkenti a sebességét. Ezáltal pályamódosítást hajt végre: a létrejövő ellipszispálya földtávoli pontja (apogeuma) megegyezik a korábbi pályasugárral, földközeli pontja (perigeuma) pedig közelebb, csak $9{,}6\cdot 10^3$ km távolságra lesz a Föld középpontjától. Hányszorosára módosul a keringési ideje?

5.55 Egy meteorológiai műhold körpályán kering a Föld körül, a felszíntől h = 50 km távolságban. Mekkora a keringési ideje?

5.56 1961-ben az első szovjet űrhajós 160 km magasságban kerülte meg a Földet. Mennyi ideig tartott?

5.57 A Hold közelítőleg körpályán kering a Föld körül. A pálya sugara $3{,}84 \cdot 10^8$ m, a keringés periódusa 27,3 nap. A Föld sugara 6400 km.
(a) A megadott adatokból számítsd ki az 1 nap keringési idejű műhold magasságát.

(b) Miért fontosak a gyakorlatban az 1 nap keringési idejű műholdak?

5.58 A GPS műholdak keringési periódusa 12 óra. Milyen magasan vannak?

5.59 (a) A Mars és a Jupiter pályája közötti kisbolygóövezet elsőként felfedezett és legnagyobb tagja a Ceres törpebolygó. Szinodikus periódusa 467 nap. Mekkora távolságban kering a Nap körül?

(b) A Pluto szinodikus periódusa 366,74 nap. Mekkora a pálya nagytengelye?

5.60 (*Középszintű érettségi, 2008. május*)
Egy, a GPS (helymeghatározó) rendszerhez tartozó műhold 20 180 km sugarú körpályán egyenletesen kering a Föld körül az Egyenlítő síkjában, a Föld tengely körüli forgásával megegyező irányban. Egy másik műholdnak kétszer akkora a tömege és geostacionárius pályán kering a Föld körül 35 786 km magasságban. (A geostacionárius műholdak mindig az Egyenlítő síkjában keringenek, és a Föld ugyanazon pontja felett vannak.)
(a) Lemarad-e a kisebb tömegű műhold a Földnek egy kiválasztott, Egyenlítőn fekvő pontjához képest?

(b) Mekkora utat tesz meg pályáján a kisebb tömegű műhold 1 óra alatt?
(A Föld sugara 6380 km, forgásának periódusideje 24 óra.)

5.61 (*Középszintű érettségi, 2008. május*)
Egy Föld körüli körpályán keringő műhold pályamenti sebessége v = 3,9 km/s, távolsága a Föld felszínétől 20 000 km. A műhold pályamódosítást hajt végre, és a Föld felszíne fölött 30 000 km magasságban lévő körpályára áll. Mekkora lesz az új pályán a műhold keringési ideje és pályamenti sebessége? ($R_{\text{Föld}} \approx 6400$ km)

5 Az égitestek mozgása
FELELETVÁLASZTÁSOS FELADATOK

1. Ki szerint geocentrikus a világ?
A. Ptolemaiosz
B. Kopernikusz
C. Galilei
D. Kepler

2. Ki szerint heliocentrikus a világ?
A. Ptolemaiosz
B. Kopernikusz
C. Tycho Brahe
D. Egyikük szerint sem.

3. Ki dolgozta ki a hibrid világképet (a Nap a Föld körül kering, a bolygók a Nap körül)?
A. Ptolemaiosz
B. Kopernikusz
C. Tycho Brahe
D. Kepler

4. Az alábbi tudósok – egy kivételével – jelentős szerepet játszottak a heliocentrikus világkép kialakulásában. Ki a kivétel?
A. Arkhimédész.
B. Kepler.
C. Kopernikusz.
D. Galilei.

5. Ki számította ki először a Föld-Nap és a Föld-Hold távolság arányát?
A. Ptolemaiosz
B. Arisztarkhosz
C. Kopernikusz
D. Kepler

6. Ki számította ki először a Nap Földhöz viszonyított méretét?
A. Ptolemaiosz
B. Arisztarkhosz
C. Kopernikusz
D. Kepler

7. Ha az Északi-sark irányából szemléljük a Föld pályáját, az óra járásához viszonyítva milyen irányban kering a Föld a Nap körül, illetve a Hold a Föld körül?

	Föld	**Hold**
A.	az órával azonosan	az órával azonosan
B.	ellentétesen	azonosan
C.	azonosan	ellentétesen
D.	ellentétesen	ellentétesen

8. Melyik állítás igaz?

A. A Hold nem mindig ugyanazon oldalát fordítja a Föld felé.
B. Hold forog a saját tengelye körül, de mindig ugyanazon oldalát fordítja a Föld felé.
C. Hold nem forog a saját tengelye körül, ezért mindig ugyanazon oldalát fordítja a Föld felé.

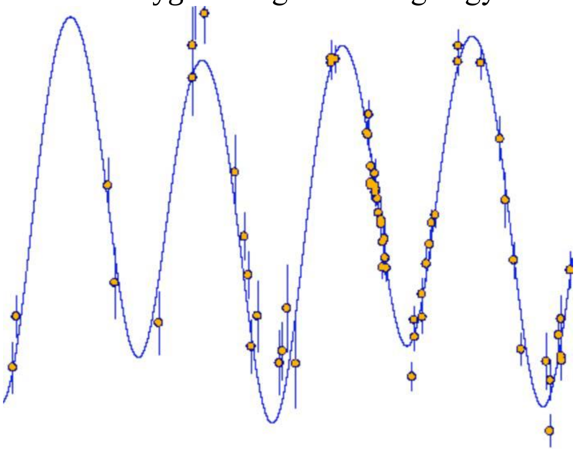
9. A Holdnak mindig ugyanaz az oldala fordul a Föld felé. Milyen kapcsolat van ennek alapján a Hold Föld körüli keringésének és tengelyforgásának periódusidejen között?
A. A Hold nem forog a tengelye körül.
B. A Hold annyi idő alatt fordul meg a tengelye körül, amennyi idő alatt megkerüli a Földet.
C. A Hold kétszer annyi idő alatt fordul meg a tengelye körül, mint amennyi idő alatt megkerüli a Földet.
D. A Hold fele annyi idő alatt fordul meg a tengelye körül, mint amennyi idő alatt megkerüli a Földet.

10. Mennyi ideig tart egy nap a Holdon (azaz két napfelkelte között eltelt idő ugyanazon a helyen)?
A. Pontosan 24 óra, ugyanúgy, mint a Földön.
B. Körülbelül 28 nap, amennyi idő alatt a Hold megkerüli a Földet.
C. A Holdon nincs napfelkelte, a Nap mindig ugyanazon oldalát süti.

11. A Mars felszínén állva azt láthatnánk, hogy a marsi égbolton a Nap valamivel lassabban vonul át, mint a földi égbolton. Vajon miért?
A. Mert a Mars lassabban kerüli meg a Napot, mint a Föld.
B. Mert a Mars kicsit lassabban forog a tengelye körül, mint a Föld.
C. Mert a Mars kisebb, mint a Föld.

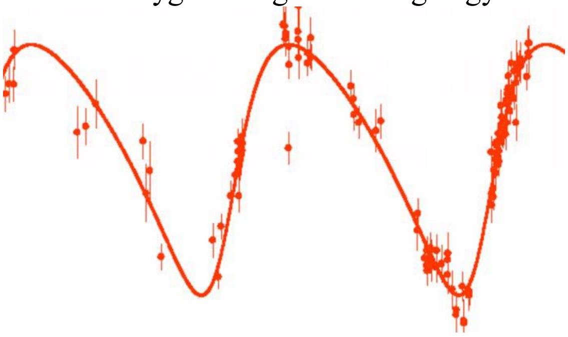
12. Egy bolygó körül űrszonda kering körpályán. Elképzelhető-e az, hogy egy másik űrszondát pontosan ugyanezen körpályára állítsanak oly módon, hogy az mindig az eredeti űrszondával ellentétes pontján legyen a körpályának, a bolygó túloldalán.
A. Nem, mivel egy körpályán egyszerre csak egy űrszonda keringhet.
B. Igen, elképzelhető.
C. Csak akkor képzelhető el, ha a másik űrszonda tömege pontosan megegyezik az elsőével.

13. Az exobolygókeresők által készített grafikon egy távoli csillag látóirányú sebességének változását mért mutatja az idő függvényében. Mi okozhatja a szabályos szinuszgörbétől való eltérést.
A. A csillag körül több bolygó is kering.
B. A csillag körül keringő bolygó pályája erősen excentrikus.
C. Nem a keringés síkjából látunk rá a bolygó pályájára.
D. A bolygó tömege nem elég nagy.



14. Az exobolygókeresők által készített grafikon egy távoli csillag látóirányú sebességének változását mért mutatja az idő függvényében. Mi okozhatja a szabályos szinuszgörbétől való eltérést.
A. A csillag körül több bolygó is kering.

B. A csillag körül keringő bolygó pályája erősen excentrikus.
C. Nem a keringés síkjából látunk rá a bolygó pályájára.
D. A bolygó tömege nem elég nagy.



15. Ha mostanában éppen a Mars retrográd mozgása figyelhető meg, mennyi idő elteltével következik be legközelebb újra ez az esemény?
A. Egy év múlva.
B. A Mars szinodikus periódusa múlva.
C. A Mars sziderikus periódusa múlva.
D. Nem lehet megmondani, változó időtartamonként történik.

16. A Hold keskeny sarlója ragyog napnyugta után az égen, mellette halványan látjuk derengeni az egész holdkorongot. Miért láthatjuk derengeni a Holdnak a Nap által meg nem világított részét is?
A. Mert a Holdnak (igen gyenge) saját fénye is van.
B. Mert a Hold légkörén úgy szóródik a fény, hogy látszólag a sötét oldal felől is érkezik fény.
C. Mert más, távoli csillagok is megvilágítják a Holdat, azok fényében dereng a Nap által közvetlenül meg nem világított oldal.
D. Mert a Föld által visszavert napfény megvilágítja a holdkorong sötét felét.

17. Amikor újhold után a Hold dagadni kezd, melyik napszakban látható az északi féltekéről, illetve a déli féltekéről?

	Északiról	**Déliről**
A.	este	este
B.	este	hajnalban
C.	hajnalban	este
D.	hajnalban	hajnalban

18. Amikor újhold után a Hold dagadni kezd, melyik oldalát látjuk megvilágítva az északi féltekéről, illetve a déli féltekéről?

	Északiról	**Déliről**
A.	jobb	jobb
B.	jobb	bal
C.	bal	jobb
D.	bal	bal

19. Amikor a Földről nézve teliholdat látunk, milyen fázist mutat a Föld a Holdról nézve?
A. újföld
B. félföld
C. teliföld

20. Napfelkelte előtt egy fél órával az újhold keskeny sarlója látható az égen. Körülbelül melyik égtáj felé látjuk?
A. Kelet felé.
B. Nyugat felé.

C. Dél felé.
D. Attól függ, hogy a déli vagy az északi féltekéről látjuk a jelenséget.

21. Miért lesz az újholdból telihold?
A. Mert a Hold forog a tengelye körül, ezért éjszakánként más-más részét látjuk.
B. Mert a Hold kering a Föld körül, s a Föld mindig máshogy veti rá az árnyékát.
C. Mert a Földről csak a Hold napsütötte oldalát látjuk, de mindig más irányból.

22. Napnyugta után nem sokkal teleholdat látunk az égen. Körülbelül milyen irányban lehet tőlünk a Hold?
A. Északra.
B. Délre.
C. Keletre.
D. Nyugatra.

23. Ha Európában egy éjszaka teliholdat látunk, milyen holdfázist figyelhetnek meg azok, akik 12 óra elteltével a Föld túloldalán néznek fel az éjszakai égre?
A. A Föld túloldalán is teliholdat látnak az emberek.
B. A Föld túloldalán fogyó félholdat látnak az emberek.
C. A Föld túloldalán újholdat látnak az emberek.

24. Merre látható a telihold az égbolton?
A. Közel a Naphoz.
B. A három szabad szemmel is látható bolygóval egy vonalban.
C. A Nappal szemben.
D. A Naptól 90°-kal nyugatra.

25. Napfogyatkozáskor milyen fázisban van a Hold?
A. Újhold
B. Első negyed
C. Telihold
D. Utolsó negyed

26. Egy újságban ezt olvashattuk: "A teljes napfogyatkozás közvetlen naplemente előtt zajlott. A város fényeitől távol elhelyezkedő erdei tisztáson különösen szép volt a jelenség. Ezután hamar besötétedett, s a csapat hazafelé indult. A Hold fényes korongja misztikus ragyogásba vonta a tájat." Reális ez a történet?
A. Igen, mert a Hold ekkor éjfél felé delelhetett.
B. Nem, mert újhold volt, s a Hold hamar lenyugodott.
C. Nem, mert teljes napfogyatkozás csak délben lehet.
D. Igen, mert csak a telihold tudja eltakarni a teljes Napot.

27. Megfigyelhetünk-e holdfogyatkozást félhold idején?
A. Nem, holdfogyatkozás csakis telihold idején fordulhat elő.
B. Igen, hiszen ez az állapot már maga is holdfogyatkozás, mivel a Föld leárnyékolja a holdat.
C. Nem, mivel ilyenkor a Föld árnyéka mindig a Hold sötét felére esik.
D. Igen, de csak akkor látható szabad szemmel, ha a Föld árnyéka a Hold megvilágított felére esik.

28. Mit észlel a Holdon álló, a Földet megfigyelő űrhajós, amikor a Földön teljes holdfogyatkozást figyelhetünk meg?

A. Napfogyatkozást.
B. Földfogyatkozást.
C. A „megszokotthoz” képest semmilyen eltérést nem tapasztal.

29. Mi okozza a napfogyatkozást?

A. A Hold árnyéka rávetül a Föld egy kis részére.
B. A Föld eltakarja a Napot a Holdról nézve.
C. A Nap árnyéka eltakarja a Földet a Holdról nézve.
D. A Föld árnyéka rávetül a teliholdra.

30. Mi okozza a holdfogyatkozást?

A. A Hold árnyéka rávetül a Föld egy kis részére.
B. A Föld eltakarja a Napot a Holdról nézve.
C. A Nap árnyéka eltakarja a Földet a Holdról nézve.
D. A Föld árnyéka rávetül a teliholdra.

31. Mi szükséges a teljes holdfogyatkozáshoz?

A. Csak telihold kell hozzá.
B. Csak újhold kell hozzá.
C. Teliholdkor a Hold közel legyen az ekliptikához.
D. Újholdkor a Hold közel legyen az ekliptikához.

32. Mi szükséges a teljes napfogyatkozáshoz?

A. Csak telihold kell hozzá.
B. Csak újhold kell hozzá.
C. Teliholdkor a Hold közel legyen az ekliptikához.
D. Újholdkor a Hold közel legyen az ekliptikához.

33. Tud-e a Vénusz teljes napfogyatkozást okozni?

A. Igen, de nagyon ritkán fordul elő, mert a Vénusz keringési síkja kissé eltér a Földétől.
B. Nem, mert a külső bolygók nem tudnak napfogyatkozást okozni.
C. Igen, de csak akkor, ha a Vénusz ellipszispályáján éppen földközelben tartózkodik.
D. Nem, mert a Vénusz látszólagos átmérője túl kicsi, nem takarja el a napkorongot.

34. A Földről nézve takarhatja-e a Vénusz a Napot?

A. Igen, de a Vénusz csak egy nagyon kis részét takarhatja ki a Napnak, így a jelenség szabad szemmel nem látható.
B. Igen, de az ekliptikától való eltérése miatt a jelenség csak az északi féltekéről nézve látható.
C. Nem, hiszen a Vénusz gázbolygó, így a Nap átvilágít rajta.
D. Nem, hiszen a Vénusz soha nincs a Nap és a Föld között.

35. Hány Kepler-törvényt használunk a bolygómozgás leírásához?

A. 1
B. 2
C. 3
D. Nem is az ő törvényeit használjuk hozzá.

36. Milyen pályán keringenek a bolygók a Nap körül?

A. kör
B. hiperbola
C. parabola
D. ellipszis

37. Milyen pályán kering a Nap körül a Halley-üstökös?
A. Körpályán.
B. Ellipszispályán.
C. Parabolapályán.

38. Érvényesek-e a Kepler-törvények a Jupiter holdjainak keringésére?
A. Nem, mert csak a Nap körül keringő égitestekre érvényesek.
B. Igen, mert a Kepler-törvények minden pontszerűnek tekinthető gravitációs vonzócentrum körüli mozgásra érvényesek.
C. Igen, mert a Jupiter holdjai végső soron a Nap körül keringenek.
D. Nem, mert a holdak mindig körpályán keringenek.

39. Melyik jelenségkörre nem alkalmazhatóak Kepler törvényei?
A. A bolygók körül keringő holdak mozgása.
B. Egy távoli csillag körül keringő bolygók mozgása.
C. A Naprendszerben keringő üstökösök mozgása.
D. Mindhárom esetben alkalmazhatóak.

40. Keringhet-e ellipszispályán egy űrállomás a Föld körül?
A. Nem, a Föld körül minden űrállomás körpályán kering.
B. Igen, az ellipszispálya lehetséges.
C. A Föld körül nem, de a Nap körül kialakulhat ellipszispálya.

41. Az üstökösök mozgására érvényes Kepler első törvénye, azaz az üstökösök ellipszis pályán keringenek a Nap körül. De vajon érvényes-e a második törvény, azaz ha a Naphoz közelebb vannak, az üstökösök sebessége nagyobb?
A. Érvényes.
B. A Nap régiójában érvényes, távol a Naptól nem érvényes.
C. Nem érvényes.

42. Milyen irányú egy olyan üstökös gyorsulása, amely a Nap körül elnyúlt ellipszispályán kering?
A. Amikor az üstökös a Naphoz közeledik, gyorsulása azonos irányú a sebességével, amikor távolodik, ellentétes irányú vele.
B. Az üstökös gyorsulása mindig a Nap felé mutat.
C. Amikor az üstökös a Naptól távolodik, gyorsulása azonos irányú a sebességével, amikor közeledik, ellentétes irányú vele.

43. A Mars és a Nap minimális, illetve maximális távolsága 209 millió km, illetve 249 millió km. Hol maximális a Mars sebessége?
A. 209 millió km-re a Naptól.
B. 249 millió km-re a Naptól.
C. Mindkét helyen ugyanakkora a sebessége.

44. A Föld ellipszis alakú pályán kering a Nap körül, miközben pályamenti sebessége kissé változik. Három különböző időpillanatban ez a sebesség a következő értékeknek adódott: 29,5 km/s; 29,6 km/s; 29,7 km/s. Az előbbi időpillanatok közül melyik esetben volt a Föld a Naptól a legtávolabb?

A. Amikor a pályamenti sebessége 29,5 km/s.
B. Amikor a pályamenti sebessége 29,6 km/s.
C. Amikor a pályamenti sebessége 29,7 km/s.
D. A pályamenti sebességből nem lehet a távolságra következtetni.

45. Melyik állítás igaz a Föld körül ellipszispályán keringő űrállomás mozgására?

A. Az űrállomás földközelben gyorsabban, földtávolban lassabban mozog.
B. Az űrállomás sebességének nagysága állandó.
C. Az űrállomás földközelben lassabban, földtávolban gyorsabban mozog.

46. Hol nagyobb a sebessége a Földnek?

A. Napközelben
B. Naptávolban
C. A kettő között középen
D. Ugyanakkora mindenhol

47. A Nap körül elnyúlt ellipszispályán keringő Halley-üstökös 76 évenként tér vissza a Nap közelébe, s legutóbb 1986-ban volt napközelben. Hol járhat most pályájának a Naptól legtávolabbi pontjához viszonyítva?

A. Még nem tette meg a legtávolabbi pontig tartó út felét.
B. A legtávolabbi pontig tartó útnak körülbelül a felét tette meg.
C. A legtávolabbi pontig tartó útnak már több mint a felét megtette, de a legtávolabbi pontot még nem érte el.
D. Már túl van a legtávolabbi ponton, és jön visszafelé.

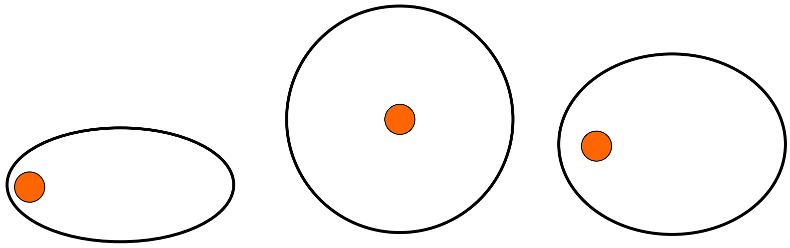
48. A Nap körül elnyúlt ellipszispályán keringő Halley-üstökös 76 évenként tér vissza a Nap közelébe, s legutóbb 1986-ban volt napközelben. Körülbelül hol járt 2005-ben a pályájának a naptávoli pontjához viszonyítva?

A. Még nem tette meg a legtávolabbi pontig tartó út felét.
B. A legtávolabbi pontig tartó útnak körülbelül a felét tette meg.
C. A legtávolabbi pontig tartó útnak már több mint a felét megtette, de a legtávolabbi pontot még nem érte el.
D. Már túl volt a legtávolabbi ponton, és jött visszafelé.

49. Ha a Hold pályájának excentricitása 0,6 lenne, hányszor akkorának látszana az átmérője perigeum idején, mint apogeum idején?

A. 9-szer
B. 4-szer
C. 2-szer
D. 1,67-szer

50. Az alábbi bolygók ugyanakkora tömegű csillag körül keringenek.
Melyik bolygó keringési ideje a legnagyobb?



A. az elsőé,
B. a másodiké,
C. a harmadiké,
D. mindhárom bolygó keringési ideje egyenlő.

51. A Föld a Naptól 1 csillagászati egységre (1 CSE) kering, és 1 év alatt kerüli meg. Mekkora lenne a keringési ideje annak az égitestnek, amely 4 CSE-re keringene a Nap körül?
A. 2 év
B. 4 év
C. 8 év

52. Hogyan módosulna egy, a Föld körül keringő mesterséges hold keringési ideje, ha a Föld középpontjától mért távolságát az eredeti érték négyszeresére növelnénk? (A mesterséges hold pályáját tekintsük körnek!)
A. Körülbelül 1,41-szeresére nőne.
B. Kétszeresére nőne.
D. Nyolcszorosára nőne.
C. Négyszeresére nőne.

53. Melyikből lehet meghatározni a Nap−Föld távolságot?
A. A Napról visszaverődő radarjelek megérkezésének idejéből.
B. A Holdról visszaverődő radarjelek megérkezésének idejéből.
C. A Vénuszról visszaverődő radarjelek megérkezésének idejéből.
D. Abból, hogy tudjuk, mennyi idő alatt ér a fény a Napból a Földre.

54. A Mars két holdja a Phobos és a Deimos. Melyiknek nagyobb a keringési ideje, ha a Phobos kering a Marshoz közelebb?
A. A Phobosnak.
B. A Deimosnak.
C. A két keringési idő egyenlő.

55. Ha a Földnek lenne még egy holdja, amelyik nagyobb sugarú pályán keringene, mint a Hold, mekkora lenne a keringési ideje a Holdéhoz képest?
A. Kisebb.
B. Ugyanakkora.
C. Nagyobb.

56. A Vénusz körülbelül kétszer messzebb kering a Naptól, mint a Merkúr. Hányszorosa a Vénusz keringési ideje a Merkúrénak?

A. 2-szerese
B. $2\sqrt{2}$ -szerese
C. 4-szerese

D. 8-szorosa

57. A Szaturnusz gyűrűi számtalan apró részecskéből állnak, amelyek külön-külön körmozgást végeznek a Szaturnusz egyenlítői síkjában. A legbelső gyűrű belső oldala 70 000 km-re, a legkülső gyűrű külső oldala 140 000 km-re van a Szaturnusz középpontjától. A legkülső pályán keringő részecskék periódusideje hányszorosa a legbelső pályán keringő részecskék periódusidejének?

A. Kepler III. törvényét alkalmazva $\frac{T_k}{T_b} = \sqrt{8}$.

B. Mivel a pálya kör alakúnak tekinthető, a szögsebességeik egyenlőek, ezért a periódusidejük is azonos.

C. A periódusidők aránya egyenlő a sugarak arányával. Tehát $\frac{T_k}{T_b} = 2$.

D. A külső pályán lévők kerületi sebessége kétszer nagyobb, így $\frac{T_k}{T_b} = 1$.

58. A Szaturnusz gyűrűje a bolygó körül keringő kő- és jégdarabkákból áll. A darabok *T* keringési ideje a pályájuk *r* sugarától függ. *T* arányos r^n-nel, ahol *n* értéke

A. 1
B. 1,5
C. 2
D. 3

59. Az alábbi bolygókat keringési idő szerint csökkenő sorrendben szeretnénk felsorolni. Melyik a helyes sorrend?

A. Neptunusz, Jupiter, Szaturnusz.
B. Jupiter, Neptunusz, Szaturnusz.
C. Neptunusz, Szaturnusz, Jupiter.

60. A Föld körül, azonos sugarú körpályán két különböző tömegű műhold kering. Melyiknek hosszabb a keringési ideje?

A. A kisebb tömegűnek, mert annak kisebb a lendülete.
B. Egyenlő a keringési idejük, mert azonos a gyorsulásuk.
C. A nagyobb tömegűnek, mert rá nagyobb vonzóerővel hat a Föld.

61. Tekintsünk két űrállomást, amelyek körpályán keringenek a Föld körül! Melyiknek nagyobb a keringési sebessége?

A. Annak, amelyik nagyobb sugarú körpályán kering.
B. Annak, amelyik kisebb sugarú körpályán kering.
C. Az űrállomások keringési sebességei egyenlők.

62. A geostacionárius műholdak úgy keringenek a Föld körül, hogy mindig a Föld egy adott pontja fölött vannak. (A Földhöz képest állandó helyzetűek.) Hol lehet egy ilyen műhold az alábbi esetek közül?

A. A Föld bármely pontja felett lehetséges.
B. Csak az Egyenlítő felett.
C. Csak a sarkok felett.

63. A geostacionárius műholdak keringésük során folyamatosan a Föld ugyanazon pontja felett tartózkodnak. Lehet-e ez a „pont” Budapest?

A. Nem, ez nem lehetséges.
B. Elvileg megvalósítható ilyen műhold pályára állítása, de nincs rá szükség, mert az Európa felett elhelyezkedő műholdak Budapestről láthatóak.

C. Sok ilyen műhold van már, például ezekre irányítjuk a televíziós parabolaantennákat.

64. Egy műhold körpályán kering a Föld körül, keringési ideje pontosan egy nap. Milyen magasan keringhet a Föld körül?

A. A műhold csak kb. 36000 km magasan keringhet pontosan az Egyenlítő fölött. Ez egy ún. geostacionárius pálya.
B. A műhold több, különböző magasságú pályán is keringhet, de mindig pontosan az Egyenlítő fölött.
C. A műhold csak kb. 36000 km magasan keringhet a Föld körül, de nem feltétlenül az Egyenlítő fölött.
D. A műhold több, különböző magasságú pályán is keringhet, és nem feltétlenül az Egyenlítő fölött.

65. Az *A* műhold geostacionárius pályán (mindig a Föld azonos pontja felett maradva, a Föld tengely körüli forgásának periódusidejével) kering, míg a *B* műhold az *A*-nál nagyobb sugarú körpályán. Mit mondhatunk a *B* műhold keringési idejéről?

A. A B műhold keringési ideje egy napnál rövidebb.
B. A B műhold keringési ideje egy napnál hosszabb.
C. Attól függően, hogy az Egyenlítő felett kering-e vagy sem, a B műhold keringési ideje egy napnál hosszabb vagy rövidebb is lehet.

66. Egy űrszondát a Jupiter fölött, a földi geostacionárius műholdakéhoz hasonló „jovistacionárius” szinkronpályára szeretnénk állítani, azaz olyan pályára, hogy a bolygó felszínének mindig ugyanazon pontja fölött legyen. Milyen adatokból tudjuk a szükséges magasságot kiszámítani?

A. A Jupiter tömegéből és forgási idejéből.
B. A Jupiter keringési idejéből és forgási idejéből.
C. A Jupiter tömegéből és keringési idejéből.
D. Az űrszonda tömegéből és a Jupiter forgási idejéből.

Megoldás 5

5.1 A keringési idő években:

$$T = \frac{2\pi \cdot r}{v} = \frac{2\pi \cdot 35 \cdot 3{,}0 \cdot 10^8}{150000} = 440000\text{év}.$$

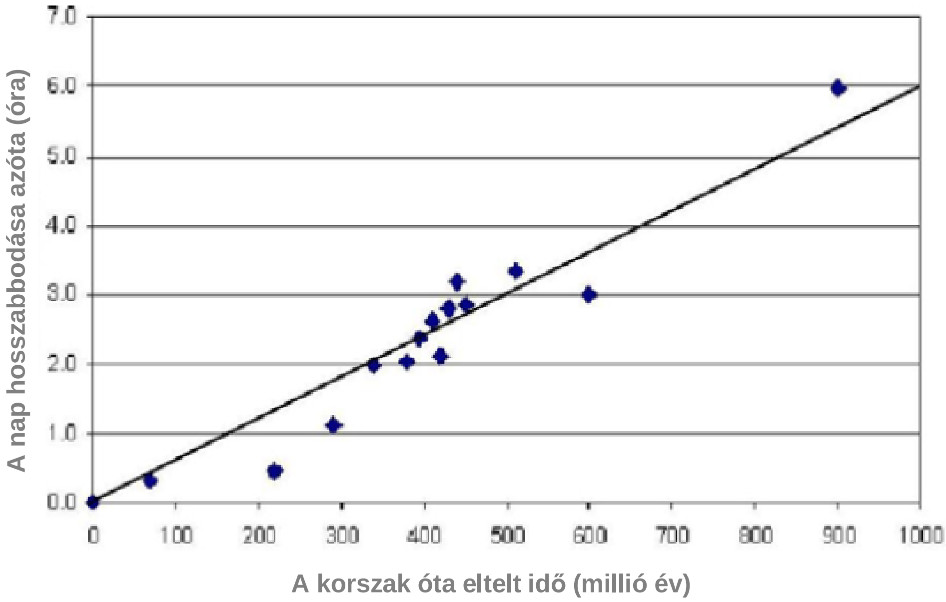
5.2 $$v = \frac{2\pi \cdot r}{T} = \frac{2\pi \cdot 1{,}5 \cdot 10^{11}}{365 \cdot 24 \cdot 3600} =$$

$$= 3{,}0 \cdot 10^5 \text{m/s} = 30\text{km/s}$$

5.3 (a)

eltelt idő (millió év)	napok száma egy évben	a nap hossza (óra)	különbség (óra)
0	365	24,0	0,0
70	370	23,7	0,3
220	372	23,5	0,5
290	383	22,9	1,1
340	398	22,0	2,0
380	399	22,0	2,0
395	405	21,6	2,4
410	410	21,4	2,6
420	400	21,9	2,1
430	413	21,2	2,8
440	421	20,8	3,2
450	414	21,2	2,8
510	424	20,7	3,3
600	417	21,0	3,0
900	486	18,0	6,0

A grafikon meredeksége 6,0 óra / 1000 millió év = $6{,}0 \cdot 10^{-7}$ óra / 100 év = 2,2 ms/évszázad



http://spacemath.gsfc.nasa.gov

5.4 (a) $$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.033} = 190\text{rad/s}$$

$$\Delta\omega = \omega - \omega_0 = \frac{2\pi}{T + \Delta T} - \frac{2\pi}{T} =$$

$$= \frac{2\pi}{0{,}033 + 1{,}26 \cdot 10^{-5}} - \frac{2\pi}{0{,}033} = -0{,}0727\text{rad/s}$$

$$\beta = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{-0{,}0727}{365 \cdot 24 \cdot 3600} = -2{,}3 \cdot 10^{-9}\,\text{rad/s}^2$$

Vagy:

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{2\pi}{T}\right) = -\frac{2\pi}{T^2} \cdot \frac{dT}{dt} =$$

$$= -\frac{2\pi}{0{,}033^2} \cdot \frac{1{,}26 \cdot 10^{-5}}{365 \cdot 24 \cdot 3600} = -2{,}3 \cdot 10^{-9}\,\text{rad/s}^2$$

(b) $$t = \frac{-\omega}{\beta} = \frac{-2\pi}{\beta T} = \frac{2\pi}{2{,}3 \cdot 10^{-9} \cdot 0{,}033} =$$

$$= 8{,}3 \cdot 10^{10}\text{s} = 2600\text{év}$$

(c) Az eltelt idő kb. 1000 év (pontosabban nem érdemes számolni).

$$\Delta\omega = \beta \cdot t = -2{,}3 \cdot 10^{-9} \cdot 1000 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \approx$$

$$\approx -70\text{rad/s}$$

A kezdeti szögsebesség becsült értéke

190 + 70 = 260 rad/s

$$T = \frac{2\pi}{260} = 0{,}024\text{s}$$

5.5 A körmozgás vetülete harmonikus rezgőmozgás. Amikor középen jár, sebessége maximális. Félamplitúdónyi kitérésnél

$$v = v_{max} \cdot \sqrt{1-0{,}5^2} = 0{,}866 v_{max}$$

$$\frac{1}{0{,}866} = 1{,}15\text{-ször gyorsabb.}$$

5.6 $2 \cdot T_T \approx 7 \cdot T_R \approx 31{,}7\,\text{nap}$

31,7 nap múlva ismét együttállás várható.

5.7 (a) A Hold 29,5 nap alatt tesz meg egy teljes kört az égbolton. 90 másodperc alatt szögelfordulása

$$\alpha = \frac{90}{29{,}5 \cdot 24 \cdot 3600} \cdot 2\pi = 0{,}0022\,\text{rad}$$

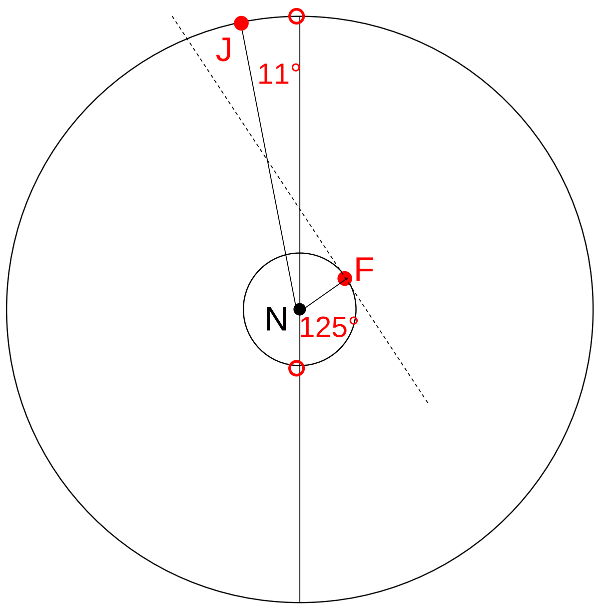
(b) $d = \dfrac{D}{\alpha} = \dfrac{1{,}4 \cdot 10^8\,\text{m}}{0{,}0022} = 6{,}3 \cdot 10^{11}\,\text{m} = 4{,}2\,\text{CSE}$

5.8 Tekintsük a körülfordulásoknak egy óra alatt lejátszódó hányadát:

$$\frac{1}{24} = \frac{1}{T} - \frac{1}{365{,}256 \cdot 24}$$

$$T = 23{,}9345 \text{ óra}$$

5.9 Példa: Most 2017. január 31-e van. 2016. szeptember 26-án együttállás volt, 127 nap telt el azóta.



127 nap alatt a Föld

$$360 \cdot \frac{127}{365{,}25} = 125$$

fokot, a Jupiter

$$360 \cdot \frac{127}{4333{,}6} = 11$$

fokot mozdult el.

Az NFJ szög nagysága szögméréssel vagy az NFJ háromszögből koszinusztétellel meghatározva: 103°, alig nagyobb derékszögnél. A Jupitert csak a hajnali égbolton lehet megfigyelni.

5.10 (a) Az Io és az Europa takarásban voltak vagy olyan közel látszottak egymáshoz, hogy Galilei távcsövének felbontóképessége nem volt elég a megkülönböztetésükhöz. (Bármelyik lehet, hiszen Galilei adatközlése alapján nem lehet pontosan rekonstruálni a megfigyelés időpontját.)

(b) Ezúttal a Kallisztó nevű holdat vagy nem vette észre/nem gondolta a rendszerhez tartozónak (mivel három holdat keresett és három látszott is a Jupitertől nyugatra), vagy a Kallisztó nem látszott (pl. felhő takarta).

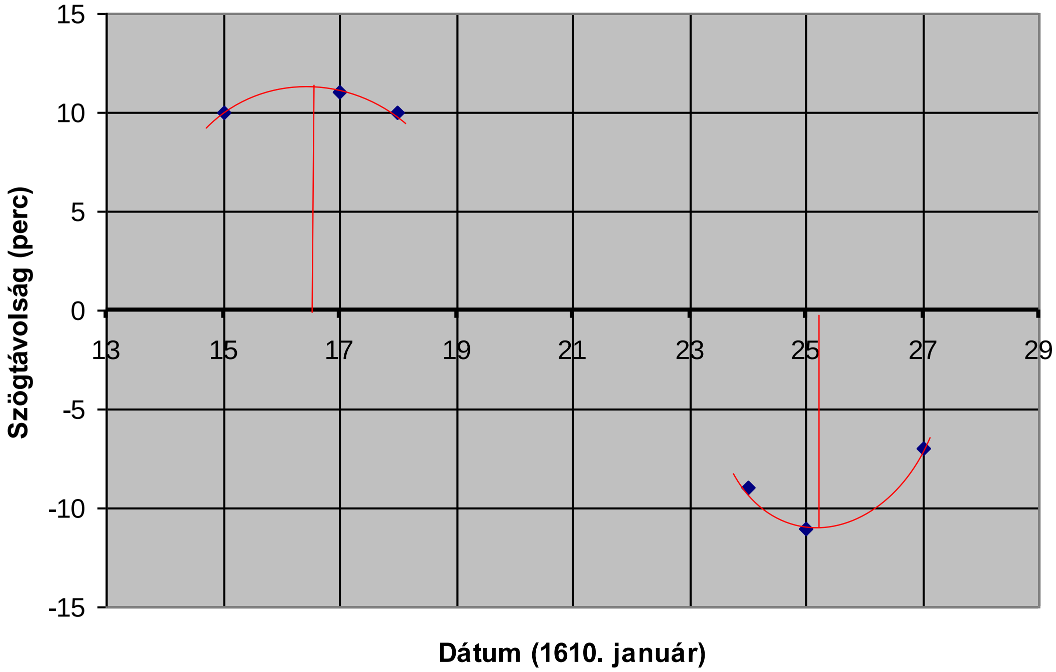
(c) 1h RA-különbség 360°/24 = 15°-os szögtávolságot jelent. Ezzel arányosan 1m 15 szögpercnek, 1s 15 szögmásodpercnek felel meg (vagyis 4s ér 1 szögpercet). Az ábrán az Europa 4h42m22,5s-nál, a Jupiter 4h42m15s-nál van. A különbség 7,5s. Ennek kb. 110 szögmásodperc felel meg, ami közel van a Galilei által megállapított 2 szögperchez.

5.11 Kallisztó (kb. fél hónapnyinak becsüli). A napi egy esti mérés a két legbelső holdhoz kevés. A Ganümédész esetében a távolságmérés pontatlansága miatt sokszor nehéz megkülönböztetni az Europától.

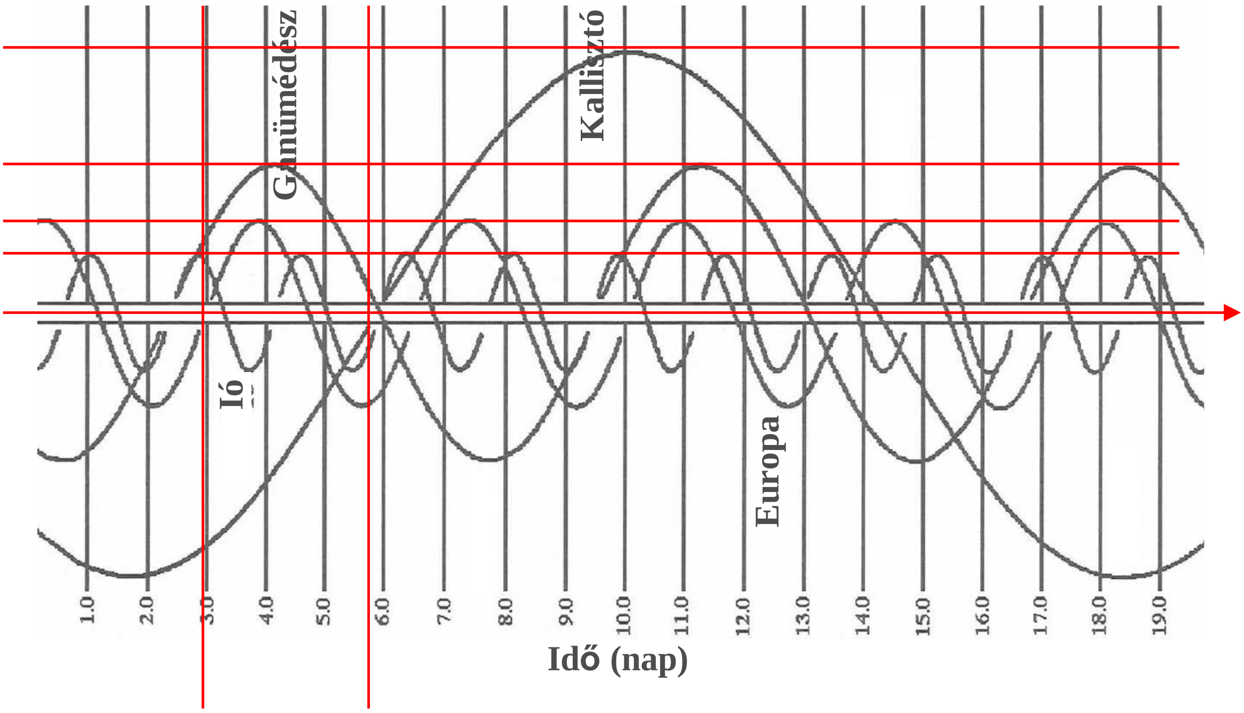
5.12 A szögtávolságokat az idő függvényében ábrázolva megállapíthatók a szélsőértékek. A grafikon alapján a közöttük eltelt idő

25,2 – 16,2 = 8,6 nap,

vagyis a periódus kb. 17 nap.
(Valójában 16,7 nap.)



5.13 (a)



Az Ió grafikonjának maximuma van 4,6 napnál és 17,0 napnál is, közte hét periódus telik el:

$$T_{\text{Ió}} = \frac{17{,}0 - 4{,}6}{7} = 1{,}8\text{nap}$$

Az Europa grafikonjának maximuma van 7,4 napnál és 14,5 napnál is, közte két periódus telik el:

$$T_{\text{Europa}} = \frac{14{,}5 - 7{,}4}{2} = 3{,}5\text{nap}$$

A Ganümédész grafikonjának maximuma van 4,2 napnál és 18,5 napnál is, közte két periódus telik el:

$$T_{\text{Ganümédész}} = \frac{18{,}5 - 4{,}2}{2} = 7{,}2\text{nap}$$

A Kallisztó grafikonjának minimuma van 1,8 napnál és 18,4 napnál is, közte egy periódus telik el:

$$T_{\text{Kallisztó}} = 18{,}4 - 1{,}8 = 16{,}6\text{nap}$$

(b) Az Io, a Ganümédész és a Kallisztó grafikonja egyaránt 5,8 napnál, az Europáé 3,0 napnál metszi az időtengelyt. Ez adja C (egy lehetséges) értékét.

Ha A > 0 értéket szeretnénk, a Ganümédész esetében egy félperiódust hozzáadva

C = 5,8 + 3,6 = 9,4 megfelel.

$C_{\text{Ió}}$ = 5,8;

C_{Europa} = 3,0;

$C_{\text{Ganümédész}}$ = 9,4;

$C_{\text{Kallisztó}}$ = 5,8.

B értéke $\frac{2\pi}{T}$, ahol T a keringési periódus.

$B_{\text{Ió}}$ = 3,5;

B_{Europa} = 1,8;

$B_{\text{Ganümédész}}$ = 0,87;

$B_{\text{Kallisztó}}$ = 0,38.

A értékének megállapításához az amplitúdót kell leolvasni. Az ábra szerint a Jupiter-sugárban kifejezett amplitúdók növekvő sorrendben

$A_{\text{Ió}}$ = 5;

A_{Europa} = 7;

$A_{\text{Ganümédész}}$ = 17;

$A_{\text{Kallisztó}}$ = 30.

A fentiek alapján a keresett kitérés–idő függvények:

$$y_{\text{Ió}} = 5 \cdot \sin(3{,}5(t-5{,}8));$$

$$y_{\text{Europa}} = 7 \cdot \sin(1{,}8(t-3{,}0));$$

$$y_{\text{Ganümédész}} = 17 \cdot \sin(0{,}87(t-9{,}4));$$

$$y_{\text{Kallisztó}} = 30 \cdot \sin(0{,}38(t-5{,}8)).$$

5.14 (a) B idő alatt a bolygó szögelfordulása 2π-vel nagyobb, mint a Földé:

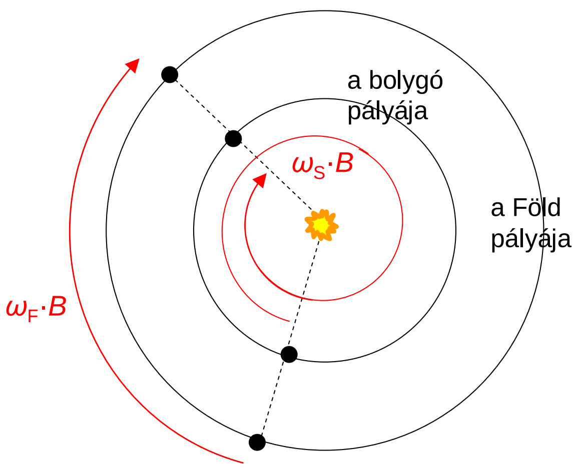
$$2\pi = \omega_S \cdot B - \omega_F \cdot B$$

(Ebből, vagy a szögsebességek összetételét közvetlenül felírva:)

$$\frac{2\pi}{B} = \omega_S - \omega_F$$

$$\frac{2\pi}{B} = \frac{2\pi}{S} - \frac{2\pi}{F}$$

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{B} + \frac{1}{F}$$



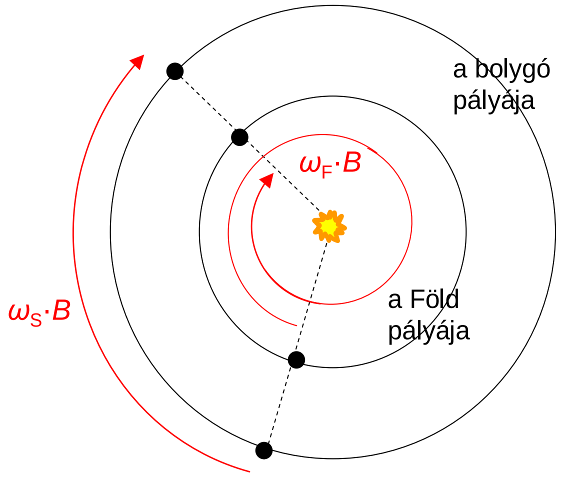
(b) B idő alatt a most bolygó szögelfordulása 2π-vel kisebb, mint a Földé:

$$2\pi = \omega_F \cdot B - \omega_S \cdot B$$

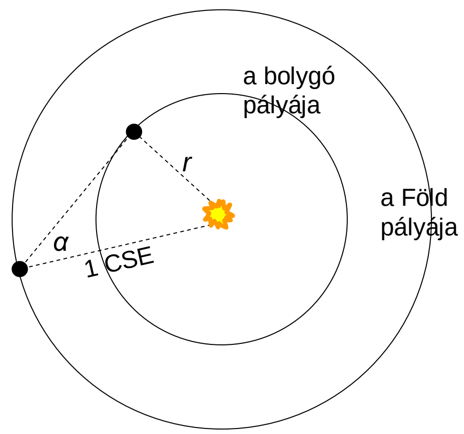
$$\frac{2\pi}{B} = \omega_F - \omega_S$$

$$\frac{2\pi}{B} = \frac{2\pi}{F} - \frac{2\pi}{S}$$

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{F} - \frac{1}{B}$$

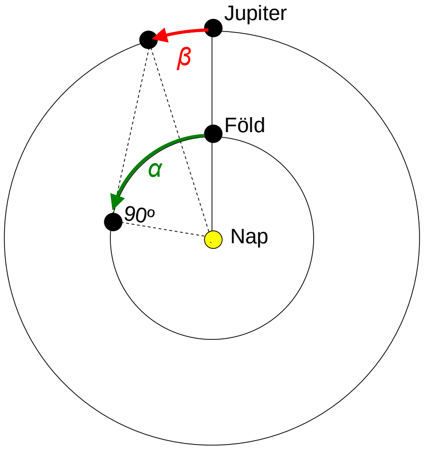


5.15 (a) Belső bolygó esetén a periódus nem is szükséges: megméri a Nap és a bolygó legnagyobb szögtávolságát (maximális elongáció).
A sugár a derékszögű háromszögből: $r = 1 \cdot \sin \alpha$.



Külső bolygó esetén megméri az oppozíció és az azt követő kvadratúra között eltelt időt. Ebből kapja az α szöget.

A szinodikus periódusból kiszámítja a sziderikus periódust, abból pedig a β szöget. Ezek különbsége jelenik meg a derékszögű háromszögben:
$r = 1/\cos(\alpha - \beta)$.



(b) A Jupiter példáján: A keringési periódusra

$$\frac{1}{T}=\frac{1}{365}-\frac{1}{398}$$

$T = 4400$ nap

$$\alpha=\frac{87}{365}\cdot 360^{\circ}=85{,}8^{\circ}$$

$$\beta=\frac{87}{4400}\cdot 360^{\circ}=7{,}1^{\circ}$$

A Jupiter-Nap távolság

$$r=\frac{1}{\cos(\alpha-\beta)}=\frac{1}{\cos 78{,}7^{\circ}}=5{,}1\text{CSE}$$

5.16 27,3 nap

5.17 Sziderikus hónapból $\frac{365}{27{,}3}=13{,}4$ van egy évben, míg holdhónapból $\frac{365}{29{,}5}=12{,}4$.

A különbség 1.

Megjegyzés:
A válasz a szögsebességek összeadódása folytán a definíciókból következik.

5.18 A Kepler-16B szinodikus periódusát kell meghatároznunk.
A Kepler-16B pályamenti szögsebessége

$$\omega_{\mathrm{B}}=\frac{360^{\circ}}{41\text{nap}}=\frac{8.78^{\circ}}{\text{nap}}.$$

A Tatuin szögsebessége

$$\omega_{\mathrm{T}}=\frac{360^{\circ}}{229\text{nap}}=\frac{1{,}57^{\circ}}{\text{nap}}.$$

A gyorsan keringő Kepler-16B és a lassabb Tatuin szögsebességének különbsége

$$\frac{8{,}78^{\circ}}{\text{nap}}-\frac{1{,}57^{\circ}}{\text{nap}}=\frac{7{,}21^{\circ}}{\text{nap}}$$

$$\frac{360^{\circ}}{\frac{7{,}21^{\circ}}{\text{nap}}}=50\text{nap}$$

Tehát 50 nap múlva lesznek először megint egy vonalban a Kepler-16A-val.

5.19 (a) 360° látszólagos elfordulásához

$12\cdot 62 = 744$ óra = 31 nap kell.

(b) Egy év alatt 1-gyel többször fordul a csillagokhoz képest, mint a Földhöz képest:

$$\frac{365}{T}=\frac{365}{31}+1=\frac{396}{31}$$

$$T=31\cdot\frac{365}{396}=29\text{nap}$$

5.20

5.21. Az újhold (körülbelül) *napkeltekor* kel, *délben* delel, és *napnyugtakor* nyugszik. Első negyed idején a Hold (körülbelül) *délben* kel, *napnyugtakor* delel, és *éjfélkor* nyugszik. A telihold (körülbelül) *napnyugtakor* kel, *éjfélkor* delel, és *napkeltekor* nyugszik. Utolsó negyed idején a Hold (körülbelül) *éjfélkor* kel, *napkeltekor* delel, és *délben* nyugszik.

5.22 (a) éjfél, utolsó negyed.
(b) reggel 6 óra, telihold

5.23 (a) fogyó sarló
(b) telihold
(c) növekvő sarló
(d) reggel 6 óra
(e) déli 12 óra
(f) délután 6 óra

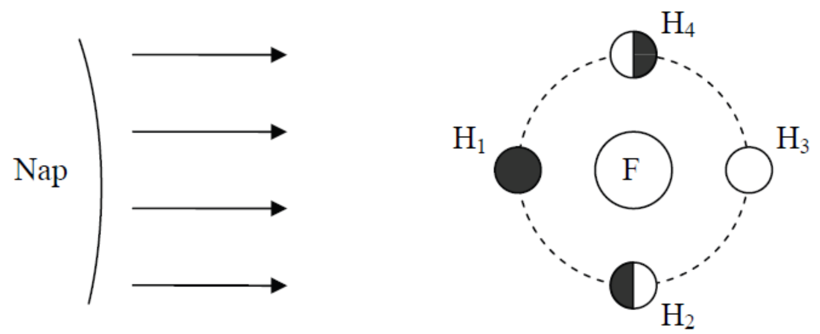
5.24 Nem. A déli féltekén fordítva van (akkor dagad, amikor C, és akkor csökken, amikor D alakú.
Sőt, alacsony földrajzi szélességeken még az északi féltekén sem igazán alkalmazható: a csökkenő hold C betűje szinte egészen a hátán fekszik. (Arab mesékben szerepel is a Hold csónakja.)

5.25 (a) sarló (b) félholdnál nagyobb
(c) telihold

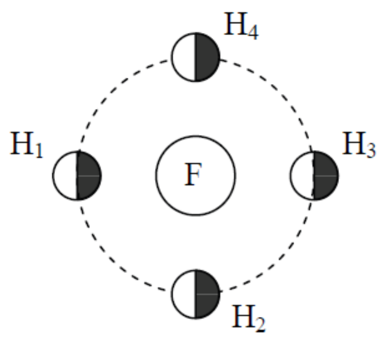
5.26 (a) Az első képsorozat a Hold fázisait mutatja, a második képsorozat pedig egy holdfogyatkozást ábrázol.

(b) Az első esetben a Hold, a Föld és a Nap kölcsönös helyzete olyan, hogy nem látjuk a teljes megvilágított félgömböt a Földről. A második esetben a Hold a Föld által vetett árnyékban tartózkodik, tehát nem éri a Napból érkező fény, így sötétnek látjuk.

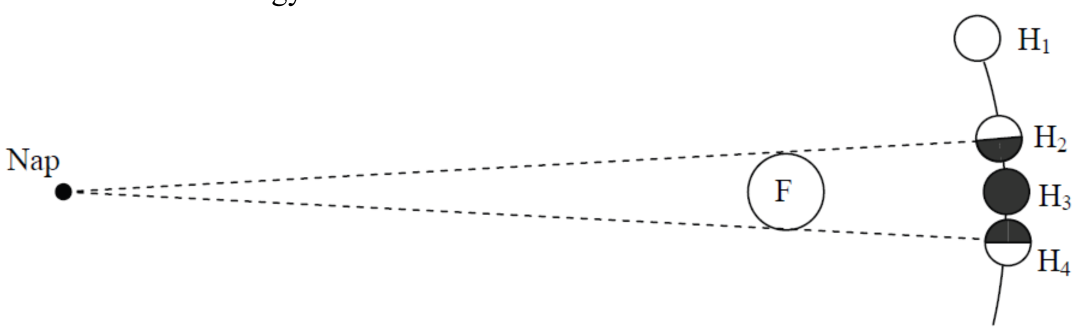
(c) I. választása esetén a Hold fázisait bemutató ábra: A Nap, a Föld és a Hold Föld körüli pályájának rajza. Nem szükséges feltüntetni a Napot, amennyiben pl. nyilak jelölik a Nap irányából érkező sugárzást. A Hold helyzeteinek rajza a holdfázisoknak megfelelően.
Ez utóbbi kétféleképpen lehetséges, a kétféle ábrának megfelelően. Az elsőnél a Hold Földről nézett alakjait rajzoltuk be, a másodiknál a Hold „távolabbi űrből" nézett alakját rajzoltuk be, ami mindig egy félig megvilágított gömb, de a Föld felé nem mindig ez fordul. Bármelyik ábrázolásmód elfogadható, amennyiben következetes.



vagy



II. választása esetén a holdfogyatkozás fázisait bemutató ábra:



A Nap, a Föld és a Hold Föld körüli pályaívének, valamint a Föld által vetett árnyék rajza. (Elfogadható, ha a vizsgázó egy pontszerű fényforrás miatt keletkező árnyékot rajzol. A teljes/részleges árnyék külön tárgyalása vagy berajzolása nem szükséges.) A Hold helyzeteinek rajza a számozott felvételeknek megfelelően.

Megjegyzés:
A feladatban megadott ábrák időbeli sorrendje olyan, ahogyan az északi féltekéről látjuk a holdfázisokat.
Északifélteke-lakókként általában észak felől rátekintve szoktuk lerajzolni a bolygók pályáját. A megoldás első két ábrája valóban így készült, és olyan holdfázisoknak felel meg, amilyeneket az északi féltekéről észlelünk.
Az alsó, harmadik ábra azonban nem szokványos ábra. Itt a Hold az óra járása szerinti irányban halad, vagyis dél felől tekintünk a pályájára.

5.27 Nyugatról, hiszen a Föld északi pólusa felől tekintve a Föld Nap körüli, illetve a Hold Föld körüli keringése egyaránt pozitív forgásirányban (nyugatról keletre) történik, de a Hold szögsebessége nagyobb.

5.28 (Durva becslés.)
A Hold szinodikus periódusa 29,5 nap ≈ 30 nap:
1 nap alatt megtesz kb. 360/30 = 12°-ot, vagyis óránként kb. fél fokot látszik elmozdulni. A Nap tányérja is kb. fél fok átmérőjű, vagyis kb. 2 óráig tart az egész átvonulás.

5.29 (a) Akik holdfogyatkozást láttak: a holdfogyatkozás nem csak egy keskeny sávból, hanem a teljes éjszakai félgömbről észlelhető, és hosszabb ideig tart. (Bár napfogyatkozásból van több.)

(b) Nem. A Föld árnyékkúpja a Hold távolságában mindig nagyobb átmérőjű, mint a Hold.

(c) Nem, a fogyatkozások alkalmával a Napnak a földpálya és a holdpálya metszésvonalában kell tartózkodnia. Ez kb. félévenként (kicsit gyakrabban) következik be.

(d) Nem. Még részleges fogyatkozást sem láthattak mindkét helyről, hiszen az összekötő szakasz hossza kb. 8000 km, míg a Hold teljes árnyékának (penumbra) az átmérője a Nap nagy távolsága miatt alig nagyobb a Hold átmérőjénél

5.30 (a) Mindkét égitest kb. fél fok átmérőjű az égen. Így ha egymást 1 foknál jobban megközelítik, már lesz közöttük valamilyen mértékű átfedés.

(b) Ha a metszésvonalnak irányt tulajdonítunk, ez az irány

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{365{,}25} + \frac{1}{6797}$$

T = 346,6 naponként mutat a Nap felé. (Ezt az időtartamot nevezik fogyatkozási évnek.) Félidőben a Naptól elfelé mutat, így a Nap fele ennyi időnként, azaz 173,3 naponként halad át a metszésvonalon. (Ez valamivel kevesebb, mint fél év.)

(c) Két egymást követő újhold között 29,53 nap telik el, a fogyatkozási év 346,6 nap. Keressük tehát a 29,53 és a 346,6 legkisebb közös többszörösét. (Ilyenkor a három égitest egymáshoz viszonyított helyzete szinte ugyanaz.)
4 értékes jeggyel számoltunk, az ötödik jegyben lehet eltérés.

$$0{,}9999 < \frac{346{,}6\,p}{29{,}53\,q} < 1{,}0001,$$ ahol p és q egészek.

$$0{,}9999 < 11{,}737 \cdot \frac{p}{q} < 1{,}0001$$

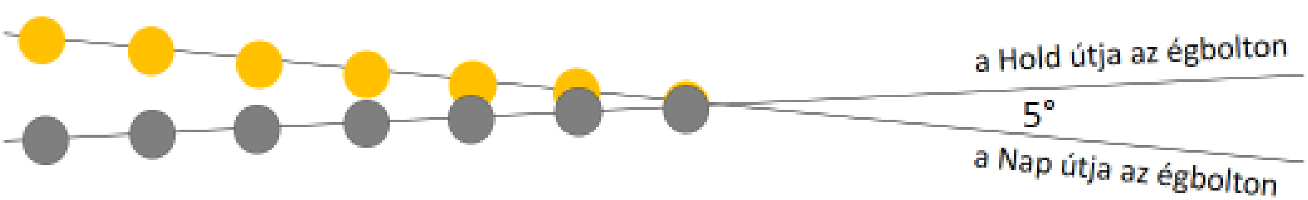
Tekintsük 11,737 többszöröseit: melyik az első olyan $11{,}737 \cdot p$ alakú szám, amely egy egész szám (q) közelébe esik?

11,737	129,107
23,474	140,844
35,211	152,581
46,948	164,318
58,685	176,055
70,422	187,792
82,159	199,529
93,896	211,266
105,633	223,003 = 11,737·19
117,370	

Vagyis p = 19, q = 223.

$$223 \cdot 29{,}53 \approx 19 \cdot 346{,}6 \approx 6585$$

nap múlva fog a Hold megint újholdkor a metszésvonalban tartózkodni.



(d) 6585 = 18·365 + 15 nap. Közben a szökőévek száma 4 vagy 5, tehát 18 év és 10 vagy 11 nap.

(e) Nem, hiszen a 0,3 nap többlet miatt a Föld megtesz további kb. egyharmad fordulatot a tengelye körül, ezért a fogyatkozást nem mi láthatjuk, hanem tőlünk kb. 120° távolságra élő embertársaink. A világnak azon a táján, ahol mi lakunk csak három ciklus elteltével lesz ismét napfogyatkozás, vagyis kb. 54 év múlva.

5.31 (a) A görbéről leolvasva, a bolygó kb. 8 nap alatt halad át a csillag előtt (a csillag fényesség-csökkenésének kezdetétől a teljes fényesség újbóli eléréséig számítva).
(Azt is elfogadták, ha valaki csak a kb. 6 napig tartó minimális fényességű időszak tartamát olvasta le.)

(b) A csillag felületének 8%-át takarja ki a bolygó. A bolygó és a csillag látszólagos felületének viszonya 0,08.

$$\frac{r^2 \cdot \pi}{R^2 \cdot \pi} = 0{,}08$$

amiből $\frac{r}{R} = 0{,}28$ arány adódik.

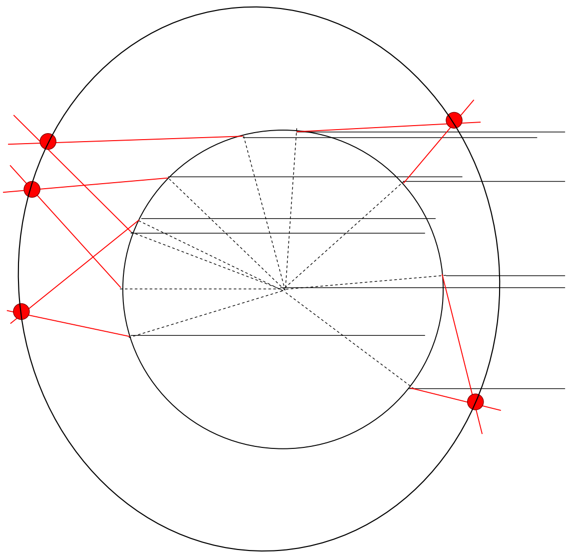
(c) A grafikonról leolvasva:
A bolygó a csillag látszólagos felületének kb. 6%-át takarja ki.
A bolygó 30 napos periódusidővel kering a csillag körül.
A bolygó áthaladási ideje kb. 2–8 nap.
(Mivel a grafikonról az áthaladás ideje csak rosszul látható, a becslést tág határok között kellett elfogadni.)

(d) A közelítő időpontok a grafikonról leolvasva:
7,5 nap, 57,5 nap, 107,5 nap
27,5 nap, 87,5 nap, 147,5 nap

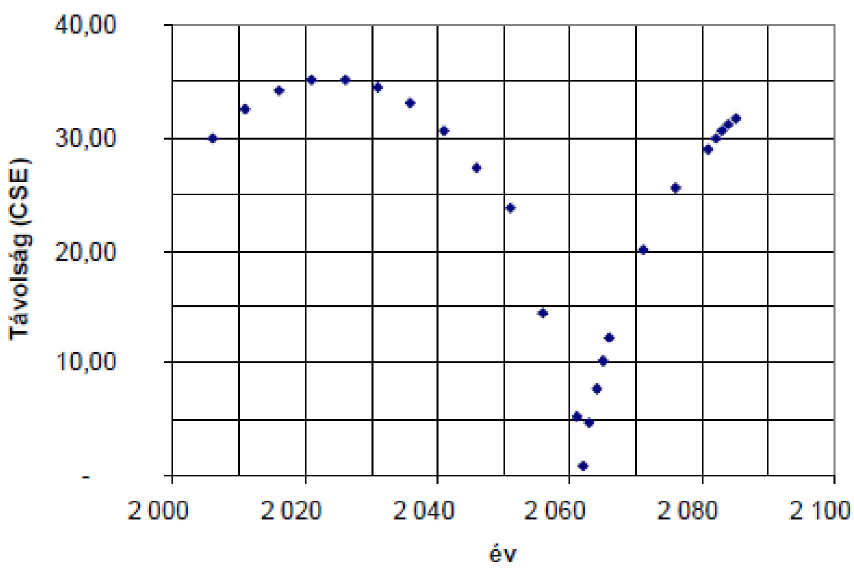
Az eltérő mértékű fényintenzitás-csökkenés magyarázata, hogy a csillag körül két, különböző átmérőjű bolygó kering.

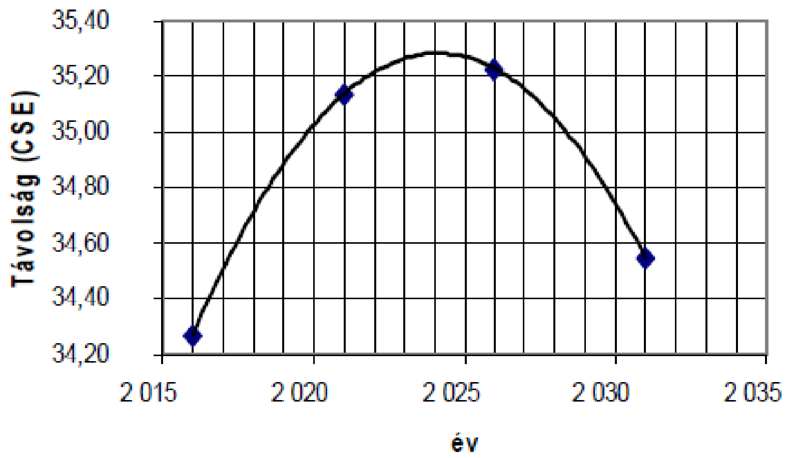
Az egymást követő fényintenzitás-csökkenések között eltelt időintervallumok eltérő voltának magyarázata, hogy hol az egyik, hol a másik bolygó takarja a csillagot. A két exobolygó keringési periódusa különböző.

5.32 (A rajz pontatlan, ennyire nem elnyúlt a Mars pályájának ellipszise.
A marspálya excentricitása 0,093.)



5.33 (a) A Halley-üstökös legközelebb 2062-ben lesz napközelben.





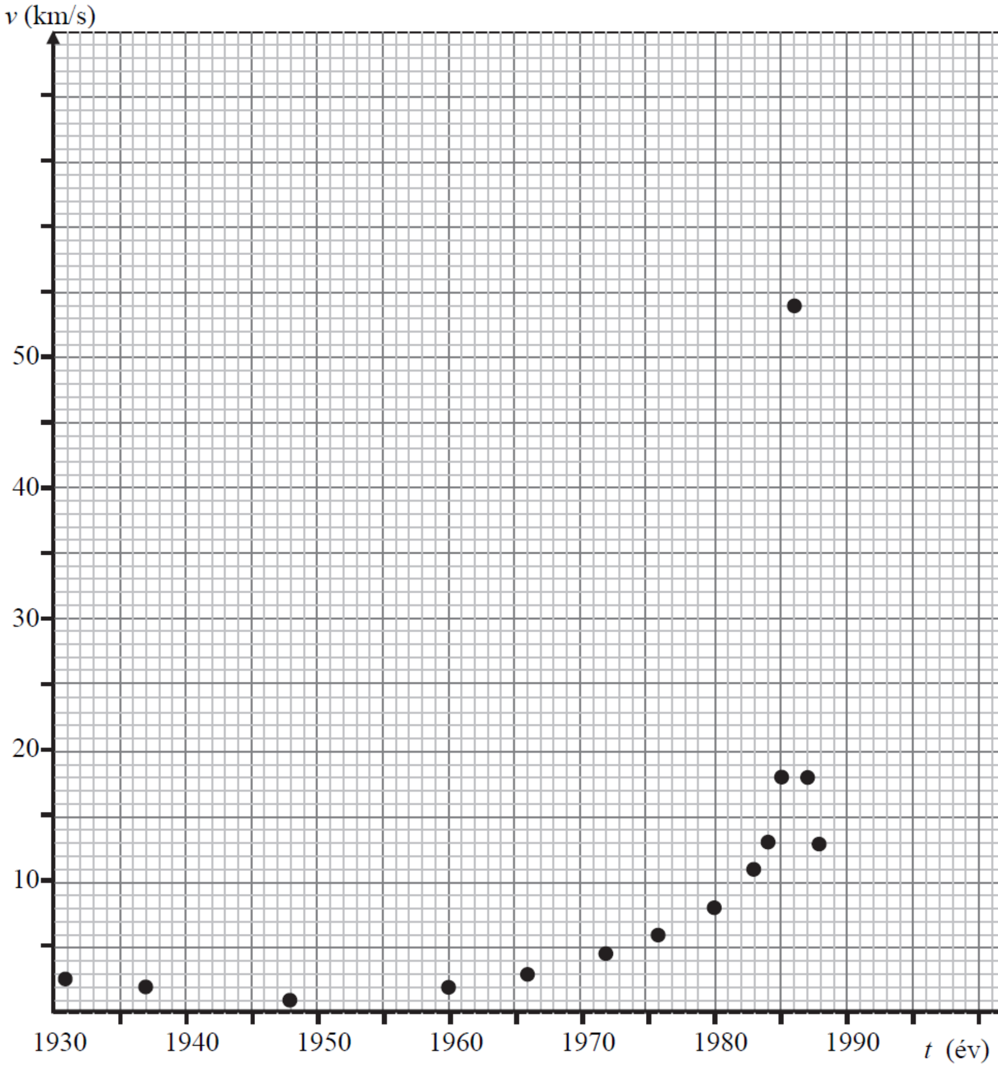
(b) Az üstökös 2024-ban lesz legközelebb naptávolban.
Az egymást követő naptávoli és a napközeli időpontok különbsége a fél periódusidőt adja, a Halley-üstökös esetében ez 38 év (2062–2024), a periódusidő pedig $T = 76$ év.

(vagy: közvetlen leolvasás a táblázatból:
pl. a 2006-os és 2082-es adatok összevetése)
(c) A legutóbbi napközeli helyzet
(2062 – 76 = 1986) 1986-ban volt.

(d) Kepler I. törvényének megfelelően a Nap körül keringő üstökös olyan ellipszispályán mozog, amelynek egyik fókuszában a Nap áll. Mivel a Halley-üstökös esetén a naptávoli helyzetben a Naptól mért távolság sokkal nagyobb, mint a napközeli helyzetben, ezért az ellipszispálya – szemben a Föld pályájával – erősen elnyúlt.

Kepler II. törvénye szerint a Naptól az üstököshöz húzott vezérsugár egyenlő idők alatt egyenlő területeket súrol. Az elnyúlt ellipszispálya miatt ez akkor teljesülhet, ha napközelben az üstökös sokkal nagyobb sebességgel halad, mint naptávolban. Ennek eredményeként naptávolban ugyanazon ellipszisíveket sokkal hosszabb idő alatt teszi meg, mint napközelben.

5.34 (a)



(b) Az égitest sebessége napközelben maximális, illetve naptávolban minimális.
A legkisebb, illetve a legnagyobb sebességhez tartozó évszámokat leolvasva:

Naptávol: 1948.
Napközel: 1986.

(c) A periódusidő a napközel és naptávol időkülönbségének kétszerese: 76 év.

(d) A feladatszövegben leírt összefüggés formális felírása és a Naptól vett legnagyobb távolság meghatározása:
$v_{max} \cdot R_1 = v_{min} \cdot R_2$, ahonnan R_2 = 35,2 CSE.

5.35 (a) Egy kicsiny Δt idő alatt a napközelben, illetve naptávolban súrolt egyenlő területek háromszöggel közelíthetők. A két háromszög területét Kepler II. törvénye alapján egyenlővé téve:

$$v_1 \Delta t \cdot r_1 = v_2 \Delta t \cdot r_2$$

$$v_1 r_1 = v_2 r_2$$

Tehát a sebességek aránya

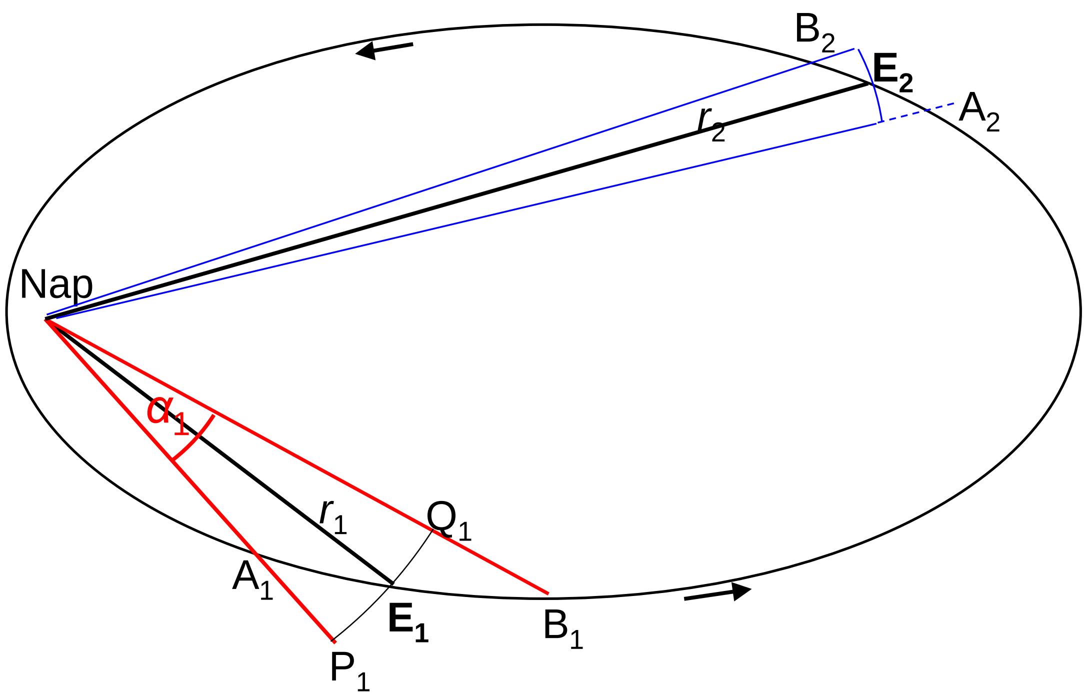
$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{r_2}{r_1} = 12$$

Az üstökös 12-szer olyan gyorsan halad napközelben, mint naptávolban.

Megjegyzés:
Ha felhasználjuk, hogy a területi törvény a perdületmegmaradással egyenértékű, a sebességvektornak a sugárra való merőlegessége miatt a $v_1 r_1 = v_2 r_2$ egyenlőség azonnal felírható.

Láthatjuk, hogy az A_2B_2 ív rövidebb, mint az A_1B_1 ív. Általánosságban nem teljesül a fordított arányosság.

Megjegyzés:
A területi törvény a perdületmegmaradással egyenértékű, ezért $v_1 r_1 = v_2 r_2$ helyett általános esetben csak a vektoriális szorzatokra áll fenn az egyenlőség: $\vec{v}_1 \times \vec{r}_1 = \vec{v}_2 \times \vec{r}_2$.



5.36 (a) B és D, (b) A, (c) E

5.37 (a) 12/13, (b) 3/5, (c) 24/25

5.38 $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{6{,}5^2 - 6^2} = 2{,}5\text{CSE}$

$$a - c = 6{,}5 - 2{,}5 = 4\text{CSE}$$

5.39 (a) $\frac{r^3}{T^2} = \frac{1^3}{1^3}$

$r = T^{2/3} = 2{,}2\text{CSE}$

(b) $c = ea = 0{,}85 \cdot 2{,}2 = 1{,}9\text{CSE}$

(c) $c = 0{,}85a$

Napközelben $r_1 = a - 0{,}85a = 0{,}15a$,

naptávolban $r_2 = a + 0{,}85a = 1{,}85a$

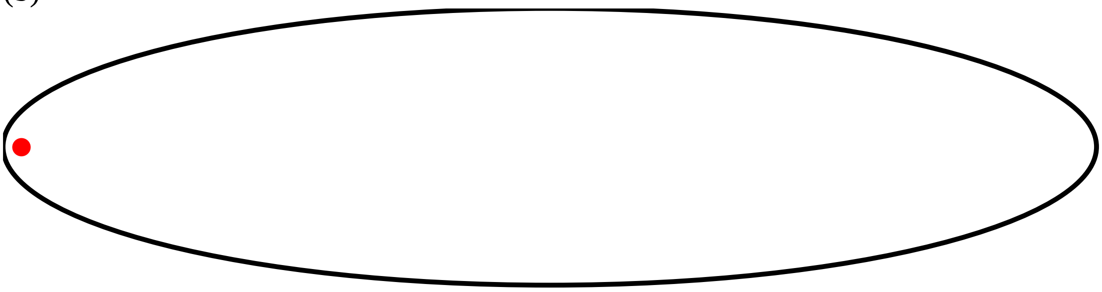
távolságra van a Naptól.

5.40 (a) $a = 17{,}8$

$c = ea = 0{,}967 \cdot 17{,}8 = 17{,}2$

$b = \sqrt{a^2 - c^2} = 4{,}54\text{CSE}$

(b)



(c) Kepler III. törvényéből a keringési idő évben kifejezve

$T = a^{3/2} = 75{,}1\text{év}$.

1986 + 75 = 2061-ben

várható a következő perihélium.

A perihéliumtávolság

$a(1-e) = 0{,}587\text{CSE}$

5.41 2226 év alatt 29 periódusát, ez összesen 30 alkalom.

5.42 Ugyanannyi, Kepler II. törvénye alapján.

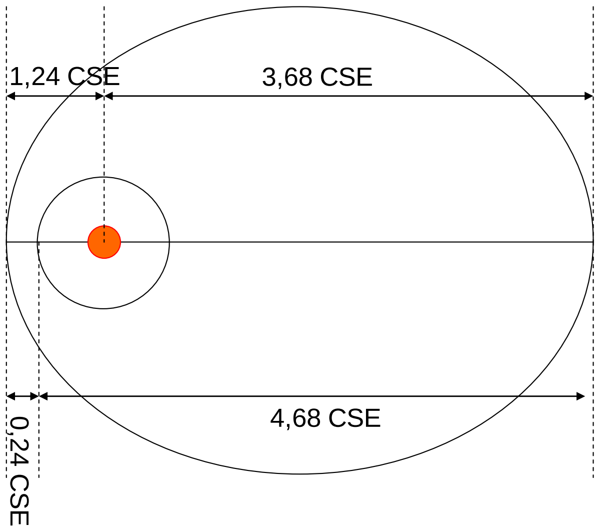
5.43 (a) A fénysebességgel haladó rádiójelek időtartama alapján a Seneca legkisebb és legnagyobb távolsága a Földtől:

$r_{\min} = 3 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 60 = 3{,}6 \cdot 10^{10}\,\text{m} = 0{,}24\,\text{CSE}$

és

$r_{\max} = 3 \cdot 10^8 \cdot 39 \cdot 60 = 7{,}02 \cdot 10^{10}\,\text{m} = 4{,}68\,\text{CSE}$

A pályája nem metszheti a Földét, hiszen akkor gyakorlatilag 0 idő alatt is érkezhetnének jelek, és nyilván nem lehet a Föld pályáján belül sem. Tehát kívül van:



A pálya fél nagytengelye

$$a = \frac{0{,}24 + 4{,}68}{2} = 2{,}46\text{CSE}$$

A Seneca legkisebb távolsága a Naptól

1 + 0,24 = 1,24 CSE

(a legnagyobb pedig 4,68 – 1 = 3,68 CSE).

$c = 2{,}46 - 1{,}24 = 1{,}22$

A pálya excentricitása

$$e = \frac{1{,}22}{2{,}46} = 0{,}496$$

(b) Kepler III. törvényéből a keringési idő évben kifejezve

$T = a^{3/2} = 2{,}46^3 = 3{,}86\text{év}$.

5.44 (a) $e = \frac{c}{a}$,

A HD 80606b exobolygó esetén

$$c = e \cdot a = 0{,}933 \cdot 0{,}45 = 0{,}42\text{CSE}$$

Az exobolygónk pályájának fél kistengelye:

$$b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{0{,}45^2 - 0{,}42^2} = 0{,}16\text{CSE}$$

A pálya ellipszisének középpontja a feladat szerint: (0;0)

A HD 80606b pályájának egyenlete:

$$\frac{x^2}{0{,}45^2} + \frac{y^2}{0{,}16^2} = 1,$$

vagy $4{,}9x^2 + 39y^2 = 1$

(b) A legkisebb távolság az exobolygó és csillaga között

$a - c = 0{,}45 - 0{,}42 = 0{,}03$ CSE =
= 45 000 000 km

A HD 80606b exobolygó 4,5 millió km-re közelíti meg csillagát.

(c) A legnagyobb távolság az exobolygó és csillaga között

$a + c = 0{,}45 + 0{,}42 = 0{,}87$ CSE =
= 0,87·150 000 000 km

A HD 80606b exobolygó körülbelül 130 millió km távolságra távolodhat el csillagától.

(d) A következő ábra szemlélteti a bolygópályákat, középen a Nappal, illetve a HD 80606 csillaggal:

5.45 A 61 Virginis-d pályájának egyenlete

$$1 = \frac{x^2}{0{,}25} + \frac{y^2}{0{,}2} \approx \frac{x^2}{0{,}5^2} + \frac{y^2}{0{,}45^2}$$

$a = 0{,}5$ CSE, $b = 0{,}45$ CSE.

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \frac{\sqrt{0{,}25 - 0{,}2}}{0{,}5} = \frac{\sqrt{0{,}05}}{0{,}5} \approx 0{,}45$$

$$P = 0{,}5 \cdot (1 - 0{,}45) = 0{,}275\text{CSE}.$$

$$A = 0{,}5 \cdot (1 + 0{,}45) = 0{,}725\text{CSE}.$$

A HD 100777-b pályájának egyenlete

$$1 = \frac{x^2}{1{,}065} + \frac{y^2}{0{,}92} \approx \frac{x^2}{1{,}03^2} + \frac{y^2}{0{,}96^2}$$

$a = 1{,}03$ CSE, $b = 0{,}96$ CSE.

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \frac{\sqrt{1{,}065 - 0{,}92}}{1{,}03} = \frac{\sqrt{0{,}145}}{1{,}03} \approx 0{,}37$$

$$P = 1{,}03 \cdot (1 - 0{,}37) = 0{,}65\text{CSE}.$$

$$A = 1{,}03 \cdot (1 + 0{,}37) = 1{,}4\text{CSE}.$$

A HD 106252-b pályájának egyenlete

$$1 = \frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{5} \approx \frac{x^2}{2{,}65^2} + \frac{y^2}{2{,}2^2}$$

$a = 2{,}65$ CSE $b = 2{,}2$ CSE.

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \frac{\sqrt{7 - 5}}{2{,}65} = \frac{\sqrt{2}}{2{,}65} \approx 0{,}53$$

$$P = 2{,}65 \cdot (1 - 0{,}53) = 1{,}24\text{CSE}.$$

$$A = 2{,}65 \cdot (1 + 0{,}53) = 4{,}0\text{CSE}.$$

A 47 UMa-c pályájának egyenlete

$$1 = \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{11} \approx \frac{x^2}{3{,}46^2} + \frac{y^2}{3{,}32^2}$$

$a = 3{,}5$ CSE, $b = 3{,}3$ CSE.

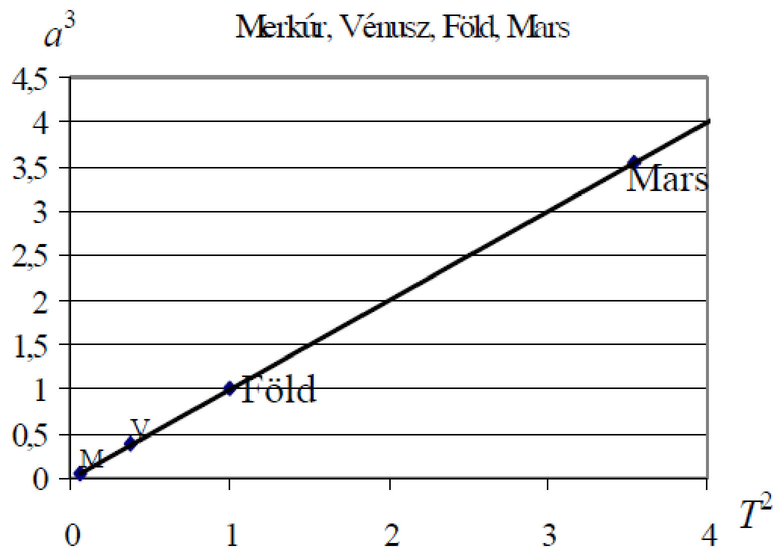
$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \frac{\sqrt{12 - 11}}{3{,}5} = \frac{\sqrt{1}}{3{,}5} \approx 0{,}29$$

$$P = 3{,}5 \cdot (1 - 0{,}29) = 2{,}5\text{CSE}.$$

$$A = 3{,}5 \cdot (1 + 0{,}29) = 4{,}5\text{CSE}.$$

5.46 (a)

T^2 (év^2)	a^3 (egység^3)
0,058	0,058
0,378	0,378
1	1
3,538	3,53



(b) Kepler III. törvénye:
A grafikon alapján T^2 egyenesen arányos r^3-nal.

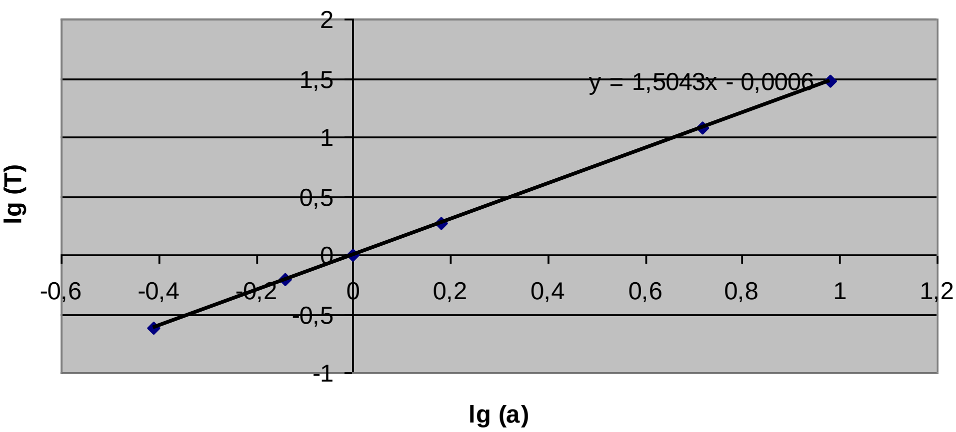
(c) A grafikon a Nap körül keringő Uránusz bolygóra általánosítható:
Az aránypárt felírva az Uránusz bolygóra és egy másik bolygóra, pl. a Földre:

$$\frac{T^2_{\text{Föld}}}{r^3_{\text{Föld}}} = \frac{T^2_{\text{Uránusz}}}{r^3_{\text{Uránusz}}}$$

Az Uránusz távolsága innen:

$$\sqrt[3]{\frac{T^2_{\text{Uránusz}}}{T^2_{\text{Föld}}}} r_{\text{Föld}} = 19{,}2 \text{egység}$$

5.47 A grafikon egyenes, meredeksége 1,5.
Vagyis $\lg T = 1{,}5 \cdot \lg a + b$, azaz $T = C \cdot a^{3/2}$.



5.48 $\left(\frac{T}{365}\right)^2 = \left(\frac{0{,}319}{1}\right)^3$

T = 65,8 nap

5.49 Kepler III. törvénye miatt ha az időt évben és a távolságot csillagászati egységben mérjük, akkor

$$\frac{a^3}{T^2} = 1$$

$$T = 165^{2/3} = 30{,}1\,\text{CSE}$$

5.50 $\left(\frac{T}{0{,}319}\right)^2 = \left(\frac{23500}{9380}\right)^3$

T = 2,24 nap

5.51 Az üstököspálya fél nagytengelye Kepler III. törvénye alapján

$$a = r_{\text{Föld}} \left(\frac{T}{T_{Föld}}\right)^{2/3} = 1\text{CSE} \cdot \left(\frac{1000}{1}\right)^{2/3} = 100\text{CSE}$$

A pálya nagyon elnyúlt, a maximális távolság alig rövidebb, mint a teljes nagytengely:
≈ 200 CSE.

5.52 (a) Kepler harmadik törvényének alkalmazása a csillag körül keringő bolygókra:
A táblázatból vett értékeket használva, a Gliese 581b behelyettesítésével:
A Gliese 581a adataiból

$$\frac{3{,}15^2}{4{,}5^3} = \frac{T_b^2}{6^3}$$, innen T_b = 4,8 nap.

Vagy a Gliese 581d adataiból

$$\frac{66{,}8^2}{33^3} = \frac{T_b^2}{6^3}$$, innen T_b = 5,2 nap.

(A keringési idő kiszámításához elég volt csak az egyik ismert adatpárt alkalmazni. Mivel az adatok bizonytalansága miatt a keresett időre eltérő érték jön ki a két ismert adatpárból, az eredményre bármilyen, a 4,5–5,5 nap intervallumba eső értéket el kellett fogadni.)

A Gliese 581c-re behelyettesítés:

$$\frac{3{,}15^2}{4{,}5^3} = \frac{12{,}9^3}{a_c^3}$$, innen $a_c = 11{,}5\cdot10^6$ km.

Vagy a Gliese 581d adataiból

$$\frac{66{,}8^2}{33^3} = \frac{12{,}9^3}{a_c^3}$$, innen $a_c = 11{,}0\cdot10^6$ km.

(A keringési távolság kiszámításához ismét elég volt csak az egyik ismert adatpárt alkalmazni. Az adatok bizonytalansága miatt a keresett távolságra bármilyen, a $10{,}5\text{–}12{,}1\cdot10^6$ km intervallumba eső értéket elfogadtak.)

(b) A folyékony víz jelenlétéből nem következik, hogy a hőmérséklet 100°C alatt van, mert a víz forráspontja a felszínen uralkodó légköri nyomástól is függ.

(c) Mivel a csillag körülbelül 20 fényévnyire van és a rádiójelek fénysebességgel haladnak, az űrben a jelek kb. 20 év alatt érnek oda, és egy esetleges válasz is 20 év alatt ér vissza. Így leghamarabb 40 év elteltével várhatunk választ.

5.53 Kepler III. törvénye:

$$\frac{T^2}{T_H^2} = \frac{r^3}{r_H^3}$$

$$\frac{r}{r_H} = \frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{T}{T_H}\right)^2 = \frac{1}{64}$$

$$\frac{T}{T_H} = \frac{1}{8}$$

A Hold keringési ideje: $T_H \approx 27{,}3$ nap

(A hivatalos megoldásban 28 nap szerepelt, azzal a megjegyzéssel, hogy „bármelyik keringési idő elfogadható”.)

A műhold keringési ideje

$$T = \frac{T_H}{8} = \frac{27{,}3}{8} = 3{,}4\text{nap}$$

5.54 Az ellipszispálya fél nagytengelye

$$\tfrac{1}{2}(r_{max} + r_{min}) = 8{,}3\cdot10^3\,\text{km}$$

A periódusidő csökken,

$$\left(\frac{8{,}3}{9{,}6}\right)^{3/2} = 0{,}80\text{-szorosára.}$$

5.55 $r = R_F + h = 6370 + 50 = 6420$ km

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{\gamma M}{4\pi^2}$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{\gamma M}} =$$

$$= \sqrt{\frac{4\pi^2\cdot(6{,}42\cdot10^6)^3}{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot5{,}97\cdot10^{24}}} = 5120\text{s} \approx 85\text{perc}$$

5.56 Az űrhajóra és a Holdra felírva Kepler III. törvényét:

$$\left(\frac{T}{27{,}3}\right)^2 = \left(\frac{6530\cdot10^3}{3.84\cdot10^8}\right)^3$$

$T = 0{,}0605$ nap ≈ 1,45 óra

5.57 (a) $$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3}$$

$$\frac{1^2}{27{,}3^2} = \frac{r_1^3}{(3{,}84\cdot10^8)^3}$$

r_1 = 42 400 km

A Föld sugara 6400 km, így a magasság 36 000 km

(b) Az Egyenlítő fölött, a Föld forgásának irányában keringő ilyen műhold a felszínről mindig ugyanolyan irányban látszik.

5.58 A műholdra és a Holdra alkalmazva Kepler III. törvényét,

$$\frac{0{,}5^2}{27{,}3^2} = \frac{r_1^3}{(3{,}84\cdot10^8)^3}$$

r_1 = 26700 km

A Föld sugara 6400 km,
így a magasság 20 300 km.

Vagy: Ha már kiszámoltuk a geostacionárius műhold pályasugarát: 42 400 km, akkor elég megszorozni $(0{,}5)^{2/3} = 0{,}630$-del:

$$42\,400 \cdot 0{,}630 = 26\,700 \text{ km.}$$

5.59 (a) Ha a Ceres (sziderikus) keringési periódusa T(nap), akkor

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{365{,}26} - \frac{1}{467}$$

$T = 1680$ nap

Kepler III. törvénye alapján

$$\frac{1^3}{365{,}25^2} = \frac{a^3}{1680^2}$$

$a = 2{,}77$ CSE $= 4{,}15 \cdot 10^{11}$ m.

(b) $$\frac{1}{T} = \frac{1}{365{,}26} - \frac{1}{366{,}74}$$

$T = 90\,500$ nap

Kepler III. törvénye alapján

$$\frac{1^3}{365^2} = \frac{a^3}{90500^2}$$

$a = 39{,}5$ CSE $= 5{,}92 \cdot 10^{12}$ m.

5.60 Kepler III. törvénye

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3},$$

ahol T a keringési időket, r a pályasugarakat jelenti.

A geostacionárius műhold keringési ideje

$T_2 = 24$ óra,

pályasugara

$r_2 = 6\,380 \text{ km} + 35\,786 \text{ km} = 42\,166 \text{ km}$

A kisebb tömegű műhold keringési ideje:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3} = \left(\frac{20180}{4266}\right)^3 = 0{,}1096$$

$$\frac{T_1}{T_2} \sqrt{0{,}1096} = 0{,}331$$

$$T_1 = 0{,}331 \cdot 24 \text{ h} = 7{,}94 \text{ h} \approx 8 \text{ h}$$

A keringési idők összehasonlítása alapján megállapítható, hogy a kisebb műhold nem marad le a Föld egy kiválasztott, Egyenlítőn fekvő pontjához képest, sőt, gyorsabban kering, mint ahogy a Föld forog.

(Kepler III. törvénye alapján az arányosságokra hivatkozva a számítások nélkül is megadható a válasz.)

(b) A kisebb tömegű műhold 8 h alatt $2r\pi$ utat tesz meg, ezért 1 óra alatt megtett útja

$$s = \frac{2\pi \cdot 20180}{8} = 15840 \text{km}$$

5.61 A műhold pályasugara a két esetben:

$r = h + R_{\text{Föld}}$, amiből

$r_1 = 26\,400$ km,

illetve $r_2 = 36\,400$ km

Az keringési idő és pályamenti sebesség összefüggése:

$$v = \frac{2r\pi}{T}$$

Az első keringési idő:

$$T_1 = \frac{2r\pi}{v_1} = \frac{2\pi \cdot 26400}{3{,}9} = 42500 \text{s}$$

Kepler III. törvénye a két pályára:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3}$$

Az új pálya keringési ideje:

$$T_2 = \sqrt{T_1^2 \frac{r_1^3}{r_2^3}} = 42500 \cdot \sqrt{\left(\frac{364}{264}\right)^3} = 68800 \text{s}$$

Az új pályamenti sebesség:

$$v_2 = \frac{2r_2\pi}{T_2} = \frac{2\pi \cdot 36400}{68800} 3{,}3 \text{km/s}$$

FELELETVÁLASZTÁSOS KÉRDÉSEK

1. A. Ptolemaiosz

2. B. Kopernikusz

3. C. Tycho Brahe

4. A. Arkhimédész.

5. B. Arisztarkhosz

6. B. Arisztarkhosz

7. D. ellentétesen, ellentétesen

8. B. Hold forog a saját tengelye körül, de mindig ugyanazon oldalát fordítja a Föld felé.

9. B. A Hold annyi idő alatt fordul meg a tengelye körül, amennyi idő alatt megkerüli a Földet.

10. B. Körülbelül 28 nap, amennyi idő alatt a hold megkerüli a Földet.

Megjegyzés:
Érettségi feladat volt, ebben a formában. Valójában a Holdon két egymás utáni napkelte között a Hold szinodikus periódusa, azaz 29,5 nap telik el. A Hold ugyanis mindig ugyanazt az oldalát fordítja a Föld felé. Ezért például a Földhöz legközelebbi pontjában mindig első negyedkor van napkelte. A következő első negyed 29,5 nap múlva lesz.

11. B. Mert a Mars kicsit lassabban forog a tengelye körül, mint a Föld.

12. B. Igen, elképzelhető.

13. A. A csillag körül több bolygó is kering.

14. B. A csillag körül keringő bolygó pályája erősen excentrikus.

15. B. A Mars szinodikus periódusa múlva.

16. D. Mert a Föld által visszavert napfény megvilágítja a holdkorong sötét felét.

17. A. este, este

18. B. jobb, bal

19. A. újföld

20. A. Kelet felé.

21. C. Mert a Földről csak a Hold napsütötte oldalát látjuk, de mindig más irányból.

22. C. Keletre.

23. A. A Föld túloldalán is teliholdat látnak az emberek.

24. C. A Nappal szemben.

25. A. Újhold

26. B. Nem, mert újhold volt, s a Hold hamar lenyugodott.

27. A. Nem, holdfogyatkozás csakis telihold idején fordulhat elő.

28. A. Napfogyatkozást.

29. A. A Hold árnyéka rávetül a Föld egy kis részére.

30. D. A Föld árnyéka rávetül a teliholdra.

31. C. Teliholdkor a Hold közel legyen az ekliptikához.

32. D. Újholdkor a Hold közel legyen az ekliptikához.

33. D. Nem, mert a Vénusz látszólagos átmérője túl kicsi, nem takarja el a napkorongot.

34. A. Igen, de a Vénusz csak egy nagyon kis részét takarhatja ki a Napnak, így a jelenség szabad szemmel nem látható.

35. C. 3

36. D. ellipszis

37. B. Ellipszispályán.

38. B. Igen, mert a Kepler-törvények minden pontszerűnek tekinthető gravitációs vonzócentrum körüli mozgásra érvényesek.

39. D. Mindhárom esetben alkalmazhatóak.

40. B. Igen, az ellipszispálya lehetséges.

41. A. Érvényes.

42. B. Az üstökös gyorsulása mindig a Nap felé mutat.

43. A. 209 millió km-re a Naptól.

44. A. Amikor a pályamenti sebessége 29,5 km/s.

45. A. Az űrállomás földközelben gyorsabban, földtávolban lassabban mozog.

46. A Napközelben

47. C. A legtávolabbi pontig tartó útnak már több mint a felét megtette, de a legtávolabbi pontot még nem érte el.

48. C. A legtávolabbi pontig tartó útnak már több mint a felét megtette, de a legtávolabbi pontot még nem érte el.

49. B. 4-szer

50. D. mindhárom bolygó keringési ideje egyenlő.

51. C. 8 év

52. D. Nyolcszorosára nőne.

53. C. A Vénuszról visszaverődő radarjelek megérkezésének idejéből.

54. B. A Deimosnak.

55. C. Nagyobb.

56. B. $2\sqrt{2}$ -szerese

57. A. Kepler III. törvényét alkalmazva $\frac{T_k}{T_b} = \sqrt{8}$

58. B. 1,5

59. C. Neptunusz, Szaturnusz, Jupiter.

60. B. Egyenlő a keringési idejük, mert azonos a gyorsulásuk.

61. B. Annak, amelyik kisebb sugarú körpályán kering.

62. B. Csak az Egyenlítő felett.

63. A. Nem, ez nem lehetséges.

64. C. A műhold csak kb. 36000 km magasan keringhet a Föld körül, de nem feltétlenül az Egyenlítő fölött.

65. B. A B műhold keringési ideje egy napnál hosszabb.

66. A. A Jupiter tömegéből és forgási idejéből.

6 Gravitáció

EGYETEMES TÖMEGVONZÁSI ERŐ

6.1 A Holdhoz és a Naphoz képest hol helyezkedik el a Föld, amikor a rá ható erők eredője (a) minimális (b) maximális? Mekkorák ezek az eredő erők?
(A Hold tömege $7{,}35\cdot10^{22}$ kg, a Nap tömege $1{,}99\cdot10^{30}$ kg, a Föld tömege $5{,}97\cdot10^{24}$ kg, a Föld–Hold távolság $3{,}85\cdot10^{8}$ m, a Föld–Nap távolság $1{,}50\cdot10^{11}$ m. A pályákat körrel közelítsük.)

6.2 *(Emelt szintű érettségi, 2010. október)*
Miközben a Föld kering a Nap körül, a Hold kering a Föld körül...
(a) Becsülje meg, hogy mekkora utat tesz meg Nap körüli pályáján a Föld, miközben a Hold egyszer megkerüli?

(b) Rajzolja le hozzávetőlegesen a Hold pályáját a **Nap** körül!

(c) Tegyük fel, hogy éppen napfogyatkozás van. Mekkora gravitációs erővel vonzza ekkor a Föld a Holdat, illetve a Nap a Holdat? Melyik a nagyobb?

6.3 „Fordítsd le” az alábbi, XIX. sz. elejéről származó szövegrészeket mai tudományos nyelvre:
(a)

Jegyz. Ha a' mozdúló az ő egéſz karika forma úttyát béjárja, az idő, mellyben ez történik, *kerülés*, *vagy pállya' idejének* hívattatik. Erről a' Mátheſis azt mutattya meg, hogy a' két mozdúló idejének négyezettye úgy vann, mint a' közép távúlságoknak *kotzkázattya*, és valahol ez megigazúl, ott a' középpontra tartó erő a' duplás távúlsággal viſzſzáltt tekéntetben vann

Varga Márton: A’ Gyönyörű Természet Tudománnya’

(b)

Következés. Valahányszor tehát bizonyos az, hogy a mozduló egy valamely pont körűl nógatódik úgy, hogy a vezeték fentő az idővel tökéletesen egyarányú udvarokat rajzol le, mindannyiszor lehet következtetni, hogy az ilyetén mozdulás csupán a nevezett pont felé való sietéstől [...] származik.

Magyar Hírmondó 1817-1841.

6 Gravitáció

GRAVITÁCIÓS GYORSULÁS

6.4 A Hold távolsága a Földtől $3{,}84 \cdot 10^8$ m, keringési periódusa 27,3 nap.
(a) Számítsuk ki a Hold centripetális gyorsulását.

(b) Vessük össze az eredményt a gravitációs törvényből számolt gyorsulással.

6.5 Hány százalékos változást okoz a gravitációs gyorsulás értékében, ha a tengerszintről felmegyünk a Mont Blanc tetejére (4 807 m)?

6.6 Hol van az a pont a Föld és a Hold között, ahol
(a) a Föld és a Hold gravitációjának eredője nulla?
(b) az oda helyezett (kis tömegű) test ott marad, a Földhöz és a Holdhoz viszonyítva?

6 Gravitáció

TÖMEGMEGHATÁROZÁS

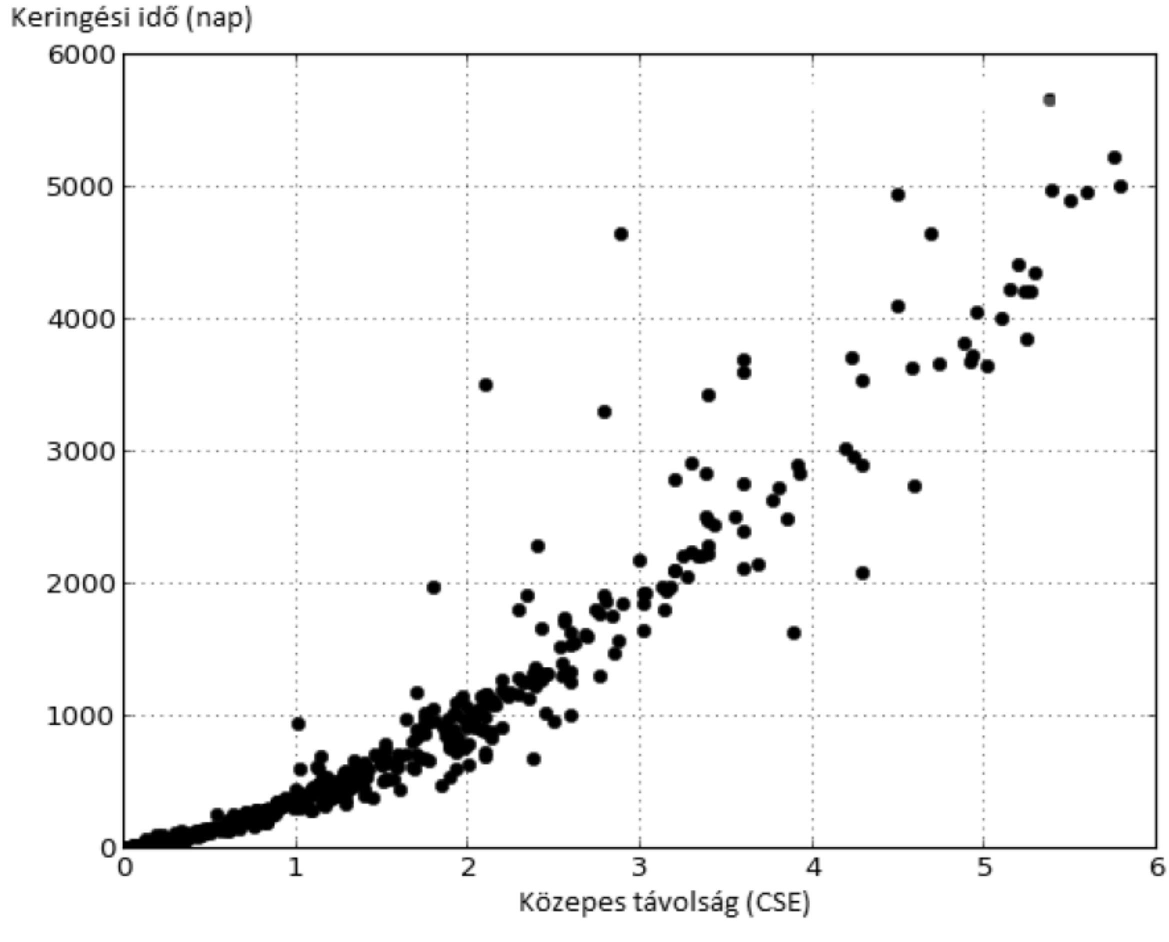
6.7 A Jupiter Kallisztó nevű holdjának keringési ideje 16,75 nap, közepes pályasugara $1{,}883 \cdot 10^9$ m.
(a) Mekkora szögsebességgel kering a Kallisztó?
(b) Mekkora a gyorsulása?
(c) A Kallisztó mozgását jellemző adatokból határozd meg a Jupiter tömegét.

6.8 Tegyük fel, hogy valahol egy csillag körül olyan bolygó kering, amelynek pályasugara 4 CSE, keringési ideje 2 év. Mekkora a központi csillag tömege a Nap tömegéhez képest?

6.9 (*Emelt szintű érettségi, 2014. május*)
A mellékelt grafikonon a 2013 novemberéig felfedezett exobolygók (azaz nem a Nap, hanem más csillagok körül keringő bolygók) egy részének adatai vannak feltüntetve. Minden pont egy adott bolygót jelöl, a grafikonon elfoglalt hely megadja a bolygó saját csillagától mért középtávolságát (a pályaellipszis nagytengelyének felét, csillagászati egységben mérve), illetve a keringési idejét földi napokban mérve.
Az ábra segítségével válaszoljon az alábbi kérdésekre!
(a) Becsüljük meg, hogy mekkora azoknak a csillagoknak a tömege, melyeknek bolygói a grafikonon a következő pontokban helyezkednek el:

1. bolygó: $r_1 = 2$ CSE, $T_1 = 1000$ nap.
2. bolygó: $r_2 = 3$ CSE, $T_2 = 1800$ nap.
3. bolygó: $r_3 = 5$ CSE, $T_3 = 4000$ nap.

Mit állapíthatunk meg ezekről a tömegekről?



(b) Merre keressünk a grafikonon olyan bolygókat, melyeknek csillagai az előző pontban kiszámoltnál lényegesen kisebb tömegűek? Adja meg egy ilyen csillag körül keringő bolygó adatait, és számítsa ki a csillag tömegét!

(c) Merre keressünk a grafikonon olyan bolygókat, amelyek az (a) pontban kiszámoltnál nagyobb tömegű csillag körül keringenek?

6.10 Tejútrendszerünk csillagainak túlnyomó része egy kb. 100 000 fényév átmérőjű lapos korongban helyezkedik el. A Nap kb. 30 000 fényév távolságra kering a Galaxis középpontja körül $2{,}0 \cdot 10^8$ éves periódusidővel. A Galaxis tömegére elfogadható becslést kapunk, ha azt feltételezzük, hogy a teljes tömege a középpontjában koncentrálódik, és a Nap egy ekkora ponttömeg körül kering.
(a) Milyen közelítést kapunk ily módon a Galaxis tömegére?

(b) Hány csillag tömegének felel ez meg, ha azt feltételezzük, hogy a Nap átlagos tömegű csillag?

6.11 A Nap szögátmérője α (= 0,5°), a Föld keringési ideje T (= 1 év). Ebből a két adatból (és konstansokból) fejezd ki / határozd meg a Nap közepes sűrűségét.

6.12 Giovanni Domenico Cassini XVII. századi (francia!) csillagász felfedezte a Szaturnusz négy holdját. A négy hold pályasugarait és keringési periódusait mutatja az alábbi táblázat.

Hold neve	Pályasugara	Keringési periódusa
Tethys	$2{,}95 \cdot 10^8$ m	1,89 nap
Dione	$3{,}77 \cdot 10^8$ m	2,74 nap
Rhea	$5{,}27 \cdot 10^8$ m	4,52 nap
Iapetus	$35{,}60 \cdot 10^8$ m	79,30 nap

Az adatok alapján (a gravitációs állandó ismeretében) határozzuk meg a Szaturnusz tömegét.

6 Gravitáció
ÖSSZEMÉRHETŐ TÖMEGEK ESETE

6.13 Kepler III. törvénye szerint

$$\frac{a^3}{T^2} = \text{állandó},$$

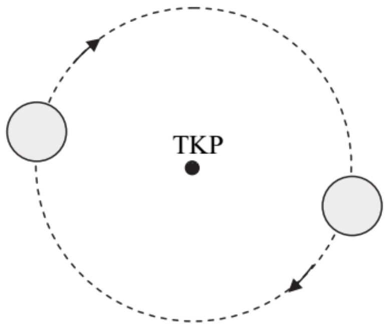
ahol a a fél nagytengely, T a keringési periódus. A csillagnál sokkal kisebb tömegű bolygót ($m << M$) és kör alakú pályát feltételezve a gravitációs törvényből adódik a

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{\gamma M}{4\pi^2}$$

összefüggés. Hogyan módosul ez az összefüggés, ha a bolygó m tömegét is figyelembe vesszük? (Most is körpályát feltételezünk.)

6.14 (*Emelt szintű érettségi, 2016. május*)
Két azonos tömegű égitest kering körpályán közös tömegközéppontjuk körül, egymástól d = 50 000 km távolságban (50 000 km az égitestek középpontjainak távolsága). A keringési idő T = 5 földi nap.
(a) Mekkora az égitestek tömege?

(b) Mekkora lenne a keringési idő, ha az égitestek egymástól vett távolsága $d' = 2d$ volna?



6.15 A Cygnus-X-1 kettős rendszer két csillaga a rendszer tömegközéppontja körül kering egymás gravitációs vonzásának hatása alatt. A mozgás periódusideje 5,6 nap. A rendszer egyik tagja 25-szörös naptömegű szuperóriás csillag, a másik 10-szeres naptömegű fekete lyuk. Milyen messze vannak egymástól, ha feltételezzük, hogy pályáik közel kör alakúak?

6.16 Az árapály-súrlódás miatt a távoli jövőben mind a holdhónap, mind a földi nap időtartama 47 jelenlegi nap lesz. Mekkora lesz ekkor a Föld–Hold távolság?

6.17 A 4,3 fényév távolságra levő α Centauri vizuális kettőscsillag, a két csillag szögtávolsága 17,67’’. 80 év periódusidővel keringenek a távolságukat 1:4 arányban osztó pont körül.
(a) Mennyi a valóságos távolságuk?

(b) Mekkorák a tömegek naptömegben kifejezve?

6 Gravitáció

KERINGÉSI IDŐ, KERINGÉSI SEBESSÉG

6.18 Mekkora sebességgel kering a Föld (közel kör alakú pályáján) a Nap körül?

6.19 A Föld felszínétől az Egyenlítő felett milyen magasságban tud egy távközlési műhold a Földdel szinkronban keringeni (vagyis úgy, hogy mindig az Egyenlítő ugyanazon pontja fölött tartózkodik)? Mekkora itt a keringési sebessége?

6.20 (*Középszintű érettségi, 2014. május*)
Egy gömb alakú, gömbszimmetrikus anyageloszlású, 9000 km sugarú bolygó körül két űrszonda kering körpályán.
Az egyik szonda sebessége 4800 m/s, a pályájának sugara 50 000 km. A másik szonda pályájának sugara 30 000 km.
(a) Mekkora a bolygó átlagsűrűsége?

(b) Mekkora a második szonda sebessége?

6.21 (*Emelt szintű érettségi, 2012. május*)
Egy műhold az Egyenlítő fölött körpályán kering a Föld körül. A teljes egyenlítői tartomány fölötti elhaladáshoz 8 órára van szüksége.
(a) Mekkora a műhold keringési ideje, ha egy irányban kering a Föld forgásával?

(b) Mekkora lenne a műhold keringési ideje, ha ellentétes irányban keringene a Föld forgásával?

(c) Milyen magasan kering a műhold a Föld felszíne felett az (a) esetben?

Milyen magasra kellene följuttatni a (b) esetben?

6.22 (a) Mekkora sebességgel keringene körpályán egy műhold közvetlenül a Föld felszíne felett, ha a légkör zavaró hatásától eltekinthetnénk (első kozmikus sebesség)?

(b) Mekkora sebességgel kering egy műhold a Hold körül közvetlenül a felszín felett? (A Hold sugara kb, harmada a Földének, felszíni gravitációs gyorsulása $g/6$.

6.23 (*Középszintű érettségi, 2013. október*)
A Marsra nemrégiben sikeresen leszállt a "Curiosity", azaz "Kíváncsiság" nevű, 900 kg tömegű marsjáró, amely az élet jeleit keresi a vörös bolygón.
(a) A megadott értékek segítségével határozza meg a Mars felszínén a gravitációs gyorsulás értékét és a Curiosity súlyát! (A Mars tengely körüli forgásától tekintsünk el!)

(b) Mekkora a Mars felszínén a Marsra vonatkoztatott első kozmikus sebesség?

A gravitációs állandó: $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Nm^2/kg^2,
a Mars tömege $M_{Mars} = 6{,}42 \cdot 10^{23}$ kg, a Mars sugara $R_{Mars} = 3400$ km.

6.24 Amikor egy űrhajós egy 4 km sugarú kisbolygó felszínén futva eléri a v = 15 km/h sebességet, körpályán kezd keringeni a kisbolygó körül.
(a) Mennyi a kisbolygó tömege?

(b) Mekkora a kisbolygó sűrűsége?

6.25 A Discoverer II űrszonda kb. $6{,}67 \cdot 10^3$ m magasságban keringett, közel kör alakú pályán úgy, hogy mindkét pólus felett elhaladt. Ha egyszer éppen Budapest felett repült át Európán, akkor hol repült át a következő alkalommal?

6.26 A floridai Cape Canaveral űrközpont É28° földrajzi szélességen és Ny81° hosszúságon fekszik. Az űrközpontból keleti irányú kezdősebességgel felszínközeli pályára állítanak egy műholdat.
(a) Hol fogja a műhold pályája keresztezni az Egyenlítőt?

(b) A talajhoz képest mekkora kezdősebességgel kell elindítani?

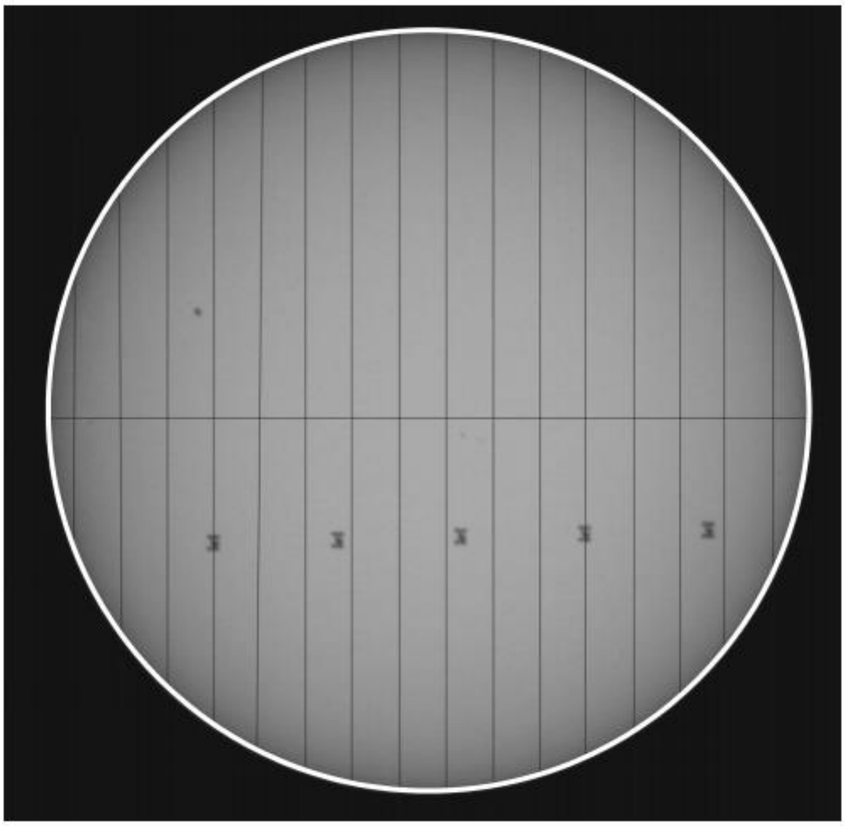
(c) Ha a műhold tömege 14 kg, mekkora mozgási energiát kell adni a műholdnak rakéta segítségével?

(d) Mi a válasz a fenti kérdésekre, ha a műholdat nyugati irányban indítjuk?

6.27 (*Emelt szintű érettségi 2016.október*)
Az alábbi sorozatfelvételt egy földi megfigyelő készítette. A képen a napkorong előtt elhaladó Nemzetközi Űrállomást (International Space Station, ISS) figyelhetjük meg. Az expozíciók 0,1 másodpercenként követték egymást. Az eredeti felvételre centiméterenként függőleges vonalakat rajzoltunk.
(a) Határozza meg az ISS keringési sebességét, és állapítsa meg, hogy a felvételen milyen mértékben kicsinyítették az ISS pályáját! Tudjuk, hogy a Föld tömege $5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg, a Föld sugara 6370 km, az ISS a Föld felszínétől 360 km távolságban, körpályán kering.

(b) Állapítsa meg a Nap kicsinyítésének mértékét a felvételen, ha tudjuk, hogy a Nap átmérője $1{,}39 \cdot 10^6$ km.

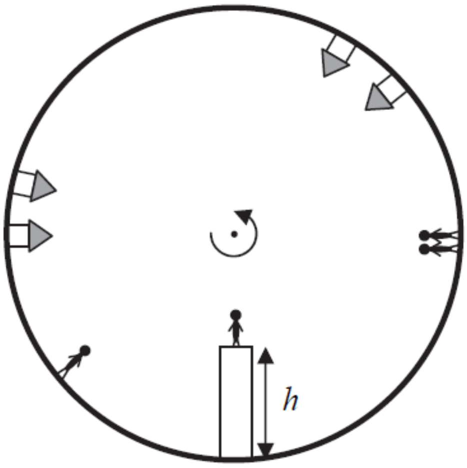
(c) Magyarázza meg, hogy a fényképen miért eltérő a két objektum kicsinyítésének mértéke.



6 Gravitáció

NYOMÓERŐ A FORGÓ RENDSZERBEN

6.28 (*Középszintű érettségi, 2014. október*)
Arthur C. Clarke egyik regényében feltűnik a Naprendszerben egy idegen űrhajó. Ez egy 20 km átmérőjű, hosszú henger, amely 4 percenként megfordul a tengelye körül. Üreges belsejében egy egész kis világot hordoz magában, amely a henger palástjának belső oldalán helyezkedik el. A „földön álló” (azaz a henger belső palástján tartózkodó, a hengerrel együtt forgó) űrhajósok úgy érzik, mintha gravitációs erő szorítaná őket a talajhoz.
(a) Mekkora erővel nyomja a „talaj” egy, az űrhajóban a „földön” álló, 80 kg tömegű űrhajós talpát? Mekkora ebben a világban a mesterséges „gravitációs” gyorsulás a talajon?



(b) Hány kilométer magasra kell felmásznia egy megfelelően magas toronyházban az űrhajósnak, ha azt akarja elérni, hogy a rá ható mesterséges gravitáció az eredeti érték harmadára csökkenjen?

(c) Az űrkolónia lakói a hétvégén a földi sportrendezvényekhez hasonlóan szeretnének távol- és magasugróversenyeket szervezni. Ehhez arra van szükségük, hogy az általuk a „talajon” érzékelt mesterséges gravitációs gyorsulás pontosan a földi értékkel legyen egyenlő (g = 9,8 m/s^2). Mekkorára kell átállítani ennek érdekében az űrhajó tengely körüli forgásának periódusidejét? (Azt az időt, amely alatt körbefordul a tengelye körül a henger.)

6.29 (*Emelt szintű érettségi 2017. május*)
Egy m = 100 kg tömegű bolygójáró robot F_1 = 650 N erővel nyomja az R = 7200 km sugarú, tökéletes gömb alakú, homogén anyagú bolygó felszínét a bolygó egyik pólusának környékén (azaz ott, ahol a bolygó forgástengelye metszi a bolygó felszínét). Ugyanez a robot a bolygó egyenlítőjén az égitest forgásának következtében F_2 = 620 N erővel nyomja a felszínt.
(a) Mekkora a bolygó anyagának átlagos sűrűsége?

(b) Mekkora a bolygó tengely körüli forgásának periódusideje?

6.30 (a) A Földhöz hasonlóan általában a Naprendszer többi bolygója sem tökéletes gömb, a forgás miatt a sarkoknál belapult. A bolygó lapultsága azt fejezi ki, hány százalékkal kisebb a sarkoknál mért sugara, mint az egyenlítői sugara. Mennyi a Föld, a Mars, és a Jupiter ε lapultsága? (Táblázatból keresd ki: vagy a lapultságot közvetlenül, vagy pedig az egyenlítői és sarki sugarakat.)

(b) A bolygó lapultsága elsősorban attól függ, hogy a felszínen a gravitációs gyorsuláshoz képest mekkora a tengelyforgásból eredő gyorsulás. A három bolygó esetén mennyi a forgásból és a gravitációból származó gyorsulás Q hányadosa az egyenlítőn?

(c) Mindhárom bolygó esetében számítsuk ki az ε/Q hányadost. Milyen információt adhat a bolygók szerkezetéről a három eredmény különbözősége?

6 Gravitáció

GRAVITÁCIÓS POTENCIÁLIS ENERGIA, SZÖKÉSI SEBESSÉGEK

6.31 Egy testet az első kozmikus sebességgel indítunk útnak, de felfelé. Milyen magasra emelkedik (ha a légellenállástól eltekintünk)?

6.32 (a) Mennyi a maradéksebessége a Földről 12 km/s kezdősebességgel indított testnek (azaz mekkora lesz a sebessége a Földtől nagyon nagy távolságban)?

(b) Mennyi a sebessége, amikor a Hold távolságába ér?

6.33 A Föld felszíne felett 600 km magasságban kering egy műhold. Kilogrammonként mennyivel lesz nagyobb az energiája, ha 10 méterrel magasabb pályára juttatják?

6.34 *Utazás a Holdba* című regényében (1865) *Jules Verne* úgy képzelte el a holdutazást, hogy az űrhajósok egy hatalmas ágyúból kilőtt lövedék belsejében foglalnak helyet.
(a) A légellenállást, a Föld forgását és a Hold keringését elhanyagolva milyen sebességgel kellene kilőni egy ilyen ágyúlövedéket, hogy eljuthasson a Holdra?

(b) Tegyük fel, hogy a lövedék tömege 2000 kg. Ha egy tonna TNT felrobbantásakor 4700 MJ energia szabadul fel, hány tonna TNT kellene ennek az ágyúnak az elsütéséhez?

(c) Ha az elképzelt ágyú csöve 500 méter hosszú, mekkora gyorsulást kellene az utazóknak elviselniük?

6.35 A Kis Herceg a B-612-es számú kisbolygón lakik. Ha a B-612 gömb alakú, sugara 100 m és átlagsűrűsége 4000 kg/m^3, mekkora a B-612 felszínén
(a) a gravitációs gyorsulás;
(b) a szökési sebesség?

6.36 (a) Mennyire kell felgyorsulnia a Nap felszínén kidobódó anyagnak, hogy elhagyja a Napot?

(b) A fehér törpe csillagok sűrűsége 10^9 kg/m^3 nagyságrendű. Mekkora a szökési sebesség egy Nappal megegyező tömegű fehér törpe felszínén?

6.37 Mekkora a sugara egy Földhöz hasonló sűrűségű bolygónak, amelynek a gravitációs teréből egy ember egyetlen ugrással el tud szökni?

6.38 Egy 3 Mpc sugarú galaxishalmaz peremén elhelyezkedő galaxis várhatóan elhagyja a halmazt, ha a halmaz centrumához képest legalább 1200 km/s a sebessége. Határozd meg a halmaz átlagsűrűségét

6.39 (a) A Tejútrendszer átmérője kb. 30 kpc. A 760 Mpc távolságra levő Abell 2218 galaxishalmaz szögátmérője 9,0 szögperc. Hányszor akkora az átmérője, mint a Tejútrendszeré?

(b) A galaxishalmazt lefényképezve megállapítjuk, hogy kb. 120 galaxisból áll, amelyek hasonlóak a mi Tejútrendszerünkhöz. Becsüld meg a halmazban levő látható anyag tömegét.

(c) Méréseink szerint az egyik galaxis, mely a halmaz középpontjától 1000 kpc távolságra található, a halmaz középpontjához képest 950 km/s sebességgel mozog. Elhagyhatná-e ez a galaxis a halmazt, ha a halmazban csak látható tömeg lenne?

(d) Más mérések alapján arra a következtetésre jutunk, hogy a galaxis nem szabadulhat el a halmaz gravitációs mezejéből, a 950 km/s sebesség a halmaz középpontja körüli keringési sebességnek tekinthető. Ez alapján mekkora a halmaz össztömege?

6.40 A bolygóközi térből egy kezdetben nyugvónak tekinthető meteoroid (kődarab) a Nap gravitációs vonzása hatására egyenes pályán zuhanni kezd a Nap felé. Mekkora sebességgel érkezik a Nap felszínére?

6.41 A bolygóközi térből egy kezdetben nyugvónak tekinthető meteoroid (kődarab) érkezik a Naprendszerbe.
(a) Mekkora sebességre gyorsul fel, ha parabolapályájának napközeli pontja a Föld távolságában található? (Hanyagoljuk el a Föld s a többi bolygó hatását.)

(b) Mekkora sebességgel csapódik a Föld légkörébe ha „szemből”, illetve, ha „hátulról” ütközik bele?

6.42 A harmadik kozmikus sebességet kérféleképpen szokták értelmezni:
(a) A Naphoz viszonyítva milyen sebességgel kell rendelkeznie egy testnek a Föld távolságában, hogy elhagyhassa a Naprendszert?

(b) Mekkora sebességgel kell elindítani egy testet a Földről, és milyen irányban, hogy az megszökjön a Naprendszerből?

6.43 Hogyan lehetne elérni, hogy egy test belezuhanjon a Napba? Javasolj módszert.

6 Gravitáció

FEKETE LYUK

6.44 Mekkora a sugara egy olyan fekete lyuknak, amelynek tömege a Nap tömegével egyezik meg?

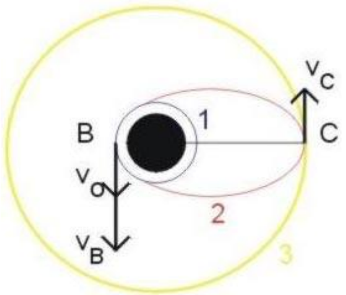
6.45 A Tejútrendszer középpontjában található szupernagy tömegű fekete lyuk tömege $4 \cdot 10^6\ M_{\mathrm{Nap}}$. Mekkora a a Schwarzschild-rádiusza, illetve az átlagos sűrűsége?

6.46 (a) Hogyan változik a fekete lyuk sűrűsége a tömeggel?
(b) Hány naptömegnyi az a fekete lyuk, amelynek sűrűsége a víz sűrűségével egyezik meg?

6 Gravitáció

MOZGÁS ELLIPSZISPÁLYÁKON

6.47 Egy m = 8000 kg tömegű távközlési műholdat a Földről h = 300 km magasságra lőnek fel. Itt egyenletes körmozgást végez v_0 sebességgel (1). Pályájának B pontjában v_0-ról v_B-re nő a sebessége (pillanatszerűen, rakétái segítségével). Ezután a BC ellipszisíven (2) jut fel célpályájára, miután C-ben újból használja rakétáit. Itt egyenletes körmozgást végez geostacionárus pályán (3). Mekkora sebességváltozásokat kellett a rakéták segítségével elérni a B és a C pontokban?



6.48 A Halley-üstökös Naptól való legkisebb, illetve legnagyobb távolsága $8{,}76 \cdot 10^{10}$ m és $528 \cdot 10^{10}$ m. Keringési ideje 76,0 év. Utoljára 1986-ban járt napközelben.

(a) Mennyi idős leszel, amikor újra napközelben láthatod?

(b) Mekkora a sebessége napközelben, illetve naptávolban?

6.49 A Pons–Brooks üstökös $1{,}16 \cdot 10^{8}$ km távolságra közelítette meg a Napot, ekkor sebessége 47,3 km/s volt. Visszajön még? Ha igen, mennyi idő múlva?

6.50 Mutassuk meg, hogy az M tömegű test körül keringő m tömegpont teljes mechanikai energiája

$$E = \frac{-\gamma M m}{r_1 + r_2},$$

ahol r_1 és r_2 a minimális és a maximális távolság.

6.51 Kepler törvényeiből levezethető, hogy ha az a fél nagytengelyű pályán T periódusidővel keringő objektum sebessége a pálya r vezérsugárhoz tartozó pontján v, akkor

$$v^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{T^2}\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right).$$

(a) Ellenőrizd a képlet helyességét körpálya esetére.

(b) A Föld pályájának excentricitása 0,017. Mennyivel nagyobb a Föld keringési sebessége napközelben, mint naptávolban?

6 Gravitáció

FELELETVÁLASZTÁSOS FELADATOK

1. Az alábbi tudósok közül melyik élt korban legközelebb hozzánk?

A. Kopernikusz.
B. Galilei.
C. Newton.
D. Kepler.

2. Milyen időrendi sorrendben követték egymást az alábbi felfedezések?

a. Kopernikusz heliocentrikus világképe.
b. Newton általános tömegvonzási törvénye.
c. Kepler törvényei.

A. a-b-c.
B. a-c-b.
C. c-a-b.
D. b-a-c.

3. A Newton-féle egyetemes tömegvonzási törvényben szereplő testek

A. kiterjedt testek.
B. bolygók.
C. pontszerű testek.
D. gömb alakúak.

4. Két égitest között gravitációs vonzóerő hat. Hányszorosára növekszik ez a vonzóerő, ha az égitestek távolsága felére csökken?

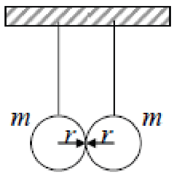
A. A vonzóerő $\sqrt{2}$-szeresére növekszik.
B. A vonzóerő kétszeresére növekszik.
C. A vonzóerő négyszeresére növekszik.

5. Két égitest között ható gravitációs erőt vizsgáljuk. Hányszorosára nő ez az erő, ha a testek közötti távolság a felére csökken?

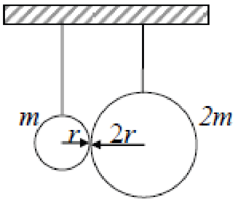
A. A vonzóerő kétszeresére nő .
B. A vonzóerő nyolcszorosára nő.
C. A vonzóerő négyszeresére nő.

6. Az ábrán egymás mellé fellógatott, homogén golyók láthatók. Az első ábrán látható két golyó egyforma, a második ábrán látható golyók közül a jobb oldalinak tömege is, sugara is kétszerese a másikénak. Melyik esetben nagyobb a golyók között fellépő gravitációs vonzóerő?

A. Az első ábrán látható esetben nagyobb a vonzóerő.
B. A második ábrán látható esetben nagyobb a vonzóerő.
C. Mindkét esetben ugyanakkora a vonzóerő.



1. ábra



2. ábra

7. Hatnak-e a Nap körül keringő bolygók gravitációs vonzerővel a Napra?
A. Igen, de a Nap mozgására gyakorolt hatásuk annak nagy tömege miatt elhanyagolható.
B. Nem, hiszen akkor a Nap nem lehetne nyugalomban.
C. Igen, ezért mozog a Nap a Tejútrendszeren belül a Herkules csillagkép felé.

8. A Földön egy test gravitációs gyorsulásának értéke független a test tömegétől. Igaz-e ez más égitesteken is?
A. Igen.
B. Nem.
C. Csak a Földhöz hasonló tömegű és méretű égitesteken igaz.

9. Mit mondhatunk egy égitest felszínének közelében egy kicsiny test gravitációs gyorsulásának tömegfüggéséről?
A. A gravitációs gyorsulás csak a test tömegével arányos.
B. A gravitációs gyorsulás csak az égitest tömegével arányos.
C. A gravitációs gyorsulás arányos mind a test, mind pedig az égitest tömegével.
D.A gravitációs gyorsulás sem a test tömegével, sem pedig az égitest tömegével nem arányos.

10. Az alábbi égitestek közül melyik fejti ki a legnagyobb gravitációs vonzást a Napra?
A. A Pluto.
B. A Hold.
C. A Föld.

11. A Hold tömege m, a Föld tömege M. Középpontjaik távolsága R. A Föld által a Holdra gyakorolt forgatónyomaték
A. nulla.
B. $\gamma Mm / R$
C. $\gamma Mm / R^2$
D. $\gamma Mm / R^3$

12. Ha a Föld helyére egy kicsiny kavicsot helyeznénk, mekkora periódusidővel keringene a Nap körül?
A. Pontosan egy év lenne a periódusidő, akár a Föld esetén.
B. A kavics sokkal nagyobb periódusidővel keringene, mivel a rá ható gravitációs erő sokkal kisebb.
C. A kavicsot a közeli Vénusz egy idő után befogná, így periódusideje megegyezne a Vénuszéval.

13. Egy műhold körpályán kering a Föld körül. Hogyan befolyásolná a keringési idejét változatlan sugarú körpályán, ha a Föld tömegváltozás nélkül összezsugorodna? A műhold keringési ideje
A. lecsökkenne.
B. nem változna.
C. megnőne.

14. Mi történne, ha a Napot változatlan tömeg mellett ezredrészére zsugorítanánk?
A. A Föld és a többi bolygó változatlanul tovább keringene a pályáján.
B. A Föld és a többi bolygó belezuhanna.
C. A Föld és a többi bolygó elszökne.

15. A Nap tömegét meg tudjuk határozni, ha ismerjük az alábbiakat, egy kivétellel. Melyiknek az ismerete nem szükséges?

A. A Newton-féle gravitációs törvény.
B. Newton második törvénye.
C. A Föld tömege.
D. A Nap−Föld távolság.

16. Mekkora gravitációs vonzóerőt gyakorol a Föld a középpontjában lévő 1 kg tömegű anyagdarabra?

A. Végtelen nagy.
B. 9,81 N.
C. Nulla.

17. Hogyan érvényesül a Föld, illetve a Hold gravitációs hatása a Hold közepén? (A Holdat tekintsük homogén tömegeloszlású gömbnek!)

A. A Föld gravitációs hatása érvényesül a Hold közepén, de a Hold gravitációs hatása ott nulla.
B. A Föld gravitációs hatása nulla a Hold közepén, mert a Hold olyan messze van a Földtől, hogy ott már csak a Hold gravitációja érvényesül.
C. A Föld gravitációs hatása nulla a Hold közepén, mert a Hold tömege leárnyékolja a Föld gravitációs hatását.
D. A Hold közepén a Föld és Hold gravitációs hatása egyaránt nullától eltérő.

18. A Holdon a földinél hatszorta kisebb a gravitáció. Melyik állítás *hibás*?

A. Könnyebb egy súlyt megtartani a Holdon, mint a Földön.
B. Az azonos körülmények között rugalmasan ütköző testek nagyobb sebességgel pattannak szét a Holdon, mint a Földön.
C. Egy adott magasságról leugorva hosszabb ideig esünk a Holdon, mint a Földön.

19. Egy tárgyat vízszintesen hajítunk el a Földön és a Holdon. A hajítás kezdősebessége és kiinduló magassága mindkét helyen azonos. Hányszor messzebbre jut a tárgy a hajítás helyétől vízszintes irányban a Holdon, mint a Földön? (A Holdon a gravitációs gyorsulás a földi érték hatoda.)

A. A tárgy ugyanolyan messze esik le.
B. A tárgy $\sqrt{6}$-szor messzebb esik le.
C. A tárgy hatszor messzebb esik le.
D. A tárgy 36-szor messzebb esik le.

20. Egy holdbéli ejtési kísérletet szeretnénk a Földön készített filmmel szimulálni. A felvételeket tehát itt, a Földön készítjük el. Mit tegyünk ezután a felvétellel, hogy az ejtési kísérlet „holdbélinek” látszódjék?

A. A filmet le kell lassítani, mert a Holdon hosszabb ideig tart az esés ugyanabból a magasságból.
B. A filmet fel kell gyorsítani, mert a Holdon kisebb a gravitáció, mint a Földön.
C. Változatlanul kell hagyni a film sebességét, mivel a vonzóerő mindig arányos a gravitációs gyorsulással a Földön is és a Holdon is.

21. Egy test tömegét akarjuk megmérni a Holdon. Melyik eljárással kaphatunk helyes eredményt?

A. Ha kétkarú mérleg segítségével tömegét ismert tömegekhez hasonlítjuk.
B. Ha rugós erőmérőről olvassuk le a Hold vonzerejét, s azt osztjuk g = 9,81 m/s² - tel.
C. Ha ejtési kísérleteket végzünk, s a vizsgált test esési idejét ismert tömegű testek esési időivel hasonlítjuk össze.

22. A közelmúltban a Rosetta űrszonda Philae leszállóegysége elérte a Csurjumov–Geraszimenko-üstökös felszínét. Sajnos a leszállás nem sikerült tökéletesen, a lassan ereszkedő leszállóegység a felszínről felpattant, és körülbelül egy órával később érkezett vissza újra a felszínre. Miért telt el ilyen hosszú idő a visszatérésig?

A. Mert a leszállóegységnek meg kellett várnia, hogy az üstökös megkerülje a Napot, és újra az eredeti helyzetébe kerüljön.
B. Mert nagyméretű ejtőernyők fékezték zuhanás közben, hogy ne törjön össze.
C. Mert az üstökös gravitációja rendkívül kicsiny, így a leszállóegység nagyon lassan esett vissza.

23. Az alábbiak közül melyikre **nem** lenne hatással, ha megváltozna a Föld felszínén a gravitációs gyorsulás?

A. az ingaórák tervezése
B. az acél sűrűsége
C. a függőhidak tervezése
D. a rugós mérleg által mutatott érték

24. Mikor van súlytalanság egy függőlegesen kilőtt, szabadon mozgó kabinban?

A. Amikor a kabin felfelé halad.
B. Csak amikor a kabin a pálya tetőpontján tartózkodik.
C. Amikor a kabin lefelé zuhan.
D. Végig a mozgás során.

25. Egy űrhajó kering a Halley-üstököséhez hasonló elnyúlt ellipszispályán a Nap körül. Mikor van az űrhajóban súlytalanság?

A. Akkor, amikor a Naphoz közelebbi fordulóponton tartózkodik az űrhajó.
B. A keringés alatt mindvégig.
C. Akkor, amikor a Naptól távolabbi fordulóponton tartózkodik az űrhajó.

26. A Föld körül keringő űrhajó utasa súlytalanságot tapasztal, mert

A. az űrhajóban elhanyagolhatóan gyenge a gravitációs mező.
B. a Föld ugyanakkora erőt fejt ki az űrhajóra, mint az utasra.
C. az űrhajónak és az utasnak ugyanakkora, a Föld felé irányuló gyorsulása van .
D. az űrhajó és az utas egyenlő nagyságú és ellenkező irányú erőt fejt ki egymásra.

27. Miért súlytalanok a Föld körül kikapcsolt hajtóművel keringő űrhajóban az űrhajósok?

A. Mert nem hat rájuk gravitációs erő.
C. Mert a rájuk ható erők eredője nulla.
B. Mert semmilyen erő nem hat rájuk.
D. Mert csak a gravitációs erő hat rájuk.

28. Melyik a helyes állítás az alábbiak közül?

A. A Föld körül keringő űrhajóban súlytalanság van, mert csak a gravitációs erő hat.
B. A Föld körül keringő űrhajóban nincs súlytalanság, mert hat a gravitáció.
C. A Föld körül keringő űrhajóban súlytalanság van, mert ilyen távolságban már nem érvényesül a gravitációs vonzás.

29. A gravitációs gyorsulást egy a Földnél kisebb tömegű bolygón vizsgáljuk. Az alábbiak közül melyik a helyes állítás?

A. A bolygó felszínén mérhető gravitációs gyorsulás mindig kisebb, mint a Földön mérhető.
B. A bolygó felszínén mérhető gravitációs gyorsulás mindig nagyobb, mint a Földön mérhető.
C. A bolygó felszínén mérhető gravitációs gyorsulás lehet kisebb is, nagyobb is, mint a Földön mérhető.

30. A Föld sugara R. Mekkora a gravitációs gyorsulás értéke a Föld felszínétől R távolságban, ha a felszínen mért érték g?

A. $g/4$
B. $g/\sqrt{2}$
C. $g/2$

31. A Föld felszínétől számított $R_{Föld}$ magasságból (azaz a Föld sugarával megegyező magasságból) elejtenek egy testet. Mekkora gyorsulással indul el? (A gravitációs gyorsulás a Föld felszínén g.)

A. g gyorsulással.
B. $g/2$ gyorsulással.
C. $g/4$ gyorsulással.

32. Mekkora a gravitációs gyorsulás egy olyan bolygó felszínén, amelynek a sugara ugyanakkora, mint a Földé, de a tömege kétszerese a Földének?

A. Kétszerese a földi g-nek.
B. Fele a földi g-nek.
C. Negyede a földi g-nek.

33. Mekkora a nehézségi gyorsulás egy olyan bolygó felszínén, amelynek a tömege megegyezik a Földével, de a sugara kétszer akkora, mint a Földé?

A. Negyede a földi g-nek.
B. Fele a földi g-nek.
D. Négyszerese a földi g-nek.
C. Kétszerese a földi g-nek.

34. Mekkora lenne a gravitációs gyorsulás értéke azon az égitesten, amely fele akkora sugarú, mint a Föld és tömege nyolcadrésze a Föld tömegének? (g_F = 9,81 m/s^2)

A. $g_F/4$
B. $g_F/2$
C. g_F
D. $2g_F$

35. A Föld felszínén a gravitációs gyorsulás g. Egy bolygó tömege kétszer akkora, sugara pedig feleakkora, mint a Földé. Mennyi a gravitációs gyorsulás a bolygó felszínén?

A. $g/2$
B. g.
C. $2g$.
D. $8g$.

36. A Mars tömege körülbelül 0,1-szerese a Föld tömegének, sugara pedig körülbelül feleakkora, mint a Földé. Körülbelül mennyi a Mars felszínén a gravitációs térerősség?

A. 2 N/kg
B. 4 N/kg
C. 25 N/kg
D. 50 N/kg

37. Az Uránusz átmérője négyszer akkora, tömege pedig körülbelül tizenötször akkora, mint a Földé. Körülbelül mennyi a gravitációs gyorsulás az Uránuszon?

A. 2 m/s^2
B. 9 m/s^2
C. 36 m/s^2
D. 150 m/s^2

38. Egy bolygó sugara 2000 m. Felszínén a gravitációs gyorsulás 2 m/s^2. A bolygó felszíne felett 3000 m magasságban a gravitációs gyorsulás értéke
A. nulla.
B. 0 és 2 m/s^2 között van.
C. 2 m/s^2.
D. nagyobb, mint 2 m/s^2.

39. Az A és B bolygók sűrűsége megegyezik. A-nak a sugara feleakkora, mint B sugara. Az A felszínén mért gravitációs gyorsulás hányszorosa a B felszínén mért gravitációs gyorsulásnak?
A. $2\sqrt{2}$
B. 2
C. $\sqrt{2}$
D. 1/2

40. A Föld Nap körüli keringése során körülbelül $6\cdot10^{-3}$$m/s^2$-es centripetális gyorsulással mozog. A Jupiter körülbelül ötször távolabb van a Naptól, mint a Föld. Mekkora a Jupiter centripetális gyorsulása? (Mindkét bolygó pályáját tekintsük körpályának!)
A. $30\cdot10^{-3}$ m/s^2
B. $150\cdot10^{-3}$ m/s^2
C. $1{,}2\cdot10^{-3}$ m/s^2
D. $0{,}24\cdot10^{-3}$ m/s^2

41. Melyik kijelentés igaz az alábbiak közül?
A. A geostacionárius műholdak olyan messze vannak a Föld felszínétől (kb. 36000 km-re), hogy ott a Föld gravitációja már egyáltalán nem hat, ezért lebegnek mozdulatlanul a Föld egy pontja fölött.
B. A geostacionárius műholdak mindig az Egyenlítő fölött keringenek a Föld körül.
C. A geostacionárius műholdak a hajtóművük állandó használatával tudnak a Földdel együtt keringeni, így a Föld egy pontja fölött mozdulatlanul lebegni.

42. A γ gravitációs állandó ismeretében melyik adatpárból lehet meghatározni egy Föld körül (körpályán) keringő műhold sebességét?
A. a Föld sugara és a pálya sugara
B. a műhold tömege és a pálya sugara
C. a Föld tömege és a pálya sugara
D. a Föld tömege és a műhold tömege

43. Egy 1 kg tömegű és egy 2 kg tömegű műholdalkatrész (űrszemét) azonos sugarú körpályán kering a Föld körül. Melyiknek nagyobb a sebessége?
A. Az 1 kg tömegű testnek.
B. A 2 kg tömegű testnek.
C. A két testnek egyforma nagyságú a sebessége.

44. 2015-ben csaknem egy kilométerrel magasabb körpályára állították a Nemzetközi Űrállomást. Befolyásolta-e ez a manőver az űrállomás pálya menti sebességét? Az űrállomás jó közelítéssel körpályán kering a Föld körül.
A. Igen, lecsökkent az űrállomás pálya menti sebessége.
B. Nem, változatlan az űrállomás pálya menti sebessége.
C. Igen, megnőtt az űrállomás pálya menti sebessége.
D. A megadott adatok alapján nem lehet eldönteni.

45. Egy űrsikló a Föld felszíne felett 260 km-rel, egy SPOT műhold a felszín felett 830 km-rel körpályán kering. Az alábbi állítások közül melyik igaz?

A. Az űrsikló szögsebessége kisebb, mint a műholdé.
B. Az űrsikló gyorsulása kisebb, mint a műholdé.
C. Az űrsikló keringési ideje kisebb, mint a műholdé.

46. A *Jupiter-effektus* című regény (J. Gribbin, S. Plagemann) cselekménye szerint az összes bolygó együttállása katasztrofális dagályhullámot indít a Földön. Ilyen a valóságban nem történhet, mert

A. a bolygók sosem kerülhetnek valamennyien egy vonalba.
B. a bolygók nem fejtenek ki gravitációs erőt a Földön.
C. ilyen esetben a Hold leárnyékolná a bolygók hatását.
D. a bolygóktól származó árapálykeltő erő elhanyagolhatóan csekély.

47. Egy műhold a Föld körül, közvetlenül a légkör fölött, körpályán, egyenletesen mozog. Körülbelül mekkora a sebessége?

A. Körülbelül megegyezik az 1. kozmikus sebességgel.
B. Körülbelül megegyezik a 2. kozmikus sebességgel.
C. Körülbelül megegyezik a 3. kozmikus sebességgel.

48. A Földnél kisebb Mars felszínén a gravitációs gyorsulás a földi érték harmada. Mit állíthatunk a marsbeli első kozmikus sebességről?

A. A marsbéli első kozmikus sebesség nagyobb, mint a földi.
B. A marsbéli első kozmikus sebesség a földivel egyenlő.
C. A marsbéli első kozmikus sebesség kisebb, mint a földi.

49. Mit értünk a Merkúrra vonatkozó második kozmikus sebességen?

A. Azt a sebességet, amellyel egy testet a Merkúr felszínéről indítva, az képes kiszakadni a Merkúr gravitációs vonzásából, és bármeddig eltávolodni a Merkúrtól.
B. Ennek a fogalomnak a Merkúr esetében nincs értelme, mert a Merkúrnak nincsen légköre, így a kozmikus sebesség fogalma értelmezhetetlen.
C. Azt a sebességet, amivel egy testet a Merkúr felszínéről elindítva, az a Merkúr felszínéhez közel, Merkúr körüli pályára áll.

50. Egy bolygóközi űrutazás során mikor kell az űrhajó hajtóművét bekapcsolni?

A. A két bolygó között, ahol már nagyon gyenge a gravitáció.
B. A felszállás, a leszállás és a pályamódosítás során.
C. A hajtóműnek a felszállás pillanatától a leszállás pillanatáig működnie kell.

51. Az űrben, egy *R* sugarú kisbolygón ejtési kísérletet végzünk. Elengedünk egy kicsiny testet a kisbolygó felszínétől *R/4* távolságra, és az *t* idő alatt esik le. Mennyi idő alatt érne le ez a test, ha *R* magasságból ejtenénk le?

A. Kevesebb, mint $\sqrt{2}\cdot t$ idő alatt.
B. Pontosan $\sqrt{2}\cdot t$ idő alatt.
C. $2\cdot t$ idő alatt.
D. Több, mint $2\cdot t$ idő alatt.

52. Egy kettőscsillag-rendszerben ismerjük a két csillag távolságát és a keringési periódust. Ebből meghatározható a két csillag tömegének

A. összege
B. különbsége
C. szorzata
D. hányadosa

53. Ha a Napnak a Föld helyett (ugyanakkora távolságra) lenne egy kettőscsillag-társa, melynek tömege a Nap tömegével egyenlő, körülbelül mennyi lenne a kettős rendszer periódusideje?

A. 0,5 év.
B. 0,7 év.
C. 1,4 év
D. 1 év, csakúgy, mint a Föld keringési periódusa.

54. A Föld körül különböző sugarú pályákon két egyforma műhold kering. A távolabb keringő műholdnak nagyobb a

A. sebessége.
B. gyorsulása.
C. mozgási energiája
D. gravitációs potenciális energiája.

55. Egy Föld körül keringő műhold pályamódosítást hajt végre: átáll egy Földhöz közelebbi pályára. Hogyan változik a potenciális energiája, illetve a mozgási energiája?

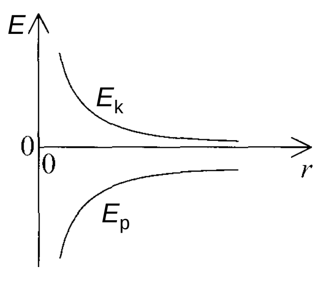
	A potenciális energia változása	**A mozgási energia változása**
A.	csökken	nő
B.	csökken	csökken
C.	nő	nő
D.	nő	csökken

56. Egy műhold a Föld körül kering. Átállítják egy nagyobb sugarú pályára. Hogyan változik a potenciális energiája, illetve a sebessége?

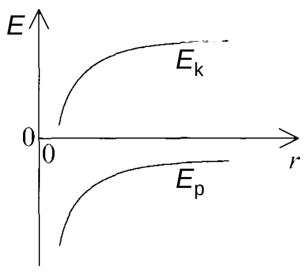
	potenciális energia	**sebesség**
A.	csökken	nő
B.	csökken	csökken
C.	nő	nő
D.	nő	csökken

57. Melyik grafikon mutatja helyesen a Föld körül körpályán keringő műhold E_k kinetikus energiáját és E_p gravitációs potenciális energiáját az r pályasugár függvényében?

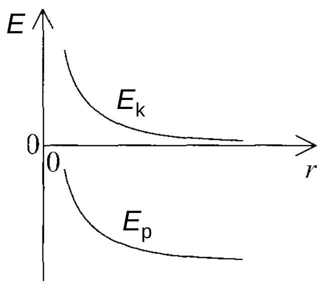
A.



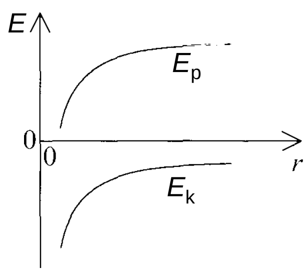
B.



C.



D.



58. Létezhet-e olyan égitest, amelynek a felületén a szökési sebesség 10 m/s? Melyik állítás igaz?

A. Igen, de csak akkor, ha az égitestnek nincs légköre.
B. Nem létezhet, mert egy égitest felületén a szökési sebesség mindenképpen nagy érték (km/s nagyságrendű).
C. Igen, ha az égitest megfelelő tömeggel és sugárral rendelkezik.

59. Egy M tömegű és r sugarú bolygó felszínén egy m tömegű test szökési sebessége a gravitációs állandó értékén kívül melyik mennyiségektől függ?

A. M és r.
B. m és r.
C. csak M.
D. M, m, és r.

60. Az X és Y bolygók tömege egyenlő, de X sugara kétszer akkora, mint Y sugara. Az X bolygó felszínén egy testnek E_X. mozgási energiára van szüksége ahhoz, hogy megszökhessen a bolygó gravitációs mezejéből. Mekkora mozgási energiára van a szökéshez szüksége ugyanennek a testnek az Y bolygó felszínén?

A. $0{,}25E_X$
B. $0{,}5E_X$
C. $2E_X$
D. $4E_X$

Megoldások 6

6.1 Ha körpályákat feltételezünk, a Nap által a Földre kifejtett gravitációs vonzóerő

$$F_{\mathrm{N}} = \gamma \frac{M_N M_F}{r_F^2} =$$

$$= 6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot \frac{1{,}99\cdot 10^{30}\cdot 5{,}97\cdot 10^{24}}{(1{,}50\cdot 10^{11})^2} = 3{,}52\cdot 10^{22}\ \mathrm{N}$$

A Hold által a Földre kifejtett gravitációs vonzóerő

$$F_{\mathrm{H}} = \gamma \frac{M_H M_F}{r_H^2} =$$

$$= 6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot \frac{7{,}35\cdot 10^{22}\cdot 5{,}97\cdot 10^{24}}{(3{,}85\cdot 10^{8})^2} = 2\cdot 10^{20}\ \mathrm{N}$$

A három égitest egy vonalban van.

(a) A Föld a Nap és a Hold között van:

$$F = F_{\mathrm{N}} - F_{\mathrm{H}} = 3{,}50\cdot 10^{22}\ \mathrm{N}.$$

(b) A Nap és a Hold a Földnek azonos oldalán van:

$$F = F_{\mathrm{N}} + F_{\mathrm{H}} = 3{,}54\cdot 10^{22}\ \mathrm{N}.$$

6.2 (a) A Föld által egy holdkeringés alatt megtett távolság:

$$s = \frac{2r_{\text{Nap-Föld}}\cdot\pi}{365}\cdot 27{,}3 = 70\cdot 10^{6}\,\mathrm{km}$$

(b) A Hold pályagörbéje egy „ellipszisre ültetett” enyhén hullámos vonal. Az ellipszis egyik fókuszpontjában a Nap van. Ellipszis helyett Nap középpontú kör is elfogadható. Nem tekintették hibának, ha a vizsgázó hurkolt görbét rajzolt.

(c) A Hold a Nap–Föld szakaszon van. (A Nap–Hold távolság gyakorlatilag megegyezik a Nap–Föld távolsággal.)

A Nap és a Hold között ébredő gravitációs erő:

$$F_{\text{Nap-Hold}} = \gamma \frac{M_{\text{Nap}}\cdot M_{\text{Hold}}}{r^2_{\text{Nap-Hold}}} =$$

$$= 6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot \frac{2{,}0\cdot 10^{30}\cdot 7{,}4\cdot 10^{22}}{(1{,}5\cdot 10^{11})^2} = 4{,}4\cdot 10^{20}\,\mathrm{N}$$

A Föld és a Hold között ébredő gravitációs erő kiszámítása:

$$F_{\text{Föld-Hold}} = \gamma \frac{M_{\text{Föld}}\cdot M_{\text{Hold}}}{r^2_{\text{Föld-Hold}}} =$$

$$= 6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot \frac{6{,}0\cdot 10^{24}\cdot 7{,}4\cdot 10^{22}}{(3{,}84\cdot 10^{8})^2} = 2{,}0\cdot 10^{20}\,\mathrm{N}$$

A Nap fejt ki nagyobb vonzóerőt a Holdra.

6.3 (a) Keringési időnek nevezzük azt az időt, amely ahhoz szükséges, hogy a bolygó teljesen körbejárja a pályáját. Matematikailag megmutatható, hogy a bolygók keringési idejének négyzete úgy aránylik egymáshoz, mint a [Naptól való] közepes távolságuk köbe, valamint hogy amennyiben ez teljesül, akkor a középpont felé irányuló erő fordítottan arányos a távolság négyzetével.

(b) Következtetés: Ha tehát egy testet úgy mozgatunk valamely pont körül, hogy a [pontból a testhez húzott] vezérsugár az idővel arányos területeket súrol, akkor ebből az következik, hogy az ilyen mozgást végző test gyorsulása csak a középpont felé mutathat.

6.4 (a) $T = 27{,}3$ nap = $= 27{,}3\cdot 24\cdot 3600$ s = $= 2{,}36\cdot 10^6$ s.

$$a_{cp} = \omega^2\cdot r = \frac{4\pi^2}{T^2}\cdot r = \frac{v^2}{r} =$$

$$= \frac{4\pi^2}{(2{,}36\cdot 106\mathrm{s})^2}\cdot 3{,}84\cdot 10^{8}\ \mathrm{m} = 2{,}7\cdot 10^{-3}\ \mathrm{m/s}^2$$

(b) A Hold pályasugara

$$\frac{r}{r_e} = \frac{3{,}84\cdot 10^{8}\ \mathrm{m}}{6{,}4\cdot 10^{6}\ \mathrm{m}} = 60$$ -szorosa a Föld sugarának.

A gravitációs gyorsulás ezért $(1/60)^2 = 1/3600$-szorosa a Föld felszínén mérhető értéknek:

$a = g/3600 = 9{,}8\ \mathrm{m/s}^2 / 3600 = 2{,}7\cdot 10^{-3}\ \mathrm{m/s}^2$.

A két eredmény egyezik, ezzel az egyezéssel támasztotta alá Newton a gravitációs törvény egyetemességét.

Megjegyzés:
Vegyük észre, hogy a gravitációs állandó – Newton által még nem ismert – értékére nem volt szükség.

6.5 A magasságváltozás a sugárhoz képest kicsi.
≈ 4,8 km magasság a sugárnak ≈ 0,75 ezreléke.
A sugár négyzetének változása tehát
1,5 ezrelék = 0,15%.
Ennyit változik a gravitációs gyorsulás is.

6.6 (a) A Föld középpontjától a keresett x távolságra

$$\frac{\gamma M_{\mathrm{F}}}{x^2} = \frac{\gamma M_{\mathrm{H}}}{(r-x)^2}$$

$$\frac{M_{\mathrm{F}}}{M_{\mathrm{H}}} = \frac{x^2}{(r-x)^2}$$

A távolságok pozitívak, ezért

$$\frac{x}{r-x} = \sqrt{\frac{M_{\mathrm{F}}}{M_{\mathrm{H}}}} = \sqrt{\frac{5.97\cdot 10^{24}}{7{,}35\cdot 10^{22}}} = 9{,}01$$

$x = 0{,}900r$

A keresett pont tehát a Föld−Hold távolság Holdhoz közelebbi tizedelőpontja.

(b) A Hold tömege sokkal kisebb a Föld tömegénél, a test tömege pedig mindkettőhöz képest igen kicsi. A keresett pontban a test a Hold szögsebességével kering a Föld körül. A centripetális erőt a két gravitációs erő eredője adja.

$$\frac{\gamma m M_{\mathrm{F}}}{x^2} - \frac{\gamma m M_{\mathrm{H}}}{(r-x)^2} = m\omega^2 \cdot x$$

$$\frac{\gamma M_{\mathrm{F}}}{x^2} - \frac{\gamma M_{\mathrm{H}}}{(r-x)^2} = \omega^2 \cdot x$$

$$\frac{4{,}0\cdot 10^{14}}{x^2} - \frac{4{,}9\cdot 10^{12}}{(3{,}8\cdot 10^8 - x)^2} = 7{,}1\cdot 10^{-12}\cdot x$$

A nevezőkkel beszorozva ötödfokú egyenletet kapunk. Ilyen egyenletet csak közelítő eljárással tudunk megoldani.

$$81{,}6 - \frac{x^2}{(3{,}8\cdot 10^8 - x)^2} = 1{,}45\cdot 10^{-24}\cdot x^3$$

$$\frac{x}{3{,}8\cdot 10^8 - x} = \sqrt{81{,}6 - 1{,}45\cdot 10^{-24}\cdot x^3}$$

Ennek keressük a megoldását 0 és $3{,}8\cdot 10^8$ között.

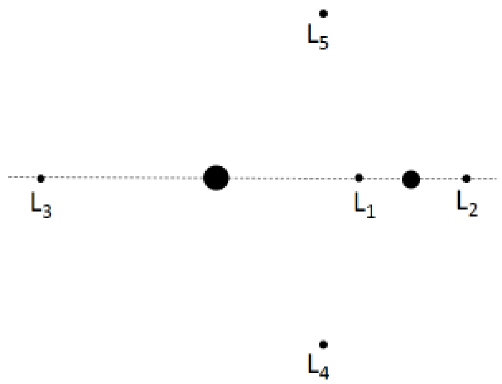
A két oldalt számítógéppel ábrázolva, a metszéspontban

$x = 3{,}2\cdot 10^8 = 0{,}85r$,

a keresett pont tehát a Föld−Hold távolság 85%-ánál van.

Megjegyzés:
Két nagyobb tömegű keringő objektum terében öt olyan pont van, ahol egy oda juttatott kis tömegű test velük együtt, hozzájuk képest e pontban maradva mozog. Ezek az úgynevezett Lagrange-féle pontok. A feladatban a Föld−Hold rendszer L_1 pontjának helyzetét számítottuk ki.

Az L_1, L_2 és L_3 pontokban az egyensúlyi helyzet instabil, A két nagyobb tömeggel folyamatosan egyenlő oldalú háromszöget alkotó L_4 és L_5 helyzetek lehetnek stabilak, így keringenek például a Nap körül a Jupiter pályáján (az L_4 és L_5 pontok környezetében nagy kilengésekkel) az úgynevezett “trójai” kisbolygók, valamint a Föld pályáján számos űrtávcső.



6.7 (a)

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{16{,}75\cdot 24\cdot 3600} = 3{,}342\cdot 10^{-6}\,\mathrm{rad/s}\,.$$

(b) $a = \omega^2\cdot r = (3{,}342\cdot 10^{-6})^2\cdot 1{,}883\cdot 10^9 =$

$= 0{,}03549\,\mathrm{m/s^2}$

(c) $M = \dfrac{4\pi^2 r^3}{\gamma T^2} =$

$$= \frac{4\pi^2\cdot(1{,}883\cdot 10^9)^3}{6{,}667\cdot 10^{-11}\cdot(16{,}75\cdot 24\cdot 3600)^2} = 1{,}888\cdot 10^{27}\,\mathrm{kg}$$

6.8 Kepler III. törvényében az állandó értéke

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{\gamma M}{4\pi^2},$$

vagyis a központi tömeg konstansszorosa.

A központi tömeg az $\dfrac{r^3}{T^2}$ hányadossal arányos, tehát esetünkben a naptömeg $\dfrac{4^3}{2^2} = 16$-szorosa.

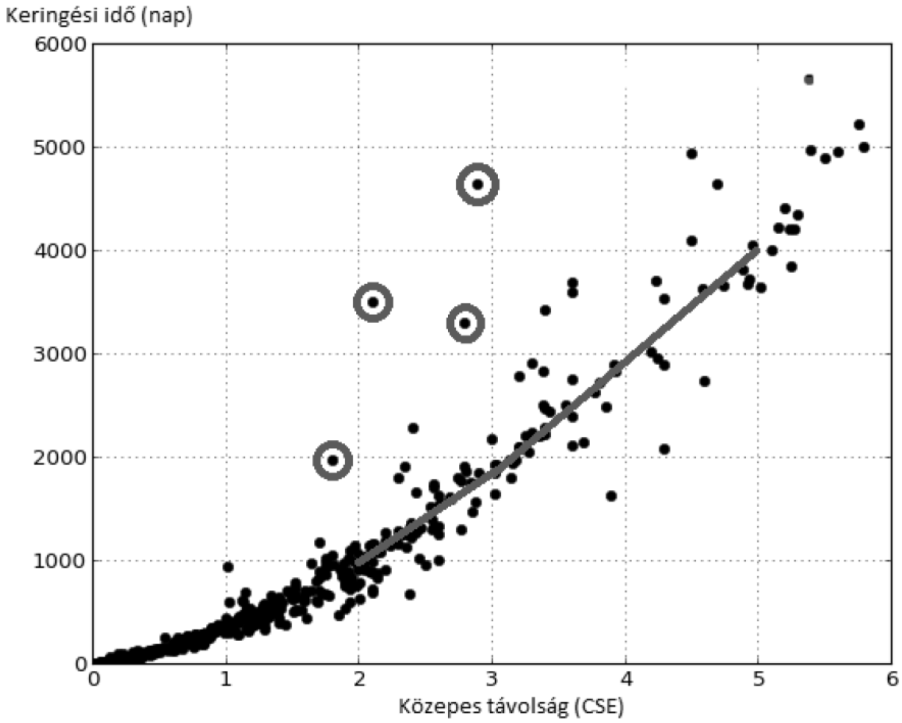
6.9 (a) A Newton-féle gravitációs erőtörvény és a körmozgás dinamikai feltételének vagy Kepler harmadik törvényének felírásával a csillagok tömege kifejezhető:

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{\gamma M}$$

$$M = \frac{4\pi^2 r^3}{\gamma T^2}$$

A csillagtömegekre $M_1 = 2{,}14\cdot 10^{30}$ kg, $M_2 = 2{,}23\cdot 10^{30}$ kg, $M_3 = 2{,}09\cdot 10^{30}$ kg adódik. Ezek az értékek közel azonosak.

(b) Ilyen csillagokat az alábbi ábrán berajzolt vonal fölött, a vonaltól minél távolabb kell keresni.



(Hasonló keringési idővel, de a csillagukhoz jóval közelebb keringő bolygók, vagy hasonló keringési távolsággal, de lényegesen nagyobb keringési idővel rendelkező bolygók, vagy mindkettő.)
Egy ilyen bolygó adatainak leolvasása és a csillag tömegének megadása:

Néhány példa, az ábrán bekarikázott bolygókkal:
r = 1,8 CSE, T = 2000 nap → $M = 3{,}90\cdot10^{29}$ kg
r = 2,1 CSE, T = 3500 nap → $M = 2{,}02\cdot10^{29}$ kg
r = 2,8 CSE, T = 3300 nap → $M = 5{,}40\cdot10^{29}$ kg
r = 2,9 CSE, T = 4600 nap → $M = 3{,}08\cdot10^{29}$ kg

(Mivel az adatok pontos leolvasása nehéz, és a képletben hatványozva szerepelnek, a tömegértékeket legfeljebb 20%-os hibával fogadták el.)

(c) Ilyen csillagokat az ábrán berajzolt vonal alatt, illetve attól jobbra kell keresni, a vonaltól minél távolabb.

6.10 (a) $\dfrac{r^3}{T^2} = \dfrac{\gamma M}{4\pi^2}$

$$M = \frac{4\pi^2 r^3}{\gamma T^2} =$$

$$= \frac{4\pi^2 (30000\cdot 9{,}46\cdot10^{15})^3}{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot(2{,}0\cdot10^8\cdot3{,}16\cdot10^7)^2} =$$

$$= 3{,}4\cdot10^{41}\,\text{kg}$$

(b) $1{,}7\cdot10^{11}$ db. Vagyis a csillagok száma százmilliárdos nagyságrendű.

6.11 A Nap átmérője $D = \alpha\cdot r$, ahol r a Föld pályasugara.

$$\rho = \frac{M}{\frac{4\pi}{3}R^3} = \frac{3M}{4\pi\cdot\left(\frac{\alpha\cdot r}{2}\right)^3} = \frac{6M}{\pi\cdot\alpha^3 r^3}$$

Kepler III. törvénye: $\dfrac{\gamma M}{4\pi^2} = \dfrac{r^3}{T^2}$

Innen $\dfrac{M}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{\gamma T^2}$.

Behelyettesítve

$$\rho = \frac{6}{\pi\cdot\alpha^3}\cdot\frac{4\pi^2}{\gamma T^2} = \frac{24\pi}{\gamma\cdot\alpha^3\cdot T^2}.$$

Számértékek: α = 0,009 rad, $T = 3{,}2\cdot10^7$ s
ρ = 1500 kg/m³.

6.12

r^3 (10^{24} m^3)	T^2 (nap^2)	r^3/T^2
25,7	3,57	7,20
53,6	7,51	7,14
146	20,4	7,17
45100	6290	7,17

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{\gamma M}{4\pi^2} = 7{,}17\frac{10^{24}}{(24\cdot3600)^2}$$

$M = 5{,}7\cdot10^{26}$ kg

6.13 Ekkor mindketten a közös tömegközéppont körül keringenek. Ennek távolsága a bolygótól

$$r' = \frac{M}{M+m} r,$$

ahol r a két objektum távolsága.
Így a gravitációs törvényből

$$\frac{mv^2}{r'} = \frac{\gamma Mm}{r^2}.$$

$$\frac{\left(\frac{2r'\pi}{T}\right)^2}{r'} = \frac{\gamma M}{r^2};$$

$$\frac{4\pi^2 r'}{T^2} = \frac{\gamma M}{r^2};$$

$$\frac{4\pi^2 r}{T^2} \cdot \frac{M}{M+m} = \frac{\gamma M}{r^2};$$

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{\gamma(M+m)}{4\pi^2}.$$

Tehát a csillag tömege helyett a kettőjükből álló rendszer össztömegét kell írni az összefüggésbe.

6.14 (a) Az égitesteket a rájuk ható gravitációs erő tartja körpályán: $F_{cp} = F_{grav}$.

$$M \cdot \frac{d}{2} \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \gamma \frac{M^2}{d^2}$$

$$M = \frac{2\pi^2}{\gamma} \cdot \frac{d^3}{T^2} =$$

$$= \frac{1\pi^{2 \cdot}(5 \cdot 10^7)^3}{6{,}57 \cdot 10^{-11} \cdot (5 \cdot 24 \cdot 3600)^2} = 1{,}98 \cdot 10^{23}\,\mathrm{kg}$$

(b) Az erők felírása a megnövelt távolság mellett

$$M \cdot d \cdot \left(\frac{2\pi}{T'}\right)^2 = \gamma \frac{M^2}{(2d)^2}$$

Innen $T'^2 = 8T^2$, így T' = 2√2·5 nap = 14,1 nap

Vagy:
(a) Kepler III. törvényéből

$$\frac{d^3}{T^2} = \frac{\gamma(M+M)}{4\pi^2}.$$

$$M = \frac{2\pi^2}{\gamma} \cdot \frac{d^3}{T^2} =$$

$$= \frac{1\pi^{2 \cdot}(5 \cdot 10^7)^3}{6{,}57 \cdot 10^{-11} \cdot (5 \cdot 24 \cdot 3600)^2} = 1{,}98 \cdot 10^{23}\,\mathrm{kg}$$

(b) A jobb oldal változatlan, ezért d helyett $2d$ esetén T helyett $2\sqrt{2} \cdot T$ írandó.

6.15 A tömegközéppont a tömegekkel fordított arányban osztja a távolságot. Ha a keresett távolság $7d$, akkor a tömegek $25M$ és $10M$, a pályasugarak $2d$, illetve $5d$.

$$\frac{\gamma(25M)(10M)}{(7d)^2} = (25M)(2d)\frac{4\pi^2}{T^2}$$

$$\frac{5\gamma M}{49d^2} = d\frac{4\pi^2}{T^2}$$

$$d^3 = \frac{5\gamma MT^2}{49 \cdot 4\pi^2}$$

$$7d = \sqrt[3]{\frac{35 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}99 \cdot 10^{30} \cdot (5{,}6 \cdot 24 \cdot 3600)^2}{4\pi^2}}$$

$$7d = 3{,}0 \cdot 10^{10}\,\mathrm{m}$$

Vagy:Kepler III. törvényéből

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{\gamma(25M + 10M)}{4\pi^2}$$

$$a^3 = \frac{35\gamma MT^2}{4\pi^2}$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{35 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}99 \cdot 10^{30} \cdot (5{,}6 \cdot 24 \cdot 3600)^2}{4\pi^2}}$$

$$a = 3{,}0 \cdot 10^{10}\,\mathrm{m}$$

6.16 A Föld tömege 81-szer akkora, mint a Holdé. A rendszer tömegközéppontja a tömegekkel fordított arányban osztja a távolságot. Ha a keresett távolság $82d$, akkor a tömegek M és $M/81$, a pályasugarak d, illetve $81d$.

$$\frac{\gamma M \cdot (M/81)}{(82d)^2} = M \cdot d \cdot \frac{4\pi^2}{T^2}$$

$$\frac{\gamma(M/81)}{82^2 \cdot d^2} = d\frac{4\pi^2}{T^2}$$

$$d^3 = \frac{\gamma(M/81) \cdot T^2}{82^2 \cdot 4\pi^2}$$

$$82d = \sqrt[3]{\frac{82 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6{,}0 \cdot 10^{24}}{81 \cdot (47 \cdot 24 \cdot 3600)^2 \cdot 4\pi^2}}$$

$$82d = 2{,}4 \cdot 10^9\,\mathrm{m}$$

(kb. a jelenlegi távolság hatszorosa)

Vagy: Kepler III. törvényéből

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{\gamma(M + M/81)}{4\pi^2}$$

$$a^3 = \frac{82\gamma MT^2}{81 \cdot 4\pi^2}$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{82 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6{,}0 \cdot 10^{24}}{81 \cdot (47 \cdot 24 \cdot 3600)^2 \cdot 4\pi^2}}$$

$$a = 2{,}4 \cdot 10^9\,\text{m}$$

6.17 (a) 4,22 fényév = 1,29 pc.
1 pc távolságból 17,67’’ látószög megfelel 17,67 CSE távolságnak.
1,29 pc távolságból ugyanekkora látószöghöz a = 1,29·17,67 = 22,8 CSE távolság tartozik.

Vagy:
17,67’’ = $8{,}57 \cdot 10^{-5}$ rad,
4,22 fényév = $4{,}00 \cdot 10^{16}$ m = $2{,}66 \cdot 10^5$ CSE
$a = 2{,}66 \cdot 10^5 \cdot 8{,}57 \cdot 10^{-5}$ = 22,8 CSE

Kepler III. törvénye szerint

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{\gamma(M+m)}{4\pi^2}$$

Ha a távolságot csillagászati egységben, az időt évben fejezzük ki, a hányados a két csillag össztömege naptömegben kifejezve:

$$\frac{22{,}8^3}{80^2} = 1{,}9\,\text{naptömeg}$$

A tömegközéppont a tömegekkel fordított arányban osztja a távolságot, a tömegek tehát 0,2·1,9=0,38 naptömeg és
1,9 – 0,38 = 1,5 naptömeg.

6.18 $\frac{mv^2}{r} = \frac{\gamma m M}{r^2}$

$$v = \sqrt{\frac{\gamma M}{r}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 2{,}0 \cdot 10^{30}}{1{,}5 \cdot 10^{11}}} =$$

$$= 3{,}0 \cdot 10^5\,\text{m/s} = 30\,\text{km/s}$$

6.19 $\frac{mv^2}{r} = \frac{\gamma m M}{r^2}$

$$v^2 = \left(\frac{2r\pi}{T}\right)^2 = \frac{\gamma M}{r}$$

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{\gamma M}{4\pi^2} \quad \text{(Kepler III.)}$$

T = 24 h = 86 400 s

$$r = \sqrt[3]{T^2 \cdot \frac{\gamma M}{4\pi^2}} =$$

$$= \sqrt[3]{86400^2 \cdot \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}} = 42200\,\text{km}$$

Vagy a Hold keringési idejéből (27,3 nap):

$$r = \sqrt[3]{T^2 \cdot \frac{r_H^3}{T_H^2}} = \sqrt[3]{1^2 \cdot \frac{(3{,}84 \cdot 10^8)^3}{27{,}3^2}} = 42400\,\text{km}$$

h = 42 200 – 6400 = 35 800 km

A sebessége

$$v = \frac{2r\pi}{T} = \frac{2\pi \cdot 4{,}22 \cdot 10^7}{86400} = 3{,}08\,\text{km/s}$$

6.20 (a) A körpályán keringő űrszonda centripetális gyorsulása éppen a gravitációs gyorsulással egyenlő:
Az első űrszonda mozgására

$$\frac{v_1^2}{r_1} = \gamma \frac{M}{r_1^2}$$

$$M = \frac{v_1^2 r_1}{\gamma} = \frac{4800^2 \cdot 5 \cdot 10^7}{6{,}67 \cdot 10^{-11}} = 1{,}73 \cdot 10^{25}\,\text{kg}$$

A bolygó térfogata

$$V = \frac{4}{3} R^3 \cdot \pi = \frac{4}{3}(9 \cdot 10^6)^3 \cdot \pi = 3{,}05 \cdot 10^{21}\,\text{m}^3$$

A bolygó átlagsűrűsége

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{1{,}73 \cdot 10^{25}}{3{,}05 \cdot 10^{21}} = 5660\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

(b) A második űrszonda mozgására

$$\frac{v_2^2}{r_2} = \gamma \frac{M}{r_2^2}$$

$$v_2 = \sqrt{\gamma \frac{M}{r_2}} = \sqrt{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1{,}73 \cdot 10^{25}}{3 \cdot 10^7}} = 6200\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

6.21 (a) Ha a műhold azonos irányban kering a Földdel, a Földhöz képest a szögsebessége

$$\omega_{rel} = \omega_1 - \omega_{Föld} = \frac{2\pi}{T_1} - \frac{2\pi}{24\text{h}} = \frac{2\pi}{8\text{h}},$$

ahonnan T_1= 6 h.

(b) Ha a műhold ellentétes irányban kering a Földdel, a Földhöz képest a szögsebessége

$$\omega_{rel} = \omega_1 + \omega_{Föld} = \frac{2\pi}{T_1} + \frac{2\pi}{24\text{h}} = \frac{2\pi}{8\text{h}},$$

ahonnan T_2= 12 h.

(c) Kepler harmadik törvénye szerint

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{\gamma M},$$

ahol most r a műhold távolsága a Föld tömegközéppontjától.

Ebből $r = \left(\frac{\gamma M \cdot T^2}{4\pi^2}\right)^{1/3}$

Az első esetben

$$r_1 = \left(\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24} \cdot (6 \cdot 3600)^2}{4\pi^2} \right)^{1/3} = 1$$

$$= 1{,}676 \cdot 10^7 \,\mathrm{m} = 16760 \mathrm{km},$$

ahonnan a keringés földfelszín feletti magassága

h_1 = 10390 km.

A második esetben

$$r_1 = \left(\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24} \cdot (12 \cdot 3600)^2}{4\pi^2} \right)^{1/3} =$$

$$= 2{,}660 \cdot 10^7 \,\mathrm{m} = 26600 \mathrm{km}$$

adódik, amiből a keringés földfelszín feletti magassága

h_2 = 20230 km.

Megjegyzés:
A Föld forgási periódusa valamivel rövidebb, mint 24 óra, de ettől a kívánt pontosság mellett eltekintettek.

6.22 (a) $mg = mv^2/r$

$$v = \sqrt{rg}$$

Ha g_0 a felszíni érték,

$$g = \frac{GM}{r^2} = g_0 \frac{R_F^2}{r^2}$$

$$v = \sqrt{(6.4 \cdot 10^6 \text{ m})(9.8 \,\mathrm{m/s}^2)} = 7.9 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

(b) A Föld esetében kapott érték

$\sqrt{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6}} = 0{,}24$ -szorosa, azaz $1{,}9 \cdot 10^3$ m/s

6.23 (a) Mivel $g = \frac{\gamma M}{R^2}$,

a Mars felszínén tapasztalható gravitációs gyorsulás:

$$g = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{6{,}42 \cdot 10^{23}}{(3{,}4 \cdot 10^6)^2} = 3{,}7 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

A Curiosity súlya $G = mg = 900 \cdot 3{,}7 \approx 3300$ N.

(b) Az első kozmikus sebességet

$$\frac{v_1^2}{R} = g$$

adja meg. Ebből

$$v_1 = \sqrt{Rg} = \sqrt{3{,}4 \cdot 10^6 \cdot 3{,}7} \approx 3550 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

6.24 (a) Az első kozmikus sebességgel fut:

$$v^2 = \frac{\gamma M}{R}$$

$$M = \frac{v^2 R}{\gamma} = \frac{(15/3{,}6)^2 \cdot 4000}{6{,}67 \cdot 10^{-11}} = 1{,}0 \cdot 10^{15} \mathrm{kg}$$

(b) $V = \frac{4}{3} R^3 \pi = \frac{4}{3} \cdot 4000^3 \cdot \pi = 2{,}7 \cdot 10^{11} \mathrm{m}^3$

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{1{,}04 \cdot 10^{15}}{2{,}68 \cdot 10^{11}} = 3900 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$$

Megjegyzés:
A felszíni gravitációs gyorsulás csak 0,0042 m/s^2, Vagyis egy 100 kg tömegű űrhajósra csak 0,42 N vonzóerő hat. Komoly technikai nehézségeket kell leküzdenie, ha futni akar …

6.25 A pálya sugara

$$r = r + h = 6370 + 7 = 6377 \mathrm{km}$$

Keringési ideje

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{\gamma M}} =$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{(6{,}377 \cdot 10^6)^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}}} = 5070 \mathrm{s}$$

Ezalatt a Föld 21°-kal fordul el nyugatról keletre, tehát a szonda Budapesttől (K19° hosszúság) 21°-kal nyugatra, Ny2° hosszúságnál haladt át (Anglia felett, kb. Birmingham-nél).

6.26 (a) –81° + 90° = 9°

K9° hosszúságnál keresztezné az Egyenlítőt, ha a Föld nem forogna.

A műhold keringési periódusa

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{\gamma M}} =$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{(6{,}370 \cdot 10^6)^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}}} = 5060 \mathrm{s}$$

Ennyi idő alatt a Föld elfordulása kb. 21° nyugatról kelet felé. A műhold tehát fent számított értéktől 21°-kal nyugatra, az Atlanti-óceán felett, Nyugat-Afrika partjaitól délre keresztezi az egyenlítőt, Ny12° hosszúságnál, kb. Monrovia (Libéria) vonalában.

(b) A megadott szélességen a földfelszín pontjának kerületi sebessége $v_F = \Omega R \cos\varphi =$

$$= \frac{2\pi}{24 \cdot 3600} \cdot 6{,}4 \cdot 10^6 \cos 28° = 410 \mathrm{m/s}$$

A felszínközeli pályán a sebesség

$v = \sqrt{(6.4 \cdot 10^6\ \text{m})(9.8\ \text{m/s}^2)} = 7.9 \cdot 10^3\ \text{m/s}$

A különbség 7500 m/s.

(c) (A felszínhez rögzített rendszerben)

$$W = \tfrac{1}{2} \cdot 100 \cdot 7500^2 = 2800\text{MJ}$$

(d) Ny171° + 21° = Ny192°, azaz K168° hosszúságnál, Mikronézia szigetvilága felett éri el az Egyenlítőt.
A felszín sebességét most hozzá kell adni a keringési sebességhez: 8300 m/s sebességgel indítandó.

$$W = \tfrac{1}{2} \cdot 100 \cdot 8300^2 = 3500\text{MJ}$$

6.27 (a) Az ISS látszólagos sebessége meghatározható például az ISS két, a fényképen jelölt függőleges vonalra eső helyzetét felhasználva:

Δx = 8 cm, Δt = 0,3 s (1 pont).

$v_{\text{látszólagos}}$ = 26,67 cm/s = 0,267 m/s

A dinamikai feltétel a körpályán mozgó űrállomásra:

$$\frac{\gamma M}{(R+h)^2} = \frac{v^2}{R+h}$$

Az ISS valódi sebessége

$$v = \sqrt{\frac{\gamma M}{R+h}} = 7690\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

A kicsinyítés mértéke:

$$K = \frac{0{,}267}{7690} = 29000$$

(b) Mivel a fényképen a Nap látszólagos mérete $D_{\text{látszólagos}}$ = 16,5 cm, a Nap kicsinyítése

$$K' = \frac{D}{D_{\text{látszólagos}}} = 8{,}4 \cdot 10^9$$

(c) A Nap átmérőjének kicsinyítése sokkal nagyobb, mint az ISS pályájának kicsinyítése, mert a Nap sokkal távolabb van a megfigyelőtől, mint az ISS.

6.28 (a) A keresett nyomóerő egyenlő az űrhajóst körpályán tartó centripetális erővel:

$$F_{ny} = F_{cp} = mR\omega^2 = m \cdot \frac{D}{2} \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 =$$

$$= 80 \cdot 10000 \cdot \left(\frac{2\pi}{240}\right)^2 = 548\text{N}$$

A körmozgás centripetális gyorsulását tekinthetjük „gravitációs” gyorsulásnak:

$$g = a_{cp} = R\omega^2 = 10000 \cdot \left(\frac{2\pi}{240}\right)^2 = 6{,}85\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

vagy

$$g = a_{cp} = \frac{F_{cp}}{m} = \frac{548}{80} = 6{,}85\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(b) $g' = \dfrac{g}{3} = x \cdot \omega^2$

$$x = \frac{R}{3} = 3{,}33\text{km}$$

A keresett magasság 10 km – x = 6,67 km

(c) Mivel $R \cdot \omega'^2 = g_{\text{Föld}}$,

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g_{\text{Föld}}}} = 2\pi\sqrt{\frac{10000}{9{,}8}} \approx 200\text{s}$$

Megjegyzés:
gravitációs gyorsulásnak valójában a forgó rendszerben élők által tapasztalt centrifugális gyorsulást lehetne tekinteni. (Számértékileg ugyanaz az eredmény adódik.)

6.29 (a) A póluson mérhető nyomóerő egyenlő a gravitációs erővel:

$$F_1 = \gamma \cdot \frac{mM}{R^2}$$

Innen a bolygó tömege:

$$M = \frac{F_1 R^2}{\gamma m} = \frac{650 \cdot (7{,}2 \cdot 10^6)^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 100} = 5{,}05 \cdot 10^{24}\text{kg}$$

A bolygó térfogata

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(7{,}2 \cdot 10^6)^3 = 1{,}56 \cdot 10^{21}\text{m}^3$$

Az átlagos sűrűség ebből

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{5{,}05 \cdot 10^{24}}{1{,}56 \cdot 10^{21}} = 3230\text{kg}/\text{m}^3$$

(b) Az egyenlítőn a centripetális erő a gravitációs vonzás és a nyomóerő eredője, vagyis a póluson, illetve az egyenlítőn mért nyomóerők különbsége:

$$F_{\text{cp}} = F_1 - F_2 = 650 - 620 = 30\text{N}$$

$$F_{\text{cp}} = m\omega^2 R = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot R$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{mR}{F_{\text{cp}}}} =$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{100 \cdot 7{,}2 \cdot 10^6}{30}} = 30800\text{s} = 8{,}55\text{h}$$

6.30 (a) A lapultság értéke $\varepsilon = 1 - \dfrac{R_{\text{S}}}{R_{\text{E}}}$.

Táblázatból vett adatokat behelyettesítve

ε_{F} = 0,00335, ε_{M} = 0,00589, ε_{J} = 0,0649

(b) A keresett hányados

$$Q = \frac{\omega^2 \cdot R_E}{\frac{\gamma M}{R_E^2}} = \frac{\omega^2 \cdot R_E^3}{\gamma M} = \frac{4\pi^2 \cdot R_E^3}{T^2 \cdot \gamma M}$$

Táblázatból vett adatokat behelyettesítve
$Q_F = 0{,}00346$, $Q_M = 0{,}00460$, $Q_J = 0{,}0892$

(c) Föld: 0,97
Mars: 1,3
Jupiter: 0,73

A hányados értéke a bolygó tömegeloszlásával van kapcsolatban. Minél kisebb, annál inkább a középpontban összpontosul a bolygó tömege. (Minél nagyobb, annál több tömeg van a középponttól nagyobb távolságra.)

6.31 $\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{\gamma mM}{R} = -\frac{\gamma mM}{r}$,

ahol

$$v_1 = \sqrt{\frac{\gamma M}{R}}.$$

$$\frac{1}{2}m \cdot \frac{\gamma M}{R} - \frac{\gamma mM}{R} = -\frac{\gamma mM}{r}$$

$$\frac{1}{2R} - \frac{1}{R} = -\frac{1}{r}$$

$r = 2R$,

vagyis a Föld sugarával megegyező magasságba emelkedik.

(b) $\frac{1}{2}mv^2 - \frac{\gamma Mm}{r} = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{\gamma Mm}{R}$,

$$v^2 = \frac{2\gamma M}{r} - \frac{2\gamma M}{R} + v_0^2 = v_0^2 + 2\gamma M \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)$$

$$v = \sqrt{12000^2 + 2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{11} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24} \cdot \left(\frac{1}{3{,}84 \cdot 10^8} - \frac{1}{6{,}37 \cdot 10^6}\right)} = 4{,}59 \text{km/s}.$$

6.32 (a) $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{\gamma Mm}{R}$

$$v^2 = v_0^2 - \frac{2\gamma M}{R}$$

(A második kozmikus sebességgel is kifejezhető: $v^2 = v_0^2 - v_2^2$)

$$v = (1{,}2 \cdot 10^4)^2 - \frac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{11} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24}}{6{,}37 \cdot 10^6} =$$

$= 4{,}36$ km/s.

6.33 A pályasugár $r = 6400 + 600 = 7000$ km.

A keringő test összenergiája $E = -\frac{\gamma mM}{2r}$

A változás $\Delta E = -\frac{\gamma mM}{2r_2} - \left(-\frac{\gamma mM}{2r_1}\right) = \frac{\gamma mM}{2}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \frac{\gamma mM}{2} \cdot \frac{\Delta r}{r_1 r_2} \approx \frac{\gamma mM}{2} \cdot \frac{\Delta r}{r_1^2}$

Tömegegységenként $\frac{\Delta E}{m} \approx \frac{\gamma M}{2} \cdot \frac{\Delta r}{r_1^2} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24} \cdot 10}{2 \cdot (7{,}0 \cdot 10^6)^2} = 41 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$.

6.34 (a) A Földet és a Holdat nyugvó ponttömegeknek tekintve, a lövedéknek azon a ponton kell átjutnia, ahol a Föld és a Hold eredő gravitációs tere zérus, onnan már a Hold felé gyorsul. A Hold tömege kb 1/81-edrésze a Föld tömegének, ezért ez a pont a középpontok távolságának (Hold felőli) tizedelőpontjában van. Ha a Hold távolsága r = 380 000 km, akkor (induláskor a Hold vonzását elhanyagolva)

$$\tfrac{1}{2}mv^2 - \frac{\gamma mM}{R} = 0 - \frac{\gamma mM}{0{,}9r} - \frac{\gamma mM/81}{0{,}1r}$$

$$\tfrac{1}{2}v^2 = \frac{\gamma M}{R} - \frac{\gamma M}{r}\left(\frac{1}{0{,}9} + \frac{1}{8{,}1}\right)$$

$$v^2 = 2\gamma M\left(\frac{1}{R} - \frac{100}{81r}\right)$$

$$= 2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6{,}0 \cdot 10^{24} \cdot \left(\frac{1}{6{,}4 \cdot 10^6} - \frac{1}{81 \cdot 3{,}8 \cdot 10^6}\right)$$

$v = 1{,}1 \cdot 10^4$ m/s

(Kb. ugyanennyit kapunk akkor is, ha a Hold gravitációját teljesen elhanyagoljuk.)

(b) $\frac{1}{2}mv^2 = 1{,}2\cdot 10^{11}\,\mathrm{J}$, ez 26 tonna TNT-nek felel meg.

(c) $v^2 = 2as$

$$a = \frac{v^2}{2s} = \frac{(1{,}1\cdot 10^4)^2}{2\cdot 500} = 1{,}2\cdot 10^5\,\mathrm{m/s}^2 = 12000g$$

6.35 A B-612 tömege

$$M = \frac{4}{3}\pi R^3\cdot\rho = \frac{4}{3}\pi\cdot 100^3\cdot 4000 = 1{,}68\cdot 10^{10}\,\mathrm{kg}$$

(a) $g = \dfrac{\gamma M}{R^2} = \dfrac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 1{,}68\cdot 10^{10}}{100^2} =$

$$= 1{,}1\cdot 10^{-4}\,\mathrm{m/s}^2$$

(b) $v = \sqrt{\dfrac{2\gamma M}{R}} =$

$$= \sqrt{\frac{2\cdot 6.67\cdot 10^{-11}\cdot 1{,}68\cdot 10^{10}}{100}} = 0{,}045\,\mathrm{m/s}$$

6.36 (a) A szökési sebesség

$$v = \sqrt{\frac{2\gamma M}{R}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 1{,}99\cdot 10^{30}}{6{,}96\cdot 10^8}} = 618\,\mathrm{km/s}$$

(b) $\rho = \dfrac{3M}{4\pi R^3}$

$$\frac{R}{M} = \left(\frac{3}{4\pi\rho M^2}\right)^{1/3}$$

$$v = \sqrt{\frac{2\gamma M}{R}} = \sqrt{2\gamma\cdot\left(\frac{4\pi\rho M^2}{3}\right)^{1/3}}$$

$$v = \sqrt{2\cdot 6{,}7\cdot 10^{-11}\cdot\left(\frac{4\pi\cdot 10^9\cdot(2\cdot 10^{30})^2}{3}\right)^{1/3}}$$

$$v = 6000\,\mathrm{km/s}$$

6.37 Felugráskor az ember súlypontemelkedése kb. 50 cm. Az elrugaszkodás kezdősebessége ekkor

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2\cdot 10\cdot 0{,}5} = 3{,}2\,\mathrm{m/s}$$

A szökési sebesség

$$v = \sqrt{\frac{2\gamma M}{R}} = \sqrt{\frac{2\gamma\cdot\frac{4}{3}\pi R^3\cdot\rho}{R}} = \sqrt{R^2\cdot\frac{8}{3}\gamma\pi\rho}$$

Innen a sugár (a Föld sűrűsége kb. 5500 $\mathrm{kg/m^3}$)

$$R = \sqrt{\frac{3v^2}{8\gamma\pi\rho}} = \sqrt{\frac{3\cdot 3{,}2^2}{8\cdot 6{,}7\cdot 10^{-11}\pi\cdot 5500}} = 1800\,\mathrm{m}$$

Megjegyzés:
A kisbolygón való ugráláshoz viselt öltözet tömegét figyelembe véve a lábizmok valószínűleg 3,2 m/s-nál kisebb kezdősebességet adnak.

6.38 A szökési sebességet a sűrűséggel kifejezve:

$$v^2 = \frac{2\gamma M}{R} = \frac{2\gamma\cdot\frac{4}{3}\pi R^3\cdot\rho}{R} = R^2\cdot\frac{8}{3}\gamma\pi\rho$$

$$\rho = \frac{3v^2}{8R^2\gamma\pi} =$$

$$= \frac{3\cdot(1{,}2\cdot 10^6)^2}{8\pi\cdot(3\cdot 10^6\cdot 3{,}1\cdot 10^{16})^2\cdot 6{,}7\cdot 10^{-11}}$$

$$\rho = 3{,}0\cdot 10^{-25}\,\mathrm{kg/m^3}$$

6.39 (a) 9,0’ = $2{,}6\cdot 10^{-3}$ rad, 760Mpc =

= $7{,}6\cdot 10^5$ kpc.

A halmaz mérete

$$D = d\cdot\alpha = 7{,}6\cdot 10^5\cdot 2{,}6\cdot 10^{-3} = 2000\,\mathrm{kpc}$$

Ez a Tejútrndszer átmérőjének kb. 70-szerese.

(b) A Tejútrendszer kb. 100 milliárd csillagból áll. A Nap (átlagos csillag) tömege $2\cdot 10^{30}$ kg, így 120 db ilyen galaxis össztömege

$$120\cdot 10^{11}\cdot 2\cdot 10^{30} = 2{,}4\cdot 10^{43}\,\mathrm{kg}$$

(c) A galaxis a halmaz peremén található. Feltételezve, hogy a halmaz gömbszimmetrikus, a szökési sebesség

$$v = \sqrt{\frac{2\gamma M}{R}} = \sqrt{\frac{2\cdot 6{,}7\cdot 10^{-11}\cdot 2{,}4\cdot 10^{43}}{1000\cdot 3{,}1\cdot 10^{19}}} = 320\,\mathrm{km/s}$$

A galaxis sebessége ennél lényegesen több, elszabadulhatna.

(d) A galaxis a halmaz peremén található, így a pályasugarán belül található tömeg gyakorlatilag a galaxis össztömege.

$$\frac{v^2}{R} = \frac{\gamma M}{R^2}$$

$$M = \frac{v^2 R}{\gamma} = \frac{(9{,}5 \cdot 10^5)^2 \cdot 1000 \cdot 3{,}1 \cdot 10^{19}}{6{,}7 \cdot 10^{-11}}$$

$$M = 4{,}2 \cdot 10^{44}\,\text{kg}$$

(körülbelül 20-szorosa a világító tömegnek).

6.40 Ugyanakkorával, mint a Nap felszínén jellemző szökési sebesség:

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{\gamma mM}{R} = 0 + 0$$

$$v = \sqrt{\frac{2\gamma M}{R}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}99 \cdot 10^{30}}{6{,}96 \cdot 10^8}} =$$

$$= 6{,}2 \cdot 10^5\,\text{m/s} = 620\,\text{km/s}$$

6.41 (a) $\frac{1}{2}mv^2 - \frac{\gamma mM}{r} = 0 + 0$

$$v = \sqrt{\frac{2\gamma M}{r}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}99 \cdot 10^{30}}{1{,}5 \cdot 10^{11}}} = 42\,\text{km/s}$$

(b) A Föld sebessége a pályáján kb. 30 km/s. Szemből tehát 72 km/s, hátulról 12 km/s a becsapódási sebesség.

6.42 (a) A szökési sebesség az M tömegű vonzócentrumtól R távolságra

$$v = \sqrt{\frac{2\gamma M}{R}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}99 \cdot 10^{30}}{1{,}5 \cdot 10^{11}}} = 42{,}1\ \text{km/s}$$

(A Föld 29,8 km/s keringési sebességéből mint Nap körüli körsebességből is megkapható, $\sqrt{2}$-vel szorozva.)
Egyik értelmezés szerint ezt tekintik harmadik kozmikus sebességnek.

(b) Ez a sebesség legkönnyebben úgy érhető el, ha a testet a Föld Nap körüli mozgásának irányában indítjuk.

A Földhöz képest még

42,1 – 29,8 = 12,3 km/s

sebességet kell adnunk a testnek.

Ez azonban csak akkor lenne az indítás sebessége, ha a Föld nem gyakorolna gravitációs vonzóerőt a testre.

A Föld vonzása miatt akkora kezdősebességgel kell indítani a testet, hogy a Föld gravitációs terében v = 12,3 km/s legyen a maradéksebessége, vagyis a Földtől nagy távolságban még meglevő sebessége).

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_3^2 - \frac{\gamma Mm}{R}$$

$$v^2 = v_3^2 - \frac{2\gamma Mm}{R}$$

$$v_3^2 = v^2 + \frac{2\gamma Mm}{R} = v^2 + v_2^2 = 12{,}3^2 + 11{,}18^2$$

v_3 = 16,6 km/s.

Más értelmezés szerint ezt a harmadik kozmikus sebesség.

6.43 Ha például a testet a Föld Nap körüli mozgásával ellentétes irányban indítjuk úgy, hogy maradéksebessége megegyezzék a Föld 29,8 km/h nagyságú keringési sebességével, akkor a test szabadeséssel belezuhan a Napba.

$$v_0^2 = v^2 + \frac{2\gamma Mm}{R} = v^2 + v_2^2 = 29{,}8^2 + 11{,}18^2$$

v_0 = 31,8 km/s.

6.44 $R = \frac{2\gamma M}{c^2}$ (Schwarzschild-rádiusz).

$$R = \frac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 3\,\text{km}\,.$$

6.45 $R = \frac{2\gamma M}{c^2} =$

$$= \frac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 4 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 1{,}2 \cdot 10^{10}\,\text{m}$$

Gömb alakúnak feltételezve

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{8 \cdot 10^{36}}{\frac{4}{3}\pi \cdot (1{,}2 \cdot 10^{10})^3} = 1{,}1 \cdot 10^6\,\text{kg}$$

6.46 (a) $R = \frac{2\gamma M}{c^2}$ miatt

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{2\gamma M}{c^2}\right)^3} = \frac{3c^6}{32\pi\gamma} \cdot \frac{1}{M^2},$$

vagyis négyzetesen csökken a tömeggel.

(b) $\rho = \frac{3c^6}{32\pi\gamma^3} \cdot \frac{1}{M^2}$

$$M^2 = \frac{3c^6}{32\pi\gamma^3\rho} = \frac{c^3}{4} \cdot \sqrt{\frac{6}{\pi\gamma^3\rho}}$$

$$M = \frac{(3 \cdot 10^8)^3}{4} \cdot \sqrt{\frac{6}{\pi \cdot (6{,}67 \cdot 10^{-11})^3 \cdot 1000}}$$

$$M = 5{,}4 \cdot 10^{38}\,\text{kg} = 2{,}7 \cdot 10^8 M_{\text{Nap}}$$

6.47 (a) A kiinduló pálya sugara r_B = 6670 km.

$$v_0 = \sqrt{\frac{\gamma M}{R+h}} =$$

$$= \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24}}{6670000}} = 7{,}73 \cdot 10^3\,\text{m/s}$$

A geostacionárius pálya:
sugara $r_C = 4{,}24 \cdot 10^7$ m,
sebessége $v_{geo} = 3{,}08 \cdot 10^3$ m/s.

Az ellipszispályán az energiamegmaradás miatt

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{\gamma mM}{r_B} = \frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{\gamma mM}{r_C}$$

Átrendezve

$$v_B^2 - v_C^2 = 2\gamma M\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_C}\right)$$

Kepler II. törvénye szerint továbbá

$$r_B v_B = r_C v_C,$$

innen v_C-t kifejezve és behelyettesítve

$$v_B^2\left(1 - \frac{r_B^2}{r_C^2}\right) = 2\gamma M\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_C}\right)$$

$$v_B^2 \frac{r_C^2 - r_B^2}{r_C^2} = 2\gamma M \frac{r_C - r_B}{r_B r_C}$$

$$v_B^2 \frac{r_C + r_B}{r_C} = 2\gamma M \frac{1}{r_B}$$

$$v_B^2 = 2\gamma M \frac{r_C}{r_B(r_C + r_B)}$$

$$v_B = \sqrt{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24} \cdot \frac{4{,}24 \cdot 10^7}{6{,}67 \cdot 10^6 (6{,}67 \cdot 10^6 + 4{,}24 \cdot 10^7)}} = 10{,}2 \cdot 10^3\,\text{m/s}$$

$$v_C = \frac{6670}{42400} \cdot 10{,}2 \cdot 10^3 = 1{,}60 \cdot 10^3\,\text{m/s}$$

A sebességnövekedés a B pontban

$(10{,}2 – 7{,}7) \cdot 10^3$ m/s = $2{,}5 \cdot 10^3$ m/s

A sebességnövekedés a C pontban

$(3{,}08 – 1{,}60) \cdot 10^3$ m/s = $1{,}48 \cdot 10^3$ m/s

6.48 (a) 2062-ben várható a legközelebbi érkezése.

(b) Kepler II. törvényéből $mv_1 r_1 = mv_2 r_2$

Az energiamegmaradásból

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{\gamma mM}{r_1} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{\gamma mM}{r_2}$$

Megoldandó tehát a következő egyenletrendszer:

$$v_1 r_1 = v_2 r_2$$

$$\frac{1}{2}v_1^2 - \frac{\gamma M}{r_1} = \frac{1}{2}v_2^2 - \frac{\gamma M}{r_2}$$

Az első egyenletből kifejezve és a másodikba helyettesítve:

$$\frac{1}{2}v_1^2 - \frac{\gamma M}{r_1} = \frac{1}{2}v_1^2 \cdot \frac{r_1^2}{r_2^2} - \frac{\gamma M}{r_2}$$

$$\frac{1}{2}v_1^2\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) = \gamma M\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$v_1^2 \frac{r_2^2 - r_1^2}{r_2^2} = 2\gamma M \frac{r_2 - r_2}{r_1 r_2}$$

$$v_1^2 \frac{r_2 + r_2}{r_2} = 2\gamma M \frac{1}{r_1}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2\gamma M r_2}{r_1(r_1 + r_2)}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}99 \cdot 10^{30} \cdot 528 \cdot 10^{10}}{8{,}76 \cdot 10^{10} \cdot (9 + 528) \cdot 10^{10}}}$$

$$v_1 = 54600\,\text{m/s}$$

$$v_2 = v_1 \frac{8{,}76}{528} = 906\,\text{m/s}$$

6.49 $E = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{\gamma mM}{r}$

$$\tfrac{1}{2} v^2 - \frac{\gamma M}{r} = 0{,}5 \cdot (47{,}3 \cdot 10^3)^2 - \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}99 \cdot 10^{30}}{1{,}16 \cdot 10^{11}} = -2{,}56 \cdot 10^7 < 0 .$$

Ellipszis a pályája, visszajön.
Kepler II. törvényéből

$$v_1 r_1 = v_2 r_2$$

$$\frac{1}{2} v_1^2 - \frac{\gamma M}{r_1} = \frac{1}{2} v_2^2 - \frac{\gamma M}{r_2}$$

$$\frac{1}{2} v_1^2 - \frac{\gamma M}{r_1} = \frac{1}{2} \left(\frac{v_1 r_1}{r_2} \right)^2 - \frac{\gamma M}{r_2}$$

$$-2{,}56 \cdot 10^7 = \frac{0{,}5 \left(47{,}3 \cdot 10^3 \cdot 1{,}16 \cdot 10^{11}\right)^2}{r_2^2} - \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}99 \cdot 10^{30}}{r_2} = = \frac{1{,}51 \cdot 10^{31}}{r_2^2} - \frac{1{,}33 \cdot 10^{20}}{r_2}$$

$$0 = 2{,}56 r_2^2 - 1{,}33 \cdot 10^{13} r_2 + 1{,}51 \cdot 10^{24}$$

A másodfokú egyenlet kisebbik gyöke nyilván $1{,}16 \cdot 10^{11}$ m, a nagyobbik

$$\frac{1{,}51 \cdot 10^{24}}{2{,}56 \cdot 1{,}16 \cdot 10^{11}} = 5{,}08 \cdot 10^{12}\,\mathrm{m}.$$

A fél nagytengely $2{,}6 \cdot 10^{12}$ m.

A keringési idő Kepler III. törvényéből $T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\gamma M}} = 2\pi \sqrt{\frac{(2{,}6 \cdot 10^{12})^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}99 \cdot 10^{30}}} = 2{,}3 \cdot 10^9\,\mathrm{s} = 72\,\text{év}$

Megjegyzés: A naptávoli sugár algebrailag is kifejezhető:
Kepler II. törvényéből

$$v_1 r_1 = v_2 r_2$$

$$\frac{1}{2} v_1^2 - \frac{\gamma M}{r_1} = \frac{1}{2} v_2^2 - \frac{\gamma M}{r_2}$$

$$\frac{1}{2} v_1^2 - \frac{\gamma M}{r_1} = \frac{1}{2} \left(\frac{v_1 r_1}{r_2} \right)^2 - \frac{\gamma M}{r_2}$$

$$\frac{1}{2} v_1^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{v_1 r_1}{r_2} \right)^2 = \frac{\gamma M}{r_1} - \frac{\gamma M}{r_2}$$

$$v_1^2 \left(1 - \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \right) = 2\gamma M \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$v_1^2 \frac{r_2^2 - r_1^2}{r_2^2} = 2\gamma M \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}$$

$$v_1^2 \frac{r_2 + r_1}{r_2} = 2\gamma M \frac{1}{r_1}$$

$$v_1^2 r_2 + v_1^2 r_1 = \frac{2\gamma M}{r_1} r_2$$

$$v_1^2 r_1 = \left(\frac{2\gamma M}{r_1} - v_1^2 \right) r_2$$

$$r_2 = \frac{v_1^2 r_1^2}{2\gamma M - v_1^2 r_1} =$$

$$= \frac{\left(47{,}3 \cdot 10^3 \cdot 1{,}16 \cdot 10^{11}\right)^2}{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}99 \cdot 10^{30} - \left(47{,}3 \cdot 10^3\right) \cdot 1{,}16 \cdot 10^{11}} =$$

$$= 5{,}07 \cdot 10^{12}\,\mathrm{m}$$

6.50 $v_1 r_1 = v_2 r_2$

$$E = \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{\gamma mM}{r_1} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{\gamma mM}{r_2}$$

$$\frac{1}{2} v_1^2 - \frac{\gamma M}{r_1} = \frac{1}{2} \left(\frac{v_1 r_1}{r_2} \right)^2 - \frac{\gamma M}{r_2}$$

$$\frac{1}{2} v_1^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{v_1 r_1}{r_2} \right)^2 = \frac{\gamma M}{r_1} - \frac{\gamma M}{r_2}$$

$$\frac{1}{2} v_1^2 \frac{r_2^2 - r_1^2}{r_2^2} = \gamma M \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}$$

$$\frac{1}{2} v_1^2 \frac{r_2 + r_2}{r_2} = \gamma M \frac{1}{r_1}$$

$$\frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{r_2}{r_2 + r_2} \frac{\gamma mM}{r_1}$$

$$E+\frac{\gamma mM}{r_1}=\frac{r_2}{r_2+r_2}\frac{\gamma mM}{r_1}$$

$$E=\frac{\gamma mM}{r_1}\left(\frac{r_2}{r_2+r_2}-1\right)$$

$$E=\frac{\gamma mM}{r_1}\frac{-r_1}{r_2+r_2}$$

$$E=\frac{-\gamma Mm}{r_1+r_2}$$

6.51 (a) Körpálya esetén $a = r$:

$$\frac{4\pi^2a^3}{T^2}\left(\frac{2}{r}-\frac{1}{a}\right)=\frac{4\pi^2r^3}{T^2}\left(\frac{2}{r}-\frac{1}{r}\right)=$$

$$=\frac{4\pi^2r^3}{T^2}\cdot\frac{1}{r}=\frac{4\pi^2r^2}{T^2}=\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2=v^2$$

(b) Kepler III. törvénye szerint

$$\frac{a^3}{T^2}=\frac{\gamma M}{4\pi^2},$$

ebből $a = 1{,}496\cdot10^{11}$ m.
$c = ae = 0,\ 025\cdot10^{11}$ m.
$r_1 = a - c = 1{,}471\cdot10^{11}$ m.
$r_2 = a + c = 1{,}521\cdot10^{11}$ m.

A megadott összefüggést használva

$$v^2=\frac{4\pi^2a^3}{T^2}\left(\frac{2}{r}-\frac{1}{a}\right)=\gamma M\left(\frac{2}{r}-\frac{1}{a}\right).$$

$$v_1^2=\gamma M\left(\frac{2}{r_1}-\frac{1}{a}\right)=$$

$$=6{,}67\cdot10^{-11}\cdot1{,}99\cdot10^{30}\left(\frac{2}{1{,}471}-\frac{1}{1{,}496}\right)\cdot10^{-11}$$

$v_1 = 30{,}3$ km/s

$$v_2^2=\gamma M\left(\frac{2}{r_2}-\frac{1}{a}\right)=$$

$$=6{,}67\cdot10^{-11}\cdot1{,}99\cdot10^{30}\left(\frac{2}{1{,}521}-\frac{1}{1{,}496}\right)\cdot10^{-11}$$

$v_2 = 29{,}3$ km/s

A különbség kb. 1 km/s

Vagy: $a = 1{,}496\cdot10^{11}$ m

$$b=\sqrt{(a+c)(a-c)}=1{,}4958\cdot10^{11}\,\mathrm{m}$$

Az ellipszis területe $ab\pi = 7{,}0300\cdot10^{22}\ \mathrm{m}^2$,
A területi sebesség

$$\frac{7{,}03\cdot10^{22}\cdot}{365{,}26\cdot24\cdot3600}=2{,}2276\cdot10^{15}\,\mathrm{m^2/s}$$

Ez egyenlő $\frac{v_1r_1}{2}=\frac{v_2r_2}{2}$ -vel.

Ebből $v_1=\frac{2\cdot2{,}2276\cdot10^{15}}{1{,}471\cdot10^{11}}=30{,}28\,\mathrm{km/s}$

$$v_1=\frac{2\cdot2{,}2276\cdot10^{15}}{1{,}521\cdot10^{11}}=29{,}29\,\mathrm{km/s}$$

<u>Megjegyzés:</u>

$$v_1^2=\frac{4\pi^2a^3}{T^2}\left(\frac{2}{r}-\frac{1}{a}\right)=\frac{4\pi^2a^3}{T^2}\left(\frac{2}{a-c}-\frac{1}{a}\right)$$

$$v_1^2\,\frac{4\pi^2a^3}{T^2}\cdot\frac{2a-a+c}{a(a-c)}=\frac{4\pi^2a^2}{T^2}\cdot\frac{a+c}{a-c}$$

$$v_1=\frac{2\pi a}{T}\sqrt{\frac{a+c}{a-c}}=\frac{2\pi a}{T}\sqrt{\frac{1+e}{1-e}}$$

$$v_2=\frac{2\pi a}{T}\sqrt{\frac{a-c}{a+c}}=\frac{2\pi a}{T}\sqrt{\frac{1-e}{1+e}}$$

$$v_1-v_2=\frac{2\pi a}{T}\left(\sqrt{\frac{1+e}{1-e}}-\sqrt{\frac{1-e}{1+e}}\right)$$

Az átlagos sugárral számolva a fentivel azonos eredményt kapunk:

$$v_1-v_2=\frac{2\pi\cdot1{,}5\cdot10^{11}}{365\cdot24\cdot3600}\left(\sqrt{\frac{1{,}017}{0{,}983}}-\sqrt{\frac{0{,}983}{1{,}017}}\right)$$

$$v_1-v_2=1{,}0\cdot10^3\,\mathrm{m/s}$$

FELELETVÁLASZTÁSOS FELADATOK

1. C. Newton.

2. B. a-c-b.

3. C. pontszerű testek.

4. C. A vonzóerő négyszeresére növekszik.

5. C. A vonzóerő négyszeresére nő.

6. A. Az első ábrán látható esetben nagyobb a vonzóerő.

7. A. Igen, de a Nap mozgására gyakorolt hatásuk annak nagy tömege miatt elhanyagolható.

8. A. Igen.

9. B. A gravitációs gyorsulás csak az égitest tömegével arányos.

10. C. A Föld.

11. A. nulla.

12. A. Pontosan egy év lenne a periódusidő, akár a Föld esetén.

13. B. nem változna.

14. A. A Föld és a többi bolygó változatlanul tovább keringene a pályáján.

15. C. A Föld tömege.

16. C. Nulla.

17. A. A Föld gravitációs hatása érvényesül a Hold közepén, de a Hold gravitációs hatása ott nulla.

18. B. Az azonos körülmények között rugalmasan ütköző testek nagyobb sebességgel pattannak szét a Holdon, mint a Földön.

19. B. A tárgy $\sqrt{6}$-szor messzebb esik le.

20. A. A filmet le kell lassítani, mert a Holdon hosszabb ideig tart az esés ugyanabból a magasságból.

21. A. Ha kétkarú mérleg segítségével tömegét ismert tömegekhez hasonlítjuk.

22. C. Mert az üstökös gravitációja rendkívül kicsiny, így a leszállóegység nagyon lassan esett vissza.

23. B. az acél sűrűsége

24. D. Végig a mozgás során.

25. B. A keringés alatt mindvégig.

26. C. az űrhajónak és az utasnak ugyanakkora, a Föld felé irányuló gyorsulása van .

27. D. Mert csak a gravitációs erő hat rájuk.

28. A. A Föld körül keringő űrhajóban súlytalanság van, mert csak a gravitációs erő hat.

29. C. A bolygó felszínén mérhető gravitációs gyorsulás lehet kisebb is, nagyobb is, mint a Földön mérhető.

30. A. $g/4$

31. C. $g/4$ gyorsulással.

32. A. Kétszerese a földi g-nek.

33. A. Negyede a földi g-nek.

34. B. $g_F/2$

35. D. $8g$.

36. B. 4 N/kg

37. B. 9 m/s^2

38. B. 0 és 2 m/s^2 között van.

39. D. 1/2

40. D. $0{,}24\cdot10^{-3}$ m/s^2

41. B. A geostacionárius műholdak mindig az Egyenlítő fölött keringenek a Föld körül.

42. C. a Föld tömege és a pálya sugara

43. C. A két testnek egyforma nagyságú a sebessége.

44. A. Igen, lecsökkent az űrállomás pálya menti sebessége.

45. C. Az űrsikló keringési ideje kisebb, mint a műholdé.

46. D. a bolygóktól származó árapálykeltő erő elhanyagolhatóan csekély.

47. A. Körülbelül megegyezik az 1. kozmikus sebességgel.

48. C. A marsbéli első kozmikus sebesség kisebb, mint a földi.

49. A. Azt a sebességet, amellyel egy testet a Merkúr felszínéről indítva, az képes kiszakadni a Merkúr gravitációs vonzásából, és bármeddig eltávolodni a Merkúrtól.

50. B. A felszállás, a leszállás és a pályamódosítás során.

51. D. Több, mint $2 \cdot t$ idő alatt.

52. A. összege

53. B. 0,7 év.

54. D. gravitációs potenciális energiája.

55. A. csökken, nő

56. D. nő, sökken

57. A.

58. C. Igen, ha az égitest megfelelő tömeggel és sugárral rendelkezik.

59. A. M és r.

60. C. $2E_X$

7 Hőtani feladatok

5. A Nap átlagos sűrűsége 1400 kg/m^3. A továbbiakban tekintsük a tömegeloszlást egyenletesnek. (Valójában a Nap középpontja felé haladva a sűrűség rohamosan növekszik, eredményeink így durva, nagyságrendi becslések lesznek.).

(a) A Nap belsejében, a középpontjától r távolságra a gravitációs gyorsulás annyi, mint egy olyan égitest felszínén, amelynek sugara r, tömege pedig a naptömegnek az r sugáron belüli része (a tömegnek a “magasabban” levő része nem számít):

$$g(r) = \frac{\gamma \cdot M_r}{r^2}.$$

Ebben a képletben Fejezd ki a tömeget is a sugárral, hogy g csak a sugár függvénye legyen.

(b) A hidrosztatikából tudjuk, hogy egyensúlyban a nyomásnak a magassággal való csökkenése $\rho{\cdot}g$-vel egyenlő:

$$\frac{dp}{dr} = -\rho \cdot g$$

A két összefüggést együtt alkalmazva integrálással adj becslést arra, mekkora nyomás uralkodik a Nap belsejében a Nap sugarának a felénél.

(c) Az extrém körülmények ellenére a Nap anyaga jól leírható az ideális gáz állapotegyenletével, mely szerint a nyomás

$$p = \frac{\rho R_{\text{gáz}} T}{m},$$

ahol $R_{\text{gáz}}$ az univerzális gázállandó, T az abszolút hőmérséklet, m pedig a protonokból, héliummagokból, néhány más magból és az elektronokból álló anyag átlagos moláris tömege, tekintsük ezt 0,6 grammnak. Becsüljük meg a hőmérsékletet a Nap sugarának felénél.

7 Hőtani feladatok
FELELETVÁLASZTÁSOS FELADATOK

1. Aprózódhatnak-e a sziklák a Holdon?
A. Nem, mert a Holdon nincs víz.
B. Nem, mert a Holdnak nincs légköre, így ott nincs hőmérséklet.
C. Igen, a hőmérséklet-változás során, a hőtágulás következtében.

2. Mi az oka annak, hogy a Vénuszon délben és éjjel közel azonos a felszíni hőmérséklet?
A. A napfény nem nagyon tud áthatolni a felhőkön.
B. A Vénusz nincs messze a Naptól.
C. A széndioxid erős üvegházhatást okoz.
D. A Vénusz nagyon lassan forog a tengelye körül.

3. Mind a Holdnak, mind a Merkúrnak nagy a hőmérsékletkülönbsége a nappali és éjszakai oldal között. Mi ennek a fő oka?
A. A kis tömeg.
B. A kőzetösszetétel.
C. A Naptól való távolság.
D. A légkör hiánya.

4. A földi légkör ilyen módon segít a felszín melegítésében:
A. Kívül tartja a hideg űrt.
B. A beérkező napfény nagy részét elnyeli.
C. Az infravörös kisugárzás nagy részét elnyeli.
D. Visszaveri a napfényt az űrbe.

5. Mi a fő oka, hogy a Mars felszínén nincs folyékony víz?
A. Túl alacsony a Mars felszínén a nyomás.
B.Túl magas a Mars felszínén a nyomás.
C. Víz semmilyen formában nem található a Marson.
D. A hőmérséklet sosem lesz olyan nagy, hogy a víz megolvadjon.

Megoldások 7

5. (a) $g(r) = \frac{\gamma \cdot M_r}{r^2} = \frac{\gamma \cdot \rho \cdot \frac{4\pi}{3} r^3}{r^2} = \gamma \cdot \rho \cdot \frac{4\pi}{3} r$

(b) $\frac{dp}{dr} = -\rho \cdot g = -\gamma \cdot \rho^2 \cdot \frac{4\pi}{3} r$

$r = R/2$-nél az $R/2$-től a felszínig (ahol $p = 0$) terjedő rétegek nyomását kell kiszámítani.

$$p = -\Delta p = -\int_{R/2}^{R} -\gamma \cdot \rho^2 \cdot \frac{4\pi}{3} r \,\mathrm{d}r =$$

$$= \gamma \cdot \rho^2 \cdot \frac{4\pi}{3} \cdot \int_{R/2}^{R} r \,\mathrm{d}r = \gamma \cdot \rho^2 \cdot \frac{4\pi}{3} \cdot \left[\frac{r^2}{2}\right]_{R/2}^{R} =$$

$$= \gamma \cdot \rho^2 \cdot \frac{4\pi}{3} \cdot \left(\frac{R^2}{2} - \frac{R^2}{8}\right) =$$

$$= \gamma \cdot \rho^2 \cdot \frac{4\pi}{3} \cdot \frac{3R^2}{8} = \gamma \cdot \rho^2 \cdot \frac{R^2 \pi}{2} =$$

$$= \frac{\pi}{2} \cdot 6{,}7 \cdot 10^{-11} \cdot 1400^2 \cdot (7 \cdot 10^8)^2 = 1 \cdot 10^{14}\,\mathrm{Pa}$$

(c) $p = \frac{\rho R_{\text{gáz}} T}{m}$

$$T = \frac{mp}{\rho R_{\text{gáz}}} = \frac{0{,}0006 \cdot 1 \cdot 10^{14}}{1400 \cdot 8{,}3} = 5 \cdot 10^6\,\mathrm{K}$$

FELELETVÁLASZTÁSOS FELADATOK

1. C. Igen, a hőmérséklet-változás során, a hőtágulás következtében.

2. C. A széndioxid erős üvegházhatást okoz.

3. D. A légkör hiánya.

4. C. Az infravörös kisugárzás nagy részét elnyeli.

5. A. Túl alacsony a Mars felszínén a nyomás.

8 Optikai feladatok

FÉNYVISSZAVERŐDÉS ÉS -TÖRÉS, TÜKÖR ÉS LENCSE KÉPALKOTÁSA

8.1 (*Diákolimpiai szakköri feladat*)
15 cm átmérőjű, 2 m fókusztávolságú tükrös távcsőhöz gömbtükröt csiszolunk. Milyen mélyen kell a tükör anyagába csiszolnunk a tükör közepén?

8.2 20 cm átmérőjű és 150 cm fókusztávolságú távcsőobjektívvel fényképezve a Holdat, a megfelelő megvilágításhoz 0,10 s expozíciós időre volt szükségünk. Mekkora expozíciós idő kellene, ha
(a) a távcsövünk 15 cm átmérőjű és változatlan fókusztávolságú lenne?

(b) a távcsövünk változatlan átmérőjű és 200 cm fókusztávolságú lenne?

(c) a távcsövünk 15 cm átmérőjű és 200 cm fókusztávolságú lenne?

8.3 (*Eötvös-verseny feladata*)
A sima Csendes-óceán felett 20 km magasan repülőgép repül. A Hold éppen függőlegesen felette van. Mekkorának látja a pilóta a tengerben fürdőző Holdat a tényleges Hold látszólagos nagyságához viszonyítva? A Föld sugara 6370 km, a Hold távolsága a Föld középpontjától 384000 km.

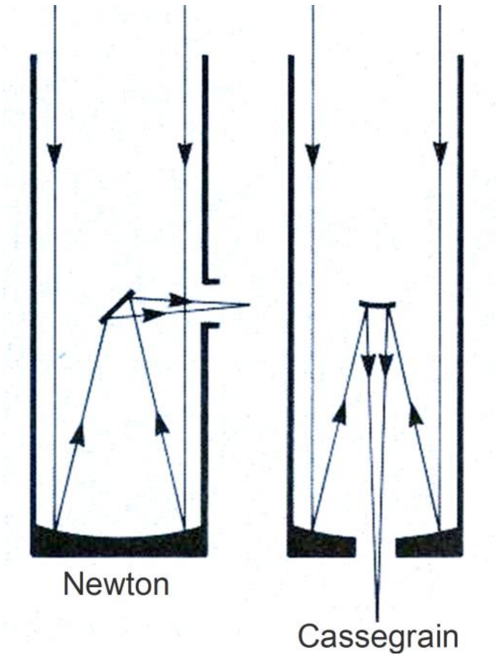
8.4 A Hold szögátmérője 29'22'' és 33'31'' között változik. Mekkora lehet a távcsövünk objektívjének fókusztávolsága, ha azt szeretnénk, hogy a Hold képe minden esetben ráférjen egy szokványos 22 × 16 mm-es CCD-chipre?

8.5 A Mars átmérője $6.8 \cdot 10^6$ m.
(a) Mekkora fókusztávolságú távcsőobjektívre van szükség ahhoz, hogy a Marsot lefényképezve 1,0 mm átmérőjű képet alkothassunk, amikor a Mars távolsága a Földtől $8.0 \cdot 10^{10}$ m?

(b) Mekkora képet alkot a Marsról a Lick Obszervatórium 18 m fókusztávolságú tükre?

8.6 Mivel a törésmutató, és ezáltal a lencse fókusztávolsága is függ a fény színétől, a beeső fény különféle frekvenciájú komponenseivel a lencse különböző helyeken alkot képet. Newton – hibásan – meg volt róla győződve, hogy a képalkotásnak ez az úgynevezett kromatikus hibája üveglencsékkel nem csökkenthető, ezért készített tükrös távcsövet.
(a) A Newton-féle tükrös távcső (1668) segédtükre kis síktükör, amely (a fókuszba érkezés előtt) egy oldalra irányítja az objektív-tükörről visszavert fényt. Ha a távcső szélességét elhanyagoljuk, az objektív fókusztávolságához képest kb. mekkora a távcső hossza?

(b) 1672. körül L. Cassegrain továbbfejlesztette a tükrös távcsövet: segédtükörként kis domború tükröt alkalmazott, amely a főtükör közepén levő lyukra irányította a fényt. Az objektív fókusztávolságához képest mekkorára lehetett így csökkenteni a távcső hosszát?


Newton
Cassegrain

8 Optikai feladatok

A TÁVCSŐ SZÖGNAGYÍTÁSA

8.7 A Palomar Obszervatórium tükrének fókusztávolsága 1680 cm.
Mekkora a szögnagyítás, ha 1,25 cm fókusztávolságú okulárral használják?

8.8 Egy távcső objektívjének fókusztávolsága 60 cm.
Mekkora fókusztávolságú okulár kell 20-szoros szögnagyítás eléréséhez?

8.9 Egy távcső okulárja 10 cm fókusztávolságú, a tubushossz 2,1 méter.
Mekkora a szögnagyítás?

8.10 Egy távcső objektívjének fókusztávolsága 160 cm, az okuláré 2,5 cm. Ha a távcsőbe fordítva, vagyis az objektíven át nézünk bele, a távoli tárgyakat kicsinyítve látjuk. Hányszoros a kicsinyítés?

8.11 Egy csillagászati távcső objektívje 710 mm fókusztávolságú lencse.

(a) Ha az okulár fókusztávolsága 20 mm, milyen hosszú a távcső és mekkora a szögnagyítása?

(b) Ha fonálkeresztet szeretnénk a távcsőbe szerelni, hová kell helyezni, hogy élesen lássuk?

(c) Mekkora a hossza és a nagyítása egy Galilei-féle távcsőnek, ha az objektív fókusztávolsága 710 mm, az okuláré pedig –20 mm?

8 Optikai feladatok

A TÁVCSŐ KÉPALKOTÁSA

8.12 A távcsőbe nézéskor a szemünk nem közvetlenül az okulárnál helyezkedik el. A nyílást, amelyen át az okulárba belenézünk, valamivel hátrább helyezik el, ott, ahol az okulár képet alkot az objektívről, és a nyílás átmérője megegyezik az objektívről (pontosabban, annak a blende által határolt részéről) alkotott kép átmérőjével.
(a) Miért így érdemes elhelyezni?

(b) Egy csillagászati távcső objektívjének fókusztávolsága 98,0 cm, az okuláré 2,00 cm. Az objektív átmérője 10 cm. Az okulártól mekkora távolságra kell lennie a szemünknek (szemtávolság)?

(c) Mekkora a kilépő nyílás átmérője?

8.13 Egy távcső objektívjének átmérője 90 mm, fókusztávolsága 1200 mm. Az úgynevezett kilépő pupilla az okulár által az objektívről mint tárgyról alkotott képet jelenti. (Ez azért fontos, mert ezen halad át az objektív által összegyűjtött fény egésze.) Mekkora fókusztávolságú okulár esetén lesz a kilépő pupilla nagysága 6 mm (vagyis az emberi pupilla mérete sötétben)?

8.14 A Hold szögátmérője a Földről nézve körülbelül 0,5°. Egy távcső objektívjének fókusztávolsága 90 cm, az okuláré 30 mm. Ezzel a távcsővel szemléljük a Holdat. Tételezzük fel, hogy szemünk közvetlenül az okulár mögött van. Ha a képet a szemünktől 25 cm-re érzékeljük, mekkora a látszólagos átmérője?

8.15 A napfoltok távcsöves megfigyeléséhez a távcső által alkotott képet kivetítjük az okulár mögé elhelyezett ernyőre. Objektívünk fókusztávolsága 120 cm, az okulárunké 2,0 cm. Az okulártól milyen távolságra kell elhelyeznünk az ernyőt, hogy 16 cm átmérőjű napképet kapjunk?

8 Optikai feladatok

HULLÁMOPTIKA

8.16 Friedrich Bessel 158 mm átmérőjű távcsővel fedezte fel a csillagok évi parallaxisát (azaz a csillagok látszólagos helyzetében a Föld Nap körüli keringése miatt bekövetkező, szögmásodpercnyinél sokkal kisebb ingadozást). Mekkora volt Bessel távcsövének szögfelbontása?

8.17 (a) A Földön a legnagyobb optikai távcső a Gran Telescopio Canarias a Kanári-szigeteken Tükrének átmérője 10,4 méter. Optikai hullámhosszakon (kb. 600 nm) működik. Mekkora a maximális felbontása?

(b) A nyugat-virginiai Green Bank-ben működő Senator Byrd rádiótávcső 100 méter átmérőjű tányérját 21 cm hullámhosszúságú rádióhullámok detektálására tervezték. Hány szögperces szögfelbontás érhető el vele?

(c) Infravörös távcsövet szeretnénk tervezni. 20 mikrométeres hullámhosszon 1 szögmásodperces felbontásra van szükségünk. Legalább mekkora legyen a tükör átmérője?

8.18 Egy emberi szem pupillamérete sötétben 5,0 mm.
(a) Mekkora szögfelbontást tesz ez lehetővé 550 nm hullámhosszúságú fény esetén?

(b) Egy felénk tartó jármű fényszórói 120 cm-re vannak egymástól. Ekkora felbontás esetén milyen messziről lehetne látni, hogy két fényszórója van?

(c) Az emberi szem felbontását nem a pupillaméret, inkább az érzékelősejtek sűrűsége határozza meg, így valójában ennél gyengébb a felbontás: ideális körülmények között kb. 2 ívperc. Ha a légkör miatt nem lenne ennél is lényegesen rosszabb a felbontás, milyen messziről tudnánk megkülönböztetni a két fényszórót?

(d) Mekkora átmérőjű az a napfolt, amely még szabad szemmel észrevehető?

8.19 A ζ Herculis kettős rendszer csillagai 1,38’’ szögtávolságra vannak egymástól.
(a) Mekkora átmérőjű távcsőobjektív kell a felbontásához?
(b) Az emberi szem felbontóképessége körülbelül két szögperc. Ha az objektív fókusztávolsága 120 cm, milyen fókusztávolságú okulárra van szükségünk.

8.20 (a) Ha ugyanazt az objektumot egyre nagyobb nagyítású távcsővel szemléljük, egyre kevésbé látjuk fényesnek. Mi ennek a magyarázata?

(b) Ideális látási viszonyok között az emberi szem felbontóképessége körülbelül 2 szögperc. Az objektívhez nem érdemes olyan okulárt választani, hogy az objektív által épphogy felbontott két pont képe ennél nagyobb szögtávolságra kerüljön, hiszen a látott kép ekkor már nem lesz részletesebb, csak halványabb. Mekkora az a maximális szögnagyítás, amelyet egy D cm átmérőjű objektív esetén még érdemes alkalmazni?

(c) Hihetünk-e ez alapján egy műszaki áruház eladójának, aki azt bizonygatja a reménybeli vevőknek, hogy a náluk kapható 6 cm-es apertúrájú távcsővel akár 500-szoros szögnagyítás is elérhető?

(d) Mekkora maximális szögnagyításra számíthatunk egy 100 mm átmérőjű távcső esetén?

8.21 Egy űrtávcső szögfelbontása 3,0’’, amikor 700 nm hullámhosszú vörös fénnyel készít felvételeket. Mekkora a felbontása
(a) 3500 nm-es infravörös hullámhosszon,

(b) 140 nm-es ultraibolya fényben?

8 Optikai feladatok

FELELETVÁLASZTÁSOS KÉRDÉSEK

1. Miért vibrál a csillagok fénye?
A. A földi légkör változásai miatt.
B. A csillagon zajló napfolttevékenység miatt.
C. Mert a legtöbb csillag kettős rendszer tagja, ezért imbolyog folyamatosan.
D. Valójában nem vibrál, az érzetet csak a szemünk állandó mozgása okozza.

2. Melyik távcsöves megfigyelés igazolta, hogy a bolygók a Nap körül keringenek?
A. A napfoltok felfedezése.
B. A Jupiter négy holdja.
C. A csillagok éves parallaxisa.
D. Az Uránusz felfedezése.

3. Mekkora a távcső nagyítása, ha az objektív fókusztávolsága 2000 mm, az okuláré pedig 40 mm?
A. 20×.
B. 50×.
C. 80×.
D. 125×.

4. Melyik távcsőnek konvex lencse az objektívje?
A. Kepler-távcső.
B. Newton-távcső.
C. Cassegrain-távcső.
D. Schmidt-távcső.

5. Melyik mai távcsőnek egyezik meg az elvi felépítése azzal a távcsőével, amellyel Galilei felfedezte a Jupiter holdjait:
A. Hubble-űrtávcső
B. Katonai éjjellátó távcső.
C. Cassegrain-távcső.
D. Színházi látcső.

6. Az alábbiak közül melyik előnnyel **nem** rendelkezik a Newton-féle tükrös távcső a refraktorhoz viszonyítva?
A. Nagyobbra lehet építeni.
B. Belenézve egyenes állású képet látunk.
C. Nincs kromatikus hibája.

7. A sajtó rendszeresen beszámol a Hubble-űrteleszkóp újabb és újabb érdekes megfigyeléseiről. Vajon miért előnyös egy távcsövet az űrben, Föld körüli pályán működtetni?
A. Mert a súlytalanság körülményei között sokkal nagyobb távcsövet is lehet mozgatni, mint itt a Föld felszínén.
B. Mert a Föld légköre felett keringő távcső képalkotását a légkör nem befolyásolja.
C. Mert a távcső lencseüvegének vákuumra vonatkoztatott törésmutatója nagyobb, mint a levegőre vonatkoztatott törésmutatója.

8. Merőleges beesés esetén az üveg-levegő határfelületre beeső fénynek körülbelül 5%-a verődik vissza. A távcsövön belüli visszaverődések nemcsak a leképezést rontják, de jelentősen csökkentik a kép fényerejét is. Mekkora veszteséget jelent ez egy olyan távcsőben, ahol a képalkotás két lencse és két prizma segítségével történik, és egyiken sincs visszaverődést gátló bevonat?

A. 19%
B. 20 %
C. 34%
D. 40%

9. A légkör az elektromágneses sugárzások égy részét elnyeli. A földfelszínre lejutó sugárzás főleg

A. röntgen- és gammasugárzás.
B. röntgen- és ultraibolya.
C. ultraibolya és infravörös.
D. látható és valamennyi rádiósugárzás.

10. A spektrum melyik tartományai vizsgálhatók jól űrtávcsövek nélkül?

A. Mikrohullámú és ultraibolya.
B. Optikai és röntgen.
C. Rádió és optikai.
D. Ultraibolya és infravörös.

11. A Föld légköre **nem** az alábbi módon van hatással a csillagászati megfigyelésekre:

A. Turbulenciákat keltve korlátozza a látást.
B. Elnyeli a rajta áthaladó fény egy részét.
C. Jobban szórja a vörös fényt, mint a kéket.
D. Elnyeli a nem látható sugárzás túlnyomó részét.

12. Miért vörös az ég alja naplementekor?

A. Az emberi szem érzékenyebb a piros színre este.
B. A kék szín kiszűrődik a légkör molekuláin és porszemcséin.
C. Minden hullámhossz elhajlik a légkörben, kivéve a vöröst.
D. A felkelő telihold fénye is vörös.

13. Az alábbiak közül melyik előnnyel **nem** rendelkeznek a rádiótávcsövek az optikai távcsövekhez képest?

A. Felhős időben is lehet velük megfigyeléseket végezni.
B. Ugyanakkora átmérő esetén jobb a felbontásuk.
C. Szemmel nem látható objektumokat is meg lehet figyelni velük.
D. Könnyebb megépíteni őket, mint a nagyon nagy méretű optikai távcsöveket.

14. Mi a lényegi eltérés az infravörös és az optikai távcsövek között?

A. Másmilyen detektor van benne.
B. Más a tükör/reflektor alakja.
C. Az infravörös távcsövek fel vannak töltve szén-dioxiddal.
D. A hosszabb hullámhossz miatt az infravörös távcsövek fókusztávolsága hosszabb.

15. A távcső melyik jellemzője az, amelyet **nem** az objektív mérete határoz meg?
A. felbontóképesség.
B. nagyítás.
C. fénygyűjtőképesség.
D. ezek egyikét sem.

16. Az alábbiak közül milyen céllal igyekeznek egyre nagyobb és nagyobb távcsöveket építeni:
1. hogy halványabb objektumokat is megfigyelhessünk.
2. hogy részletgazdagabb felvételeket készíthessünk.
3. hogy megnöveljük az elérhető nagyítást.
A. 1, 2 és 3
B. 1 és 2
C. 1 és 3
D. 1

17. Egy rádióhullámokat kibocsátó kettős rendszert $6{,}0\cdot10^{-2}$ m hullámhosszon vizsgálnak 120 m átmérőjű rádiótávcsővel. Legalább mekkora nagyságrendűnek kell lennie a két forrás radiánban kifejezett szögtávolságának, hogy két különálló forrásként lehessen őket azonosítani?
A. $2\cdot10^{4}$.
B. $2\cdot10^{2}$.
C. $5\cdot10^{-2}$.
D. $5\cdot10^{-4}$.

17. Mi a rádióinterferometria alkalmazásának fő célja?
A. Kikényszeríteni a szuperszámítógépek fejlődését.
B. Megnövelni a felbontást.
C. Nagyobb térszögből begyűjteni a rádiósugárzást.
D. Megnövelni a nagyítást.

18. A Hubble-űrtávcsővel sokféle hullámhosszon lehet megfigyeléseket végezni. Melyikkel érhető el a legjobb felbontás?
A. Ultraibolya.
B. Vörös fény.
C. Sárga fény.
D. Infravörös.

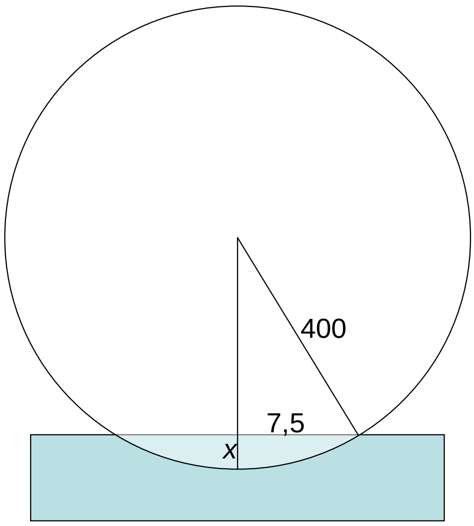
19. Hányszor jobb a felbontása egy 7 × 50 (50 mm objektív-átmérő) binokuláris távcsőnek, mint a 7 mm átmérőjű emberi pupillának?
A. 4
B. 7
C. 25
D. 50

20. Hányszor halványabb csillagokat lehet észrevenni egy 7 × 50 (50 mm objektív-átmérő) binokuláris távcsővel, mint szabad szemmel, amikor az emberi pupilla 7 mm átmérőjű?
A. Kb. 5.
B. Kb. 10.
C. Kb. 50.
D. Több, mint 100.

Megoldások 8

8.1 A fókusztávolság a görbületi sugár fele, így a gömb sugara 4 m.

$$x = 400 - \sqrt{400^2 - 7{,}5^2} = 0{,}070\text{cm}$$



8.2 (a) Az objektív átmérője 3/4 részére csökkent, ez 9/16-szor kisebb fénygyűjtő képességet jelent.

$$0{,}10 \cdot \frac{16}{9} = 0{,}18\text{s}$$

expozíciós időre van szükség.
(b) A tárgytávolság ugyanannyi, a képtávolság (= fókusztávolság) 4/3-szoros, a kép átmérője így 4/3-szorosára nőtt, a területe tehát 16/9-szeresére. Azonban ugyanilyen arányban fényszegényebb is lett a kép.

$$0{,}10 \cdot \frac{16}{9} = 0{,}18\text{s}$$

expozíciós időre van szükség.
(c) A kép két okból is fényszegényebb lett:

$$0{,}10 \cdot \frac{16}{9} \cdot \frac{16}{9} = 0{,}32\text{s}$$

expozíciós időre van szükség.

8.3 A tengerfelszín domború gömbtükörként viselkedik.

$$t = 384\,000,\ f = -R/2 = -3185$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{t} + \frac{1}{k}$$

$$\frac{1}{k} = -\frac{1}{3185} - \frac{1}{384000}$$

$$k = -3159,$$

A kép távolsága a pilótától

$$|k| + h = 3179$$

Ennyiszer látja kisebbnek a tükörképet a valódinál.
Ha a Hold átmérője D, a kép átmérője

$$D \cdot \frac{|k|}{t} = \frac{3159}{384000} << 3179$$

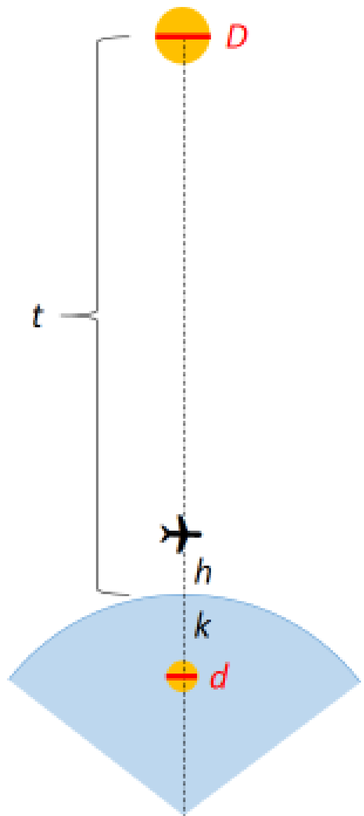
A pilótától mindkét objektum messze van a méretéhez képest, tehát kisszögű közelítést alkalmazhatunk.

A Hold látószöge $\frac{D}{t}$, a kép látószöge

$$\frac{D \cdot \frac{|k|}{t}}{|k| + h}$$

A kettő hányadosa

$$\frac{|k|}{|k| + h} = \frac{3159}{3179} = 0{,}994$$



8.4 A chip kisebbik mérete 16 mm, ekkora lehet tehát a Hold képének átmérője.
A Hold maximális szögátmérője

33’31’’ = 0,00975 rad,

ennek kell ráférnie a chipre.
A képtávolság a fókusztávolsággal egyenlő:

$$\frac{16\text{mm}}{f} \geq 0{,}00975$$

$$f \leq 1640 \text{ mm.}$$

8.5 (a) A tárgy nagysága

$h = 6.8 \cdot 10^6$ m,

a kép nagysága

$h' = 1.0$ mm $= 1.0 \cdot 10^{-3}$ m,

a szükséges nagyítás tehát

$$N = \frac{h'}{h} = (-)\frac{1{,}0 \cdot 10^{-3}}{6{,}8 \cdot 10^{6}} = (-)1{,}5 \cdot 10^{-10}$$

$t = 8.0 \cdot 10^{10}$ m.

Mivel a fókusztávolság sokkal kisebb, $k \approx f$.

$f = -Nt = -(-1{,}5 \cdot 10^{-10})(8{,}0 \cdot 10^{10}$ m$) = 12$ m

(b) $N = \frac{k}{t} \approx \frac{f}{t} = \frac{18}{8{,}0 \cdot 10^{10}} = 2{,}25 \cdot 10^{-10}$

$h' = 6.8 \cdot 10^6 \cdot 2{,}25 \cdot 10^{-10} = 1{,}5$ mm

(A képnagyság a fókusztávolsággal arányosan nőtt.)

8.6 (a) Kb. ugyanakkora.

(b) Kb. a felére

8.7 1680 / 1,25 = 1344-szeres.

8.8 60 cm / 20 = 3 cm.

8.9 Az objektív fókusztávolsága

2,1 – 0,1 = 2,0 m.

A nagyítás 2,0 / 0,10 = 20-szoros.

8.10 A számítás ugyanúgy végrehajtható, mint rendeltetésszerű használat esetében.

160 / 2,5 = 64-edrészre kicsinyít.

8.11 (a) $L = 710 + 20 = 730$ mm.

$N = 710/20 = 35{,}5$-szeres

(Fordított állású kép keletkezik: –35,5)

(b) Az objektív és az okulár közös fókuszsíkjába.

(c) $L = 710 - 20 = 690$ mm.

$N = 710/20 = 35{,}5$

8.12 (a) Így biztosítható, hogy a távcsövön átjutó fény mind áthaladjon a kilépő nyíláson.

(b) Az objektív (mint tárgy) távolsága az okulártól a tubushossz:

$t = 98{,}0 + 2{,}0 = 100{,}0$ cm

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{f} - \frac{1}{t} = \frac{1}{2{,}00} - \frac{1}{100{,}0} = 0{,}490$$

$k = 2{,}04$ cm.

Ennyivel kell az okulár elé helyezni a nyílást.

(c) Az objektívről alkotott kép mérete

$10 \cdot 2{,}04/100 = 0{,}20$ cm

Megjegyzés:

Ez kisebb az emberi pupilla átmérőjénél, így biztosítva, hogy a fény valóban a szemünkbe jusson.

8.13 Az objektív (mint tárgy) távolsága az okulártól az $f + 1200$ tubushossz.

Az okulár nagyítása 6/90 = 1/15-szörös, a távolságok aránya is ennyi:

$$k = \frac{1}{15} \cdot (f + 1200)$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f + 12000} + \frac{1}{\frac{f + 12000}{15}} = \frac{16}{f + 12000}$$

$16f = f + 1200$

$f = 75$ mm.

8.14 A Hold átlagos távolsága $3{,}8 \cdot 10^8$ m, átmérője $3{,}48 \cdot 10^6$ m. Az objektív által a fókuszsíkjában alkotott kép mérete

$$3{,}48 \cdot 10^6 \cdot \frac{0{,}90}{3{,}8 \cdot 10^8} = 8{,}2\,\text{mm}\,.$$

Ez a kép most az okulár fókuszán belül jön létre. Szemünk közvetlenül az okulár mögött van, azaz

$k = -25$ cm.

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{-25} = \frac{1}{3{,}0}$$

$t = 2{,}68$ cm

Az okulár nagyítása 25/2,68 = 9,3,

a kép mérete tehát $9{,}3 \cdot 8{,}2 = 77$ mm

8.15 A Nap távolsága $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m, átmérője $1{,}4 \cdot 10^9$ m. Az objektív fókuszsíkjában létrejövő kép mérete

$$1{,}4 \cdot 10^9 \cdot \frac{1{,}2}{1{,}5 \cdot 10^{11}} = 1{,}12\,\text{cm}\,.$$

Az okulár számára ez a tárgy, így az okulár nagyítása

$$\frac{16}{1{,}12} = 14{,}3\,.$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{t} + \frac{1}{k}$$

$k = 14{,}3t$, ezért

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{14{,}3t} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{15{,}3}{14{,}3t} = \frac{1}{2}$$

Ennyivel az okulár elé kell helyezni az ernyőt.

8.16 A látható fény hullámhosszát 550 nm-nek tekintve

$$\alpha = 1{,}22 \cdot \frac{\lambda}{D} =$$

$$= 1{,}22 \cdot \frac{5{,}5 \cdot 10^{-7}}{0{,}158} = 4{,}2 \cdot 10^{-6}\,\text{rad} = 0{,}9''$$

8.17 (a) $R = 1{,}22 \cdot \dfrac{\lambda}{D} =$

$$= 1{,}22 \cdot \frac{6 \cdot 10^{-7}}{10{,}4} = 7{,}32 \cdot 10^{-8}\,\text{rad} = 0{,}015''$$

(b) $R = 1{,}22 \cdot \dfrac{\lambda}{D} = 1{,}22 \cdot \dfrac{0{,}21}{100} = 0{,}026\text{rad} = 8{,}8'\,.$

(c) $1'' = 4{,}85 \cdot 10^{-6}$ rad.

$$D = 1{,}22 \cdot \frac{\lambda}{R} = 1{,}22 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-5}}{4{,}85 \cdot 10^{-6}} = 5{,}0\text{m}$$

8.18 (a)

$$\alpha = 1{,}22 \cdot \frac{\lambda}{D} = 1{,}22 \cdot \frac{5{,}5 \cdot 10^{-7}}{0.0050} = 1{,}3 \cdot 10^{-4}\,\text{rad} = 28''$$

(b) $d = \dfrac{D}{\alpha} = \dfrac{1{,}2}{1{,}3 \cdot 10^{-4}} = 9{,}2\text{km}\,.$

(c) A felbontás 28'' helyett 120'',

a távolság $9{,}2 \cdot \dfrac{28}{120} = 2{,}1\text{km}$

Nem látunk ennyire jól, a légkör miatt a 2 km is túl sok.

(d) A Nap szögátmérője kb. 30 perc, a szem felbontása kb. 2 perc.

A napfolt mérete a Nap átmérőjének 1/15 része:

$$\frac{1{,}4 \cdot 10^{6}}{15} \approx 1 \cdot 10^{5}\ \text{km}$$

(Több, mint hétszerese a Föld átmérőjének.)

8.19 (a) $1{,}38'' = 6{,}7 \cdot 10^{-6}$ rad.

$$\alpha = 1{,}22 \cdot \frac{\lambda}{D}$$

$\lambda = 550$ nm hullámhosszal számolva az átmérő legalább

$$D = \frac{1{,}22 \cdot 5{,}5 \cdot 10^{-7}}{6{,}7 \cdot 10^{-6}} = 0{,}10\text{m}\,.$$

(b) A szükséges szögnagyítás

$$\frac{120''}{1{,}38''} \le \frac{1{,}2}{f}\,,$$

így $f \le 1{,}4$ cm.

8.20 (a) A távcső nagyításának növekedtével a látószög csökken, kevesebb fény érkezik a távcsőbe.

(b) $2' = 5{,}8 \cdot 10^{-4}$ rad.

$$5{,}8 \cdot 10^{-4} = N \cdot 1{,}22 \cdot \frac{5{,}5 \cdot 10^{-5}\text{cm}}{D}$$

$$N = \frac{5{,}8 \cdot 10^{-4}}{1{,}22 \cdot 5{,}5 \cdot 10^{-5}\text{cm}} \cdot D = 8{,}7 \cdot D$$

Egyszerű közelítéssel azt mondhatjuk, hogy *D* cm átmérőjű objektívvel 10*D*-szeres nagyítás érhető el.

(c) $10 \cdot 6 = 60$ lényegesen kevesebb, mint 500. Nem valószínű, hogy igaza van.

(c) Körülbelül $10 \cdot 10 = 100$-szorosra.

8.21 A felbontás a hullámhosszal arányos:

(a) $3{,}0 \cdot \dfrac{3500}{700} = 15''$

(b) $3{,}0 \cdot \dfrac{140}{700} = 0{,}60''$

FELELETVÁLASZTÁSOS KÉRDÉSEK

1. A. A földi légkör változásai miatt.

2. C. A csillagok éves parallaxisa.

3. B. 50×.

4. A. Kepler-távcső.

5. D. Színházi látcső.

6. B. Belenézve egyenes állású képet látunk.

7. B. Mert a Föld légköre felett keringő távcső képalkotását a légkör nem befolyásolja.

8. C. 34%

9. D. látható és valamennyi rádiósugárzás.

10. C. Rádió és optikai.

11. C. Jobban szórja a vörös fényt, mint a kéket.

12. B. A kék szín kiszűrődik a légkör molekuláin és porszemcséin.

13. B. Ugyanakkora átmérő esetén jobb a felbontásuk.

14. A. Másmilyen detektor van benne.

15. B. nagyítás.

16. B. 1 és 2

17. D. $5 \cdot 10^{-4}$.

18. B. Megnövelni a felbontást.

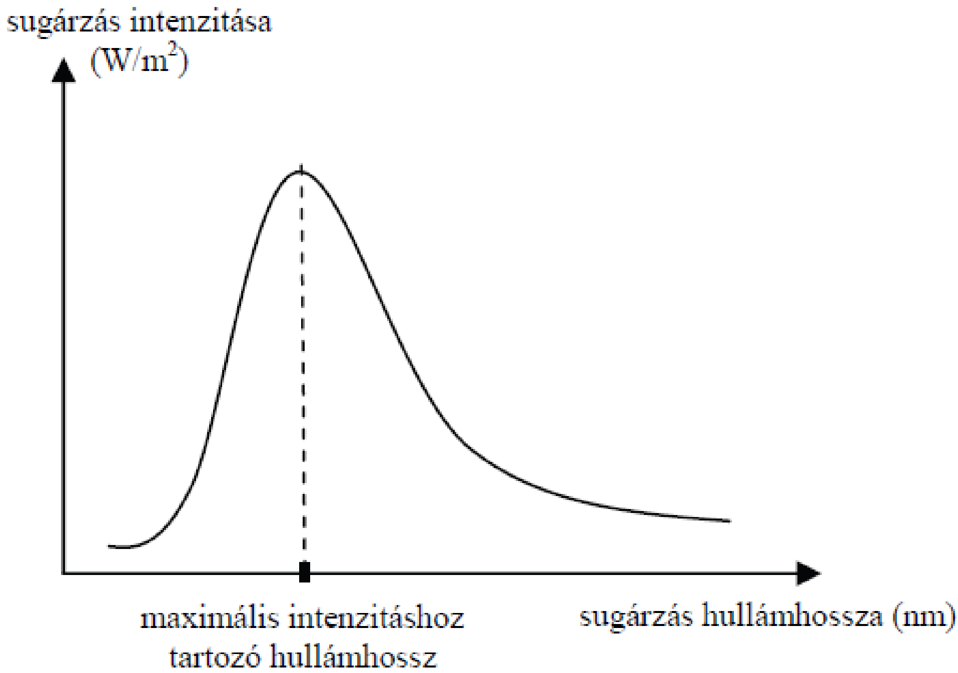
19. A. Ultraibolya.

20. B. 7

21. C. Kb. 50.

9 A csillagok sugárzása
A HŐMÉRSÉKLETI SUGÁRZÁS TÖRVÉNYEI

9.1 (*Középszintű érettségi, 2013. május*)
A tapasztalatok szerint a csillagok forró felszíne az elektromágneses spektrum széles tartományában bocsát ki ún. hőmérsékleti sugárzást. A sugárzás intenzitása a sugárzás hullámhosszától függ, ahogy ezt a mellékelt ábra mutatja.



Az ún. Wien-féle eltolódási törvénynek megfelelően a csillagfelszín hőmérséklete szoros összefüggésben van azzal a hullámhosszal, amelynél a kibocsátott hőmérsékleti sugárzás intenzitása maximális. Az alábbi táblázatban néhány csillag felszíni hőmérsékletének értéke, valamint a csillagra jellemző maximális intenzitású hőmérsékleti sugárzás hullámhossza található.

A csillag neve	Felszíni hőmérséklete (K)	λ_{max} (10^{-7} m)
Achernar	15000	1,9
Arcturus	4300	6,7
Betelgeuse	3500	8,3
Deneb	8500	3,4
Proxima Centauri	3000	9,7
Rigel	11000	2,6
Sirius	9900	2,9
Spica	22400	1,3

A látható fény színképe

ibolya: 380–450 nm
kék: 450–495 nm
zöld: 495–570 nm
sárga: 570–590 nm
narancs: 590–620 nm
vörös: 620–780 nm

(a) Ábrázolja grafikonon a táblázatban található hőmérsékletadatokat ($T_{felszín}$) a maximális intenzitáshoz tartozó hullámhossz (λ_{max}) függvényében!
Az ábrázolt pontok segítségével vázolja föl a csillagokra jellemző $T_{felszín}$–λ_{max} görbét!

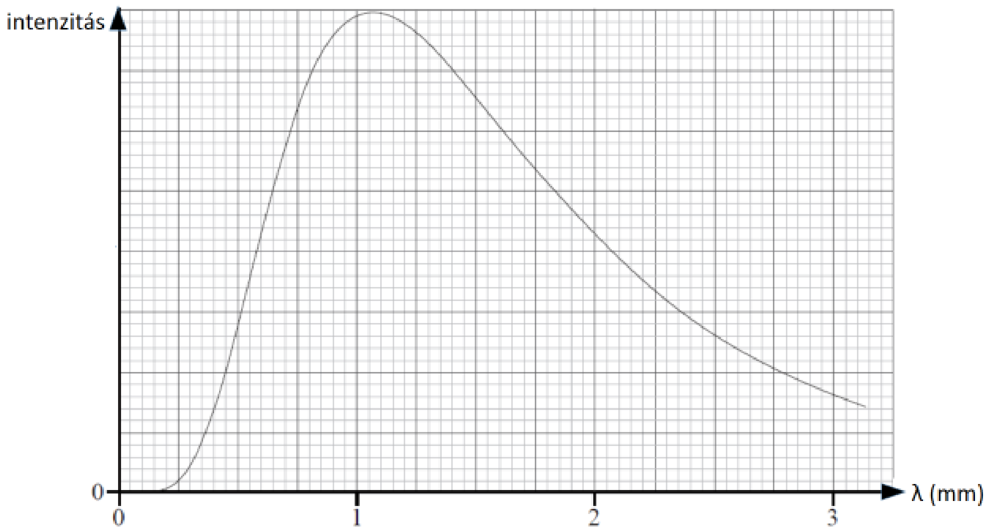
(b) Becsülje meg a görbe alapján a Nap felszíni hőmérsékletét, ha a sugárzásának intenzitása a $\lambda_{max} = 5 \cdot 10^{-7}$ m hullámhossznál maximális!

(c) Mely csillagok sugároznak maximális intenzitással az ultraibolya tartományban?

(d) Az itt felsorolt csillagok közül melyeket látjuk vörösnek?

Megjegyzés:
A szakirodalom „felszíni" helyett inkább az „effektív" hőmérséklet kifejezést használja.

9.2 A grafikonon a kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás spektruma látható. A görbe alakja feketetest-eloszlásra enged következtetni, amelyre alkalmazható a Wien-féle eltolódási törvény. Mekkora hőmérsékletű feketetest-eloszlásnak felel meg a grafikon?



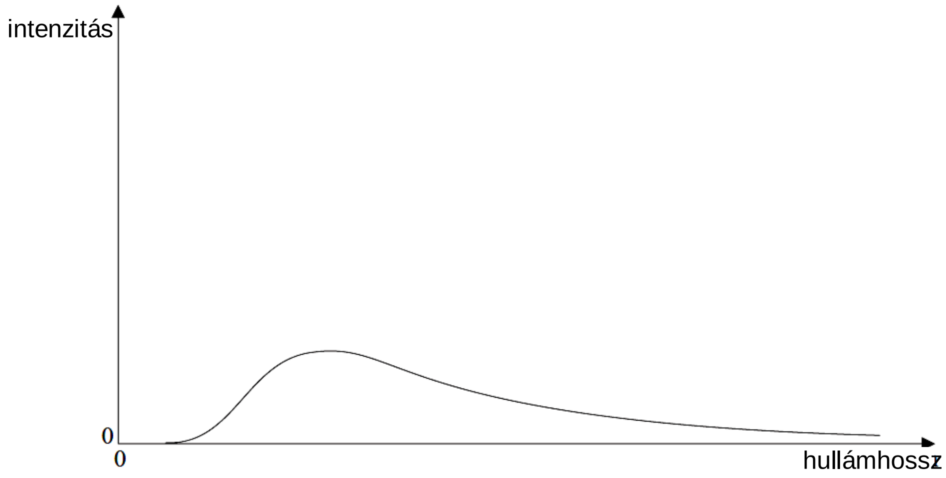
9.3 A Kígyótartó (Ophiuchus) csillagképben levő Barnard-féle csillag távolsága 5,94 fényév. Effektív hőmérséklete körülbelül 3500 K. Fényének intenzitása $2{,}6 \cdot 10^{-14}$-szer kisebb a Napénál. Hányszor akkora a luminozitása?

9.4 A Betelgeuse az Orion csillagkép legfényesebb csillaga. Az általa kibocsátott feketetest-sugárzás intenzitása 0.97 μm hullámhosszon a legnagyobb.
(a) Mekkora a Betelgeuse effektív hőmérséklete?

(b) A Nap fényének intenzitása $1.37 \cdot 10^3$ W/m^2. A Betelgeuse luminozitása $4{,}10 \cdot 10^4$-szerese a Nap luminozitásának, fényének intenzitása pedig$2{,}10 \cdot 10^{-8}$ W/m^2. Hány CSE a Betelgeuse távolsága?

9.5 (*Diákolimpiai szakköri feladat*)
A Gaia űrtávcsövet 2013 decemberében bocsátotta fel az Európai Űrügynökség (ESA). Az űrtávcső a Föld pályáján kering a Nap körül, célja a Tejútrendszerbeli csillagok különböző adatainak pontos megmérése. A csillagok éves parallaxisát $2 \cdot 10^{-5}$ szögmásodperc pontossággal képes megmérni.
(a) Milyen távol van az a legtávolabbi csillag, amelynek még meg tudja mérni a távolságát?
(b) A Gaia főtükrének mérete 1,5 m × 0,5 m. Tételezzük fel, hogy egy ilyen távoli csillag képe (0,5 m × 1 m méretű, 1 gigapixeles detektorban) csak egyetlen pixelre képződik le! Becsüljük meg, hány foton halad át ilyenkor a pixelen egy másodperc alatt?

9.6 Az ábrán egy 6000 K hőmérsékletű feketetest sugárzásának intenzitáseloszlása látható. Rajzold be a 8000 K hőmérsékletnek megfelelő eloszlást.



9.7 A Nap által kisugárzott teljesítmény (a Nap luminozitása) $3{,}90 \cdot 10^{26}$ W, A Nap sugara $6{,}96 \cdot 10^{8}$ m.
(a) Mennyi a Nap felszínének hőmérséklete?

(b) Mekkora hullámhosszon sugároz a Nap maximális intenzitással?

9.8 Az X csillag effektív hőmérséklete $3.0 \cdot 10^{3}$ K, távolsága $8.7 \cdot 10^{11}$ km. Az Y csillag effektív hőmérséklete $2.0 \cdot 10^{4}$ K, távolsága $6.8 \cdot 10^{7}$ km. Az X luminozitása hányszorosa az Y luminozitásának?

9.9 Az Oroszlán csillagkép irányában található Wolf 359 nevű csillag (az α-tól délkeletre, az ekliptikán, szabad szemmel nem látható), parallaxisa 0,419 szögmásodperc, fényének intenzitása $1{,}97 \cdot 10^{-12}$ W/m^2, effektív hőmérséklete 2800 K.
(a) Mekkora a Wolf-359 luminozitása?

(b) Mekkora a felszíne?

9.10 Az Antares (α Scorpi) vörös szuperóriás csillag a Skorpió csillagképben.
Fénynek intenzitása $1{,}6 \cdot 10^{-8}$ W/m^2.
Megfelelő légköri viszonyok esetén mérve az Antares parallaxisára $5{,}0 \cdot 10^{-3}$ szögmásodperc adódott.
Spektrumának intenzitásmaximuma 935 nm hullámhossznál található.
(a) Milyen színű az Antares?

(b) Mekkora távolságra van?

(c) Mennyi a luminozitása?

(d) Mennyi az effektív hőmérséklete?

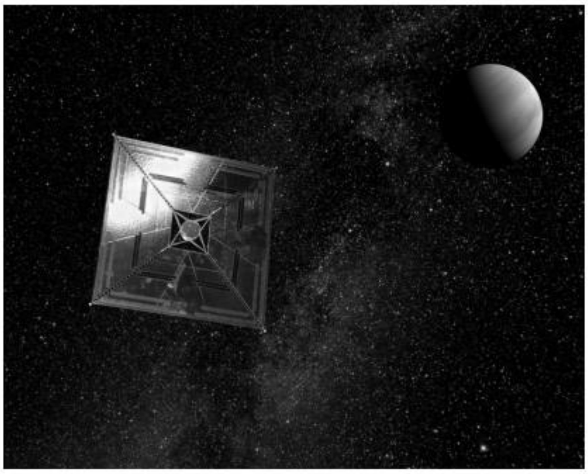
(e) A Nap sugara $7{,}0 \cdot 10^{8}$ m. Hányszor ekkora az Antares sugara? Ha a Nap helyére az Antarest képzeljük, melyik bolygók pályáján nyúlna túl?

9.11 A Pluto pályájának nagy- és kistengelye 40 CSE, illetve 39 CSE. A Pluto metánból álló légköre a rá eső fény 60%-át veri vissza (albedója 0,6).
Feltételezve, hogy a légkör feketetestként sugároz, becsüljük meg a légkör hőmérsékletét napközelben, illetve naptávolban? (A Nap sugárzási teljesítménye, azaz a luminozitása $L = 3{,}9 \cdot 10^{26}$ W.)

9 A csillagok sugárzása

FÉNYNYOMÁS

9.12 (*Középszintű érettségi 2012. május*)
A fotonok lendületének köszönhetően a tükröket erőlökés éri, amikor fotonok ütköznek a felületüknek, vagyis a tükröző felületre a fény nyomást gyakorol. Ezen alapszik az űrszondák esetén alkalmazható napvitorla ötlete. A napvitorla vékony, tükröző fóliából készült lemez, amely a Napból érkező fény nyomását használja az űrszonda sebességváltoztatásához vagy pályamódosításához.
A képen látható IKAROS űrszonda napvitorlája négyzet alakú, a négyzet oldala 50 méter.



A mellékelt táblázatban a Nap fényéből származó fénynyomás elméleti értékét adtuk meg a Naptól való távolság függvényében. A megadott értékek egy pontosan a Nap felé fordított, tehát a Nap sugaraira lényegében merőleges felületre vonatkoznak.

Távolság (csillagászati egység)	1	1,5	2	3	4	5
p (10^{-7} N/m^2)	90	40	22,5	10	5,7	?

(a) A táblázatból vett adatok segítségével állapítsa meg, hogy hányad részére csökken a Nap fényének nyomása, ha a Naptól vett távolság kétszeresére, háromszorosára nő!

(b) Mekkora lesz a Nap fényének nyomása 5 csillagászati egység távolságban?

(c) Miért csökken a Nap fényének nyomása, ha a Naptól vett távolság növekszik?

(d) Mekkora vonzóerőt fejt ki a Nap egy tőle 1 csillagászati egység (1 CSE) távolságban lévő 200 kg tömegű űrszondára?

(e) Mekkora oldalélű, négyzet alakú, Nap felé fordított napvitorla esetén tudná a Nap űrszondára gyakorolt gravitációs vonzóerejét a fénynyomásból származó erő kiegyenlíteni ebben a távolságban? (Tekintsünk el a vitorla saját tömegétől!)

9.15 Egy porfelhő a Naptól 1 csillagászati egységre található. Tételezzük fel, hogy a porszemcsék gömb alakúak, fekete testek, és sűrűségük 1000 kg/m^3. Mekkora a szemcsék átmérője abban az esetben, ha ebben a távolságban a felhő egyensúlyban marad a sugárzási nyomás és a gravitációs vonzás között?

9 A csillagok sugárzása
LÁTSZÓ FÉNYESSÉG, MAGNITÚDÓ

9.16 A szabad szemmel épp látható csillagoknál hányszor fényesebb
(a) a –1,47 magnitúdójú Sirius;

(b) a Vénusz, amikor a látszólagos magnitúdója –4?

9.17 Hányszor fényesebb a –12,5 látszó magnitúdójú telihold, mint a Vénusz –4,6 magnitúdójú maximális fényessége?

9.18 A Nap körülbelül 480 000-szer fényesebb, mint a telihold. Mennyivel különbözik a látszó magnitúdójuk?

9.19 1975 augusztusában nóvát figyeltek meg a Hattyú (Cygnus) csillagképben. Fényessége mindössze két nap leforgása alatt +15 magnitúdóról +2-re nőtt. Hányszorosára nőtt a luminozitása?

9.20 Az RR Lyrae nevű változócsillag periodikusan duplájára növeli a fényességét, majd visszahalványul. Hány magnitúdóval változik a fényessége, amikor felfénylik?

9.21 A Jupiter átlagos naptávolsága 5,2 CSE. Mennyivel (hány magnitúdóval) halványabb a Nap a Jupiterről nézve, mint a Földről?

Hipparkhosz görög csillagász (Kr.e.190 –120 körül) katalogizálta először a csillagokat fényesség szerint.

9.22 Az Oroszlán csillagképben található Wolf 359 nevű csillag távolsága $4.93 \cdot 10^5$ CSE. Fényének intenzitása $3{,}7 \cdot 10^{-15}$-szerese a Napfény intenzitásának.
(a) Luminozitása hányszorosa a a Nap luminozitásának?

(b) Szabad szemmel lehet-e látni?

9.23. Sok tényezőtől függ, hogy egy kisbolygó vagy üstökös mennyire látszik fényesnek a Földről. Számít például a mérete, a fényvisszaverő képessége, a Naptól való távolsága, és a megfigyelés ideje is, hiszen fontos, hogy teljesen meg van-e világítva (mint a telihold) vagy éppen nem a teljesen megvilágított oldaláról látjuk.
A sokféle változó együttes figyelembevételével alkották meg az alábbi empirikus képletet, amely a Naprendszer bármely részén jól használhatónak bizonyult.

$$R = 0{,}011 \cdot d \cdot 10^{-m/5}$$

R az aszteroida mérete méterben kifejezve, d a Földtől való távolság kilométerben, m pedig az aszteroida látszó fényessége a Földről nézve. (Feltételezték, hogy az aszteroida visszaverőképessége olyan, mint a holdkőzeteké.)
(a) Egy aszteroida 2027-ben fogja legjobban megközelíteni a Földet. Távolsága ekkor 37 000 km lesz.

Írjuk fel számértékekkel a mérete és a fényessége közötti összefüggést.
(b) Láthatjuk-e majd az aszteroidát, ha a mérete 200 m és 1000 m között van.

9.24 A Vénusz maximális látszó fényessége eléri a –4,6 magnitúdót. Albedója α = 0,65. Mennyi lenne a látszó fényessége
(a) ha a rá eső fényt teljesen visszaverné,

(b) ha albedója 0,3 lenne, mint a Földé.

9.25 Egy kettőscsillag-rendszerben az egyes csillagok látszó fényessége +3,0 és +5,0 magnitúdó. Mekkora a rendszer látszó fényessége?

9.26 Ha 15 cm átmérőjű amatőrtávcsővel éppen hogy látható egy 12 magnitúdó fényességű csillag, akkor mekkora fényességű csillagot lehet éppen hogy látni egy 1,5 méter átmérőjű távcsővel?

9.27 (a) Hányszor halványabb csillagokat lehet megfigyelni egy 34 cm átmérőjű távcsővel, mit szabad szemmel? (A sötéthez szokott emberi szem pupillaátmérőjét tekintsük 6,0 mm-nek.)

(b) Mekkora a távcsövünkkel látható leghalványabb csillag fényessége?

9.28 Mekkora átmérőjű távcsőre van szükség, hogy lássunk vele egy +18 magnitúdójú objektumot?

9.29 Tripla ablaküvegen keresztül nézzük a csillagokat. Minden határfelületen visszaverődik a beeső fény 7%-a. Az Oroszlán csillagkép legfényesebb csillagának, a Regulus-nak látszó fényessége 1,4 magnitúdó. Milyen fényrendűnek tűnik az ablakon át?

9 A csillagok sugárzása

ABSZOLÚT FÉNYESSÉG

9.30 A Sirius A luminozitása 23-szor akkora, mint a Napé. Fényének intenzitása (a Földről nézve) $1{,}1 \cdot 10^{-7}$ W/m^2.
(a) Mennyivel tér el az abszolút fényessége a Nap abszolút fényességétől?

(b) Hány CSE távolságra van?

Az abszolút fényesség fogalmának gyakorlása.

9.31 A Betelgeuse (α Orionis) abszolút fényessége –5,5 magnitúdó, látszó fényessége +0,41 magnitúdó. Mekkora távolságra van?

9.32 A Capella (α Aurigae) a Szekeres csillagkép legfényesebb csillaga. Látszó magnitúdója +0,05, távolsága 14 parszek. Hányszor akkora a Capella luminozitása (teljes kisugárzott teljesítménye), mint a Napé?

9.33 A Deneb a Hattyú csillagkép legfényesebb csillaga (α Cygni), látszó fényessége +1,26 magnitúdó, távolsága 430 parszek.
(a) Mennyi az abszolút fényessége?

(b) Ha ugyanolyan messze lenne, mint a Nap, hányszor fényesebb lenne?

9.34 Az Antares vörös szuperóriás csillag a Skorpió csillagképben (α Scorpi). Látszó fényessége +1,1 magnitúdó, abszolút fényessége –5,3magnitúdó.
(a) Hány CSE a távolsága?

(b) Az Antares fényének intenzitása $4{,}3 \cdot 10^{-11}$-szerese a napfény intenzitásának. Hányszor akkora a luminozitása, mint a Napé?

9.35 Az X csillag 100 pc távolságra van, és látszó fényessége 5,0 magnitúdó. Fényének intenzitása 100-szor akkora, mint az Y csillagé, de luminozitása csak 4-szer akkora.
(a) Mennyi az X csillag abszolút fényessége?

(b) Hány parszek távolságra van Y?

9.36 A táblázat két "közeli" csillag adatait tartalmazza:

Csillag	Látszó fényesség (magnitúdó)	Távolság (fényév)
Fomalhaut (α Piscis Austrini)	1.2	22
Aldebaran (α Tauri)	0.9	68

(a) A számértékek meghatározása nélkül válaszolj az alábbi két kérdésre:

(i) Melyik csillag fényesebb a Földről nézve?
(ii) Melyiknek nagyobb a luminozitása?

9.37 A táblázatban két csillag adatai láthatók A Deneb a Hattyú csillagkép legfényesebb csillaga (α Cygni), az Antares pedig a Skorpióé (α Scorpi). Az Antares kettős rendszer, fényesebbik csillaga az Antares A.

Csillag	Látszó fényesség (magnitúdó)	Abszolút fényesség (magnitúdó)
Deneb	1.26	−7.1
Antares A	0.92	−5.1

A távolságok kiszámítása nélkül állapítsd meg, melyik csillag van messzebb.

9.38 A folyamatosan táguló Rák-ködöt a közepében levő csillag szupernóva-robbanása hozta létre. A köd sugara 1983-as megfigyelésekor 3 szögperc volt. A sugár évente 21 szögmásodperccel növekszik. Spektroszkópiai módszerekkel megállapítható, hogy a köd felénk közeledő oldalának a köd középpontjában levő csillaghoz képest 1300 km/s a sebessége.
(a) Mikor lehetett megfigyelni a szupernóva-robbanást?

(b) Milyen távolságra van a Rák-köd, ha feltételezzük, hogy minden irányban ugyanolyan sebességgel tágul.

(c) Mekkora lehetett a szupernóva látszó fényessége, ha egy átlagos szupernóva abszolút fényessége −18 magnitúdó?

9.39 Az Arcturus az Ökörhajcsár (Boötes) csillagkép legfényesebb csillaga. Látszó fényessége –0,1 magnitúdó, abszolút fényessége –0,3 magnitúdó. Felszíni hőmérséklete 4000 K, luminozitása $3{,}8\cdot10^{28}$ W.
(a) Hány parszek az Arcturus távolsága? Hány fényév? Hány méter?

(b) Mekkora a sugara?

(c) Mekkora hullámhosszon sugároz maximális intenzitással?

9.40 A táblázatban három csillag fényességadatai láthatók: Achernar, EG129, Mira Ceti.
Az Achernar (α Eridani), kék szuperóriás, az Eridánusz csillagkép legfényesebb, és az egész égbolt kilencedik legfényesebb csillaga. A Mira Ceti a XVI. század óta ismert változócsillag a Cet csillagképben. Körülbelül 330 napos periódussal változik a mérete és a színe (vagyis a hőmérséklete). Látszó fényessége +9,3 és +2,5 magnitúdó között változik.

Csillag	Látszó fényesség (magnitúdó)	Abszolút fényesség (magnitúdó)
Achernar	+0,50	–3,0
EG129	+14,0	+13,0
Mira (átlag)	+5,0	–3,0

(a) Melyik csillag látszik legfényesebbnek a Földről? Melyik lehet fehér törpe?

(b) Hány parszek az Achernar távolsága?

(c) Becsüld meg az Achernar és az EG129 luminozitásának hányadosát.

(d) Ha a Mira felszíni hőmérséklete éppen ötödrésze az Achernarénak, hányszor akkora a sugara, mint az Achernar sugara?

9.41 A táblázatban az Orion csillagkép két legfényesebb csillagának adatai láthatók. (A Betelgeuse enyhén változó: 0,4 és 1,2 magnitúdó között, szabálytalanul.)

Csillag	Látszó fényesség (magnitúdó)	Intenzitás
Betelgeuse	0,5 (átlagos)	$2{,}0\cdot10^{-7}$ W/m^2 (átlagos)
Rigel	0,12	$3{,}4\cdot10^{-8}$ W/m^2

(a) A Betelgeuse távolsága 130 pc. Mennyi a luminozitása?

(b) Mennyi a Betelgeuse abszolút magnitúdója?

(c) A Betelgeuse sugara körülbelül 4 CSE.
Ha a Betelgeuse lenne a Nap helyén, melyik bolygók pályáján nyúlna túl?

(d) A Rigel luminozitása $2{,}3\cdot10^{31}$ W.
Közelebb vagy messzebb van, mint a Betelgeuse?

(e) A Rigel sugara kb. 50-szer akkora, mint a Napé.
Mennyi az effektív hőmérséklete? Milyen színű?

9.42 Az Antares a Skorpió csillagkép legfényesebb csillaga. Kettős rendszer, fényesebbik csillaga az Antares A. Látszó fényessége 0,92 magnitúdó, abszolút fényessége −5,1 magnitúdó.
(a) Hány méterre van tőlünk?

(b) Kísérőjének, az Antares B-nek körülbelül 15 000 K az effektív hőmérséklete, luminozitása pedig 1/40 része az Antares A luminozitásának. Hányszor nagyobb sugarú az Antares A, mint az Antares B?

9 A csillagok sugárzása
CEFEIDA VÁLTOZÓCSILLAGOK

9.43 A Delta Cephei (a Cepheus csillagkép negyedik legfényesebb csillaga) periodikusan változtatja a fényességét. A következő táblázat a látszó fényességet mutatja az idő függvényében.
(a) Grafikon segítségével határozd meg minél pontosabban a fényességváltozás periódusidejét.

(b) A grafikon alapján mennyi a látszó fényesség, amikor a csillag a legfényesebb?

idő (nap)	0	1	1,5	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
m	4,12	4,28	4,30	4,20	3,55	3,80	4,00	4,20	4,30	3,95	3,55	3,85	4,10	4,28	4,30

9.44 A Kis Magellán Felhő nevű szabálytalan törpegalaxis 200 000 fényévre van tőlünk. (Csak a déli féltekéről látható.) Átmérője kb. 7 000 fényév. Mivel a mérete nagyságrenddel kisebb, mint a távolsága, tekinthetjük úgy, hogy csillagai ugyanolyan messze vannak tőlünk. A távolság és a látszó fényesség ismeretében meghatározható a Kis Magellán Felhőben lévő δ Cephei típusú változócsillagok abszolút fényessége. Az alábbi táblázat néhány ilyen változócsillag periódusidejét és (közepes) abszolút fényességét mutatja.

Periódusidő (nap)	2	3	5	10	20	50	100
M	−1,2	−2,0	−2,5	−3,2	−4,0	−5,2	−6,2

(a) Ábrázold az abszolút fényességet a periódusidő függvényében. Milyen függvényre emlékeztet a grafikon?

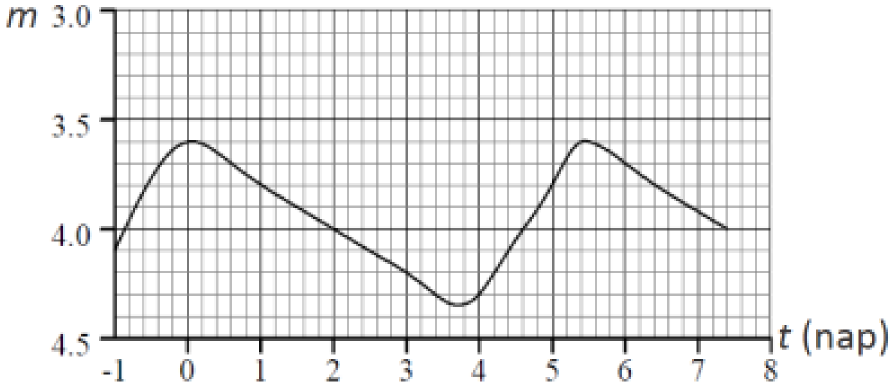
(b) Az abszcisszatengelyen levő értékek megfelelő transzformációjával módosítsd a grafikont úgy, hogy egyenes legyen.

(c) Az egyenes nem megy át az origón. Van a tengelymetszetnek valamilyen fontos fizikai jelentése?

Megjegyzés:
A cefeida változócsillagok periódusa és fényessége közötti összefüggést Henrietta Leavitt amerikai csillagásznő fedezte fel 1908-ban, éppen a Magellán felhők változóinak vizsgálatával. Ez azt jelentette, hogy ha például sikerül megállapítani a Kis Magellán Felhő távolságát, akkor a látszó fényességekből megkapható a változók abszolút fényessége. Az abszolút fényesség és a periódus közötti összefüggés ismeretében pedig a cefeida változók más galaxisok távolságának mérésére is használhatók. A Kis Magellán-felhő távolságának meghatározásához néhány közeli cefeida változó távolságát kellett más módszerekkel megmérni.

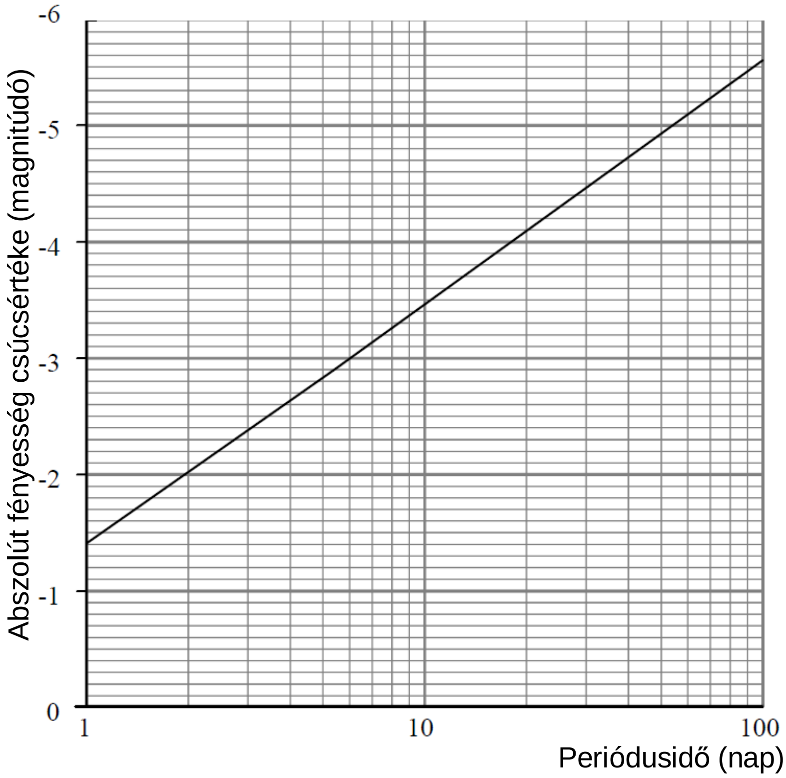
H. Leavitt (1868−1921.)

9.45. Az ábrán a Cepheus csillagkép negyedik legfényesebb csillaga, a δ Cephei látszólagos fényességének időfüggése látható.



Róla kapta nevét a változócsillagok egy fajtája, amely fontos gyakorlati jelentőséggel bír: Összefüggés állapítható meg e csillagok fényességváltozásának periódusideje, valamint a csillag (maximális) luminozitása (avagy abszolút fényességének minimális magnitúdó-értéke) között. Ezáltal a periódus méréséből az abszolút fényességre, majd a látszólagos fényességgel összevetve a távolságra lehet következtetni.

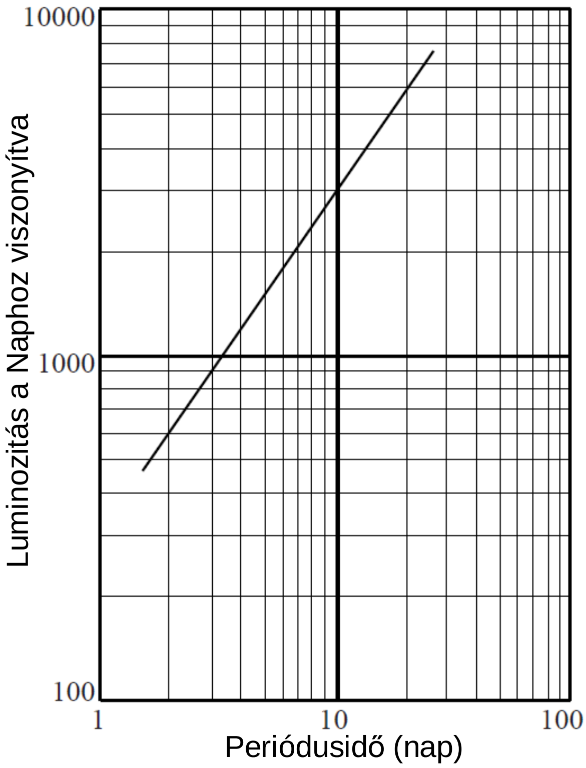
A δ Cephei típusú változócsillagok periódusa és abszolút fényessége közötti összefüggés (periódus-fényesség reláció) a következő:



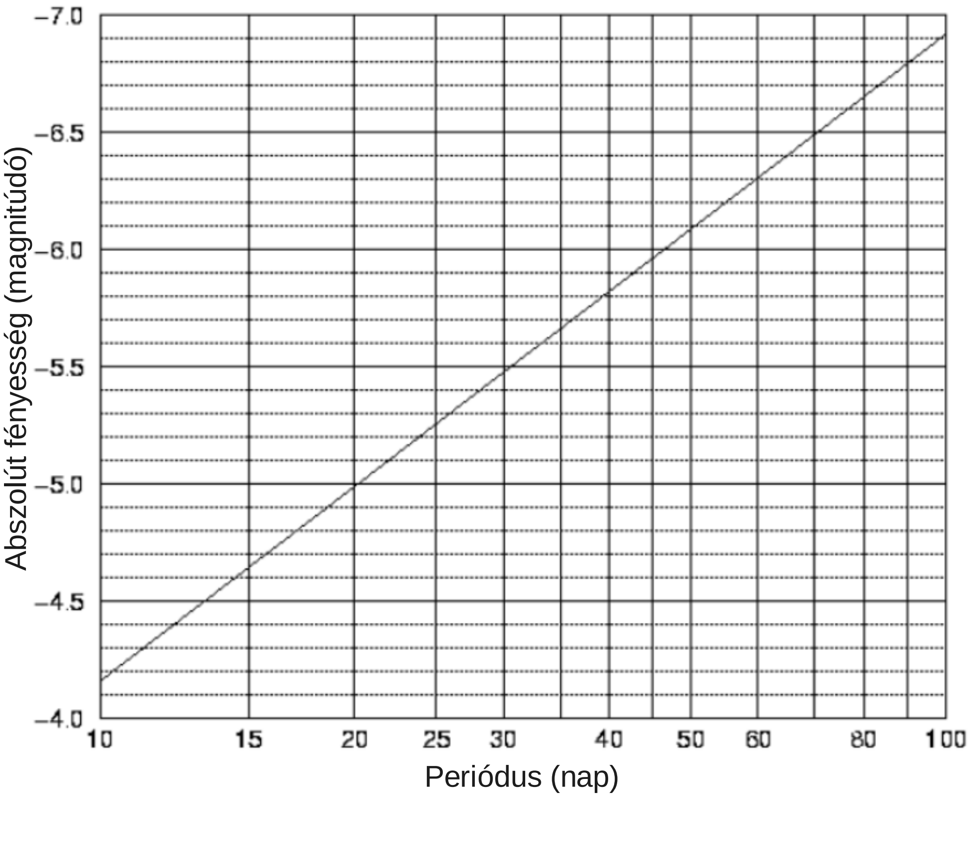
(a) Mennyi a δ-Cephei abszolút fényessége felfényléskor?

(b) Hány fényév a δ Cephei távolsága?

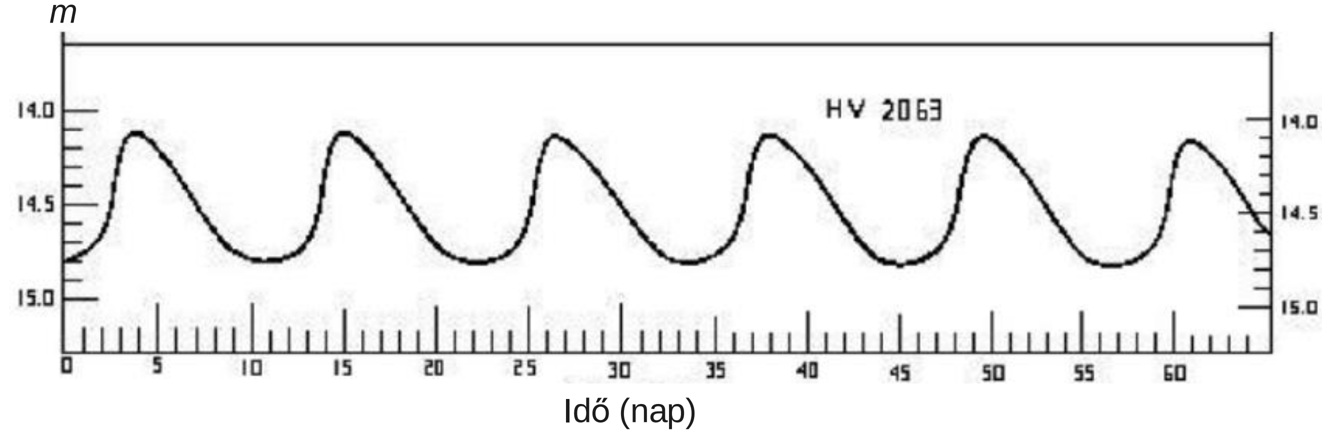
9.46. Az Ikrek csillagképben levő ζ Geminorum csillag cefeida típusú változó. Fényessége kb. 10 napos periódussal ingadozik. Amikor a legfényesebb, fényének intenzitása $7{,}2\cdot10^{-10}$ W/m^2. Az alábbi ábra a periódus és luminozitás összefüggését mutatja Nap-luminozitás egységben kifejezve.
Mekkora a ζ Geminorum távolsága?



9.47 (*Diákolimpiai szakköri feladat*)
A első ábra a klasszikus cefeidákra érvényes periódus–fényesség relációt mutatja. A grafikon nem a maximális, hanem az átlagos fényességet mutatja.



A második ábra egy másik galaxisban észlelt cefeida fénygörbéje (látszó fényesség az idő függvényében).



(a) A két ábra felhasználásával becsüld meg a galaxis távolságát.

(b) A csillagközi anyagon áthaladva a fény intenzitása csökken. Ismételd meg a becslést azt feltételezve, hogy a cefeida irányában ez 0,25 magnitúdónyi fényességgyengülést eredményez.

9.48 (*Diákolimpiai szakköri feladat*)

A Hubble-űrtávcső mérései alapján a T(nap) periódusú cefeida változócsillag abszolút fényessége

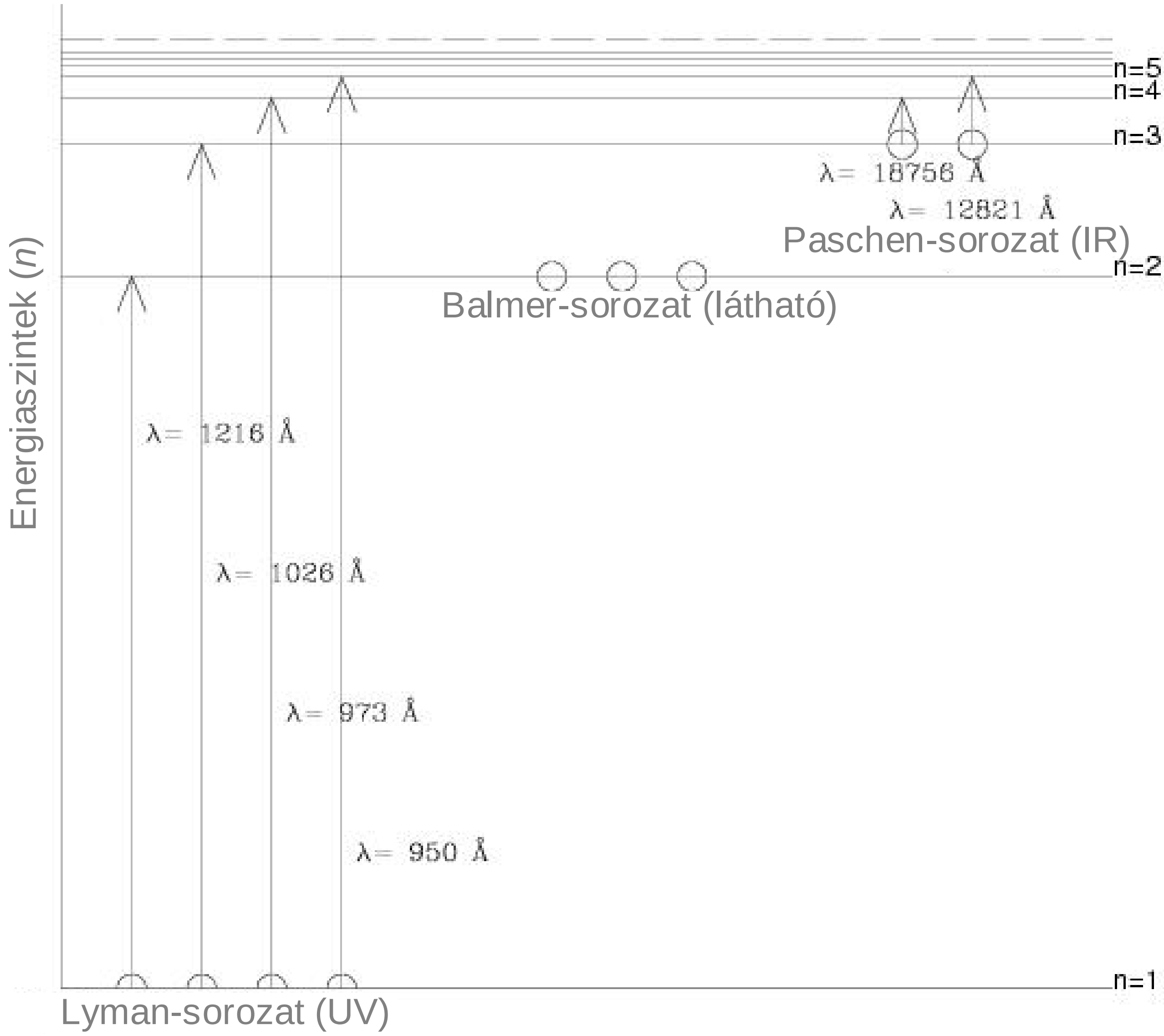
$$M = -2{,}43 \lg T - 1{,}62\,.$$

Egy távoli galaxisban észlelt cefeida periódusideje 1,91 nap, látszó fényessége 28,7magnitúdó. Mekkora a távolsága?

9 A csillagok sugárzása

SPEKTRUMVONALAK

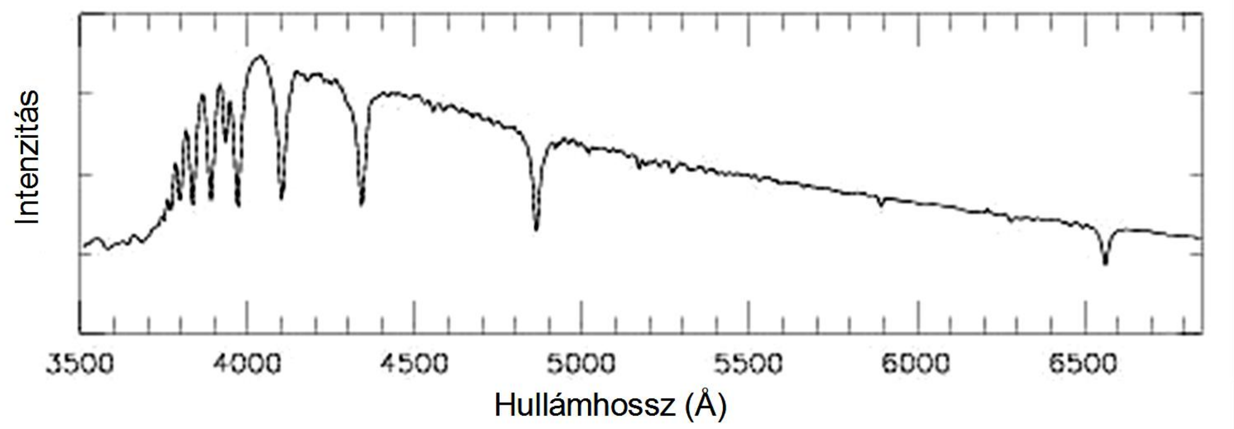
9.49 Az ábrán a hidrogénatom energiaszintjei láthatók. A nyilakkal jelzett elektronátmenetek a hidrogénatom abszorpciós színképének felelnek meg: az n = 1 szintről (Lyman-sorozat), illetve az n = 3 szintről (Paschen-sorozat) magasabb energiaszintekre való energiaátmeneteket mutatják. Az n = 2 szintről induló Balmer-sorozatban optikai hullámhosszúságú vonalak is vannak: 6563, 4861 és 4340 Ångström. (Azaz 656,3 nm, 486,1 nm és 434,0 nm.) Rajzold be az ábrába az ezeknek az abszorpciós vonalaknak megfelelő elektronátmeneteket, A vonalak megjelölése ebben a sorrendben H_α, H_β, H_γ.



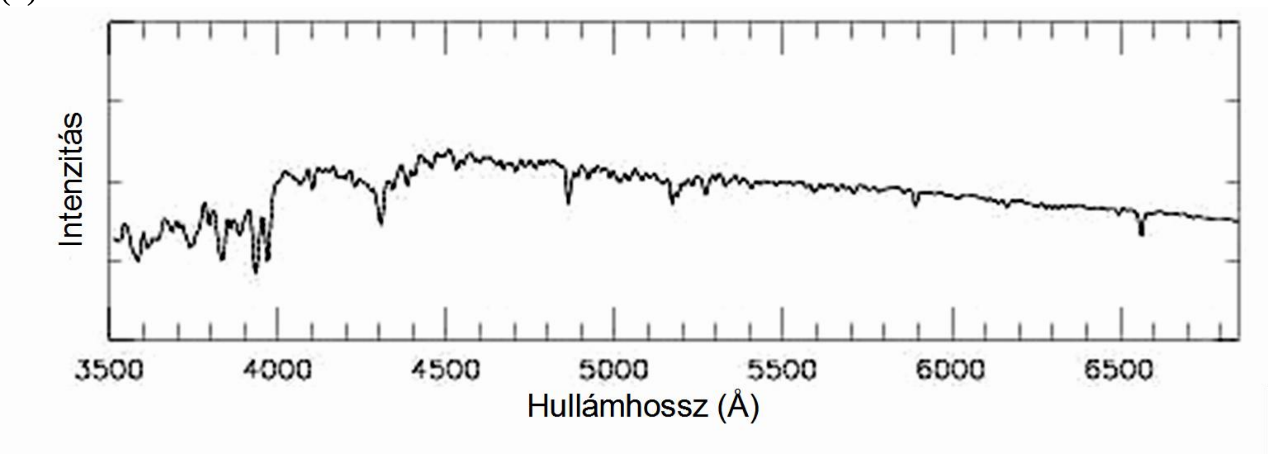
http://cas.sdss.org/dr7/en/proj/advanced/spectraltypes/

9.50 A hidrogén színképében levő 6563, 4861 és 4340 Ångström (Azaz 656,3 nm, 486,1 nm és 434,0 nm) hullámhosszúságú, a látható tartományba tartozó színképvonalakat ebben a sorrendben a H_α, H_β, H_γ szimbólumokkal jelölik. Az alábbi diagramokon jelöld meg a H_α, H_β, H_γ abszorpciós vonalakat.

(a)



(b)



http://cas.sdss.org/dr7/en/proj/advanced/spectraltypes/

9.51 (*Középszintű érettségi, 2015. május*)

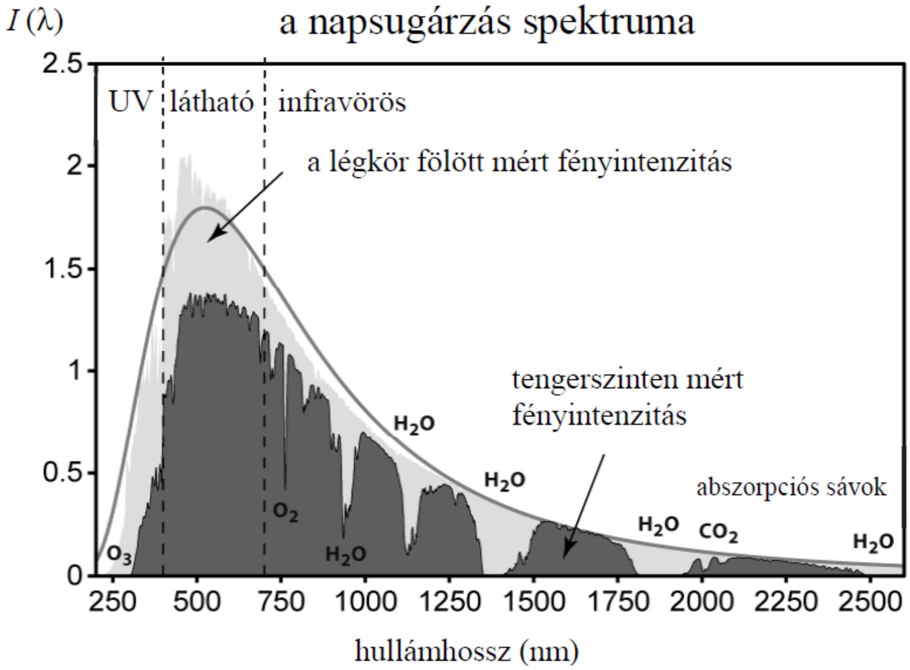
A mellékelt grafikon a Nap sugárzási spektrumát ábrázolja. A vízszintes tengelyen a sugárzás hullámhossza látható, a függőleges tengelyen feltüntetett $I(\lambda)$ mennyiség pedig azt írja le, hogy a sugárzásra merőleges, 1 m^2-nyi felületre másodpercenként mekkora energiát szállít a sugárzás [λ, (λ+1) nm] hullámhossztartományba eső összetevője. A világosabb rész a légkör felett, az űr határán mért adatokat, a sötétebb pedig a Föld felszínén, napos időben mért adatokat ábrázolja.

(A vékony sötétszürke vonallal jelölt görbe a Planck-féle sugárzási törvény által jósolt elméleti várakozást mutatja.) Az ábráról leolvasható például, hogy a légkör felső határán az 1 m^2-nyi felületre beérkező sugárzás 500 nm és 501 nm hullámhosszak közé eső összetevője közelítőleg 2 W teljesítményt szállít.

Az alábbi táblázat a nevezetes elektromágneses sugárzástípusokhoz tartozó frekvenciatartományokat mutatja. Az ábra és a táblázat segítségével válaszoljon az alábbi kérdésekre!

Sugárzástípus:	**Frekvenciatartomány:**
Távoli infravörös	300 GHz–3 THz
Infravörös	3 THz–30 THz
Közeli infravörös	30 THz–0,4 PHz
Látható fény	0,4 PHz–0,8 PHz
Ultraibolya	0,8 PHz–3 PHz

(a) A sugárzás Föld felszínén mért erőssége minden hullámhossz esetén kisebb, mint a légkör tetején mért érték. Miért van ez?



(b) Hogyan lehet, hogy bizonyos hullámhossztartományokban a napsugárzásnak csupán töredéke éri el a Föld felszínét, míg más tartományokban sokkal kisebb a csökkenés? Milyen anyagok felelősek ezért a grafikon szerint?

(c) Körülbelül milyen frekvenciájú sugárzást nyel el jól a szén-dioxid molekula? Melyik nevezetes frekvenciatartományba esik ez a sugárzás?

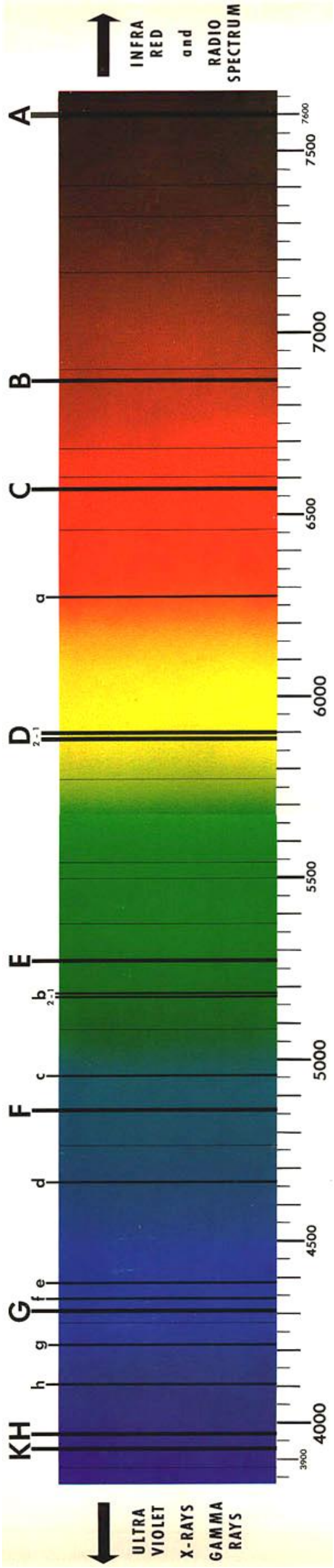
(d) Körülbelül milyen frekvenciájú sugárzástól védi meg a földfelszínt az ózonmolekula (O_3)? Melyik nevezetes frekvenciatartományba esik ez a sugárzás?

9.52 A következő oldal képén a napfény abszorpciós spektrumának egy részlete látható. A számok az angströmben mért hullámhosszakat jelölik. A táblázat néhány ismert spektrumvonal eredetét és nanométerben kifejezett hullámhosszát adja meg.

(a) Az elemek neve után a római számok azt fejezik ki, hogy semleges (I) vagy ionizált (II) atom abszorpciós vonaláról van szó. A hidrogén esetében miért nincs ilyen (I és II) megkülönböztetés?

(b) Azonosítsd a nagybetűkkel jelzett spektrumvonalakat:
Milyen elemtől származik, semleges vagy ionizált, és mennyi a hullámhossza egész angströmre kerekítve? (Két vonal nem szerepel a túloldali táblázatban. Ezek valójában nem a Naptól származnak, hanem a föld légkörének oxigénjétől.)

Spektrumvonal		
Betűjel	**Hullámhossz (Å)**	**Eredet**
A		
B		
C		
D_1		
D_2		
E		
F		
H		
K		



kép: wikipedia

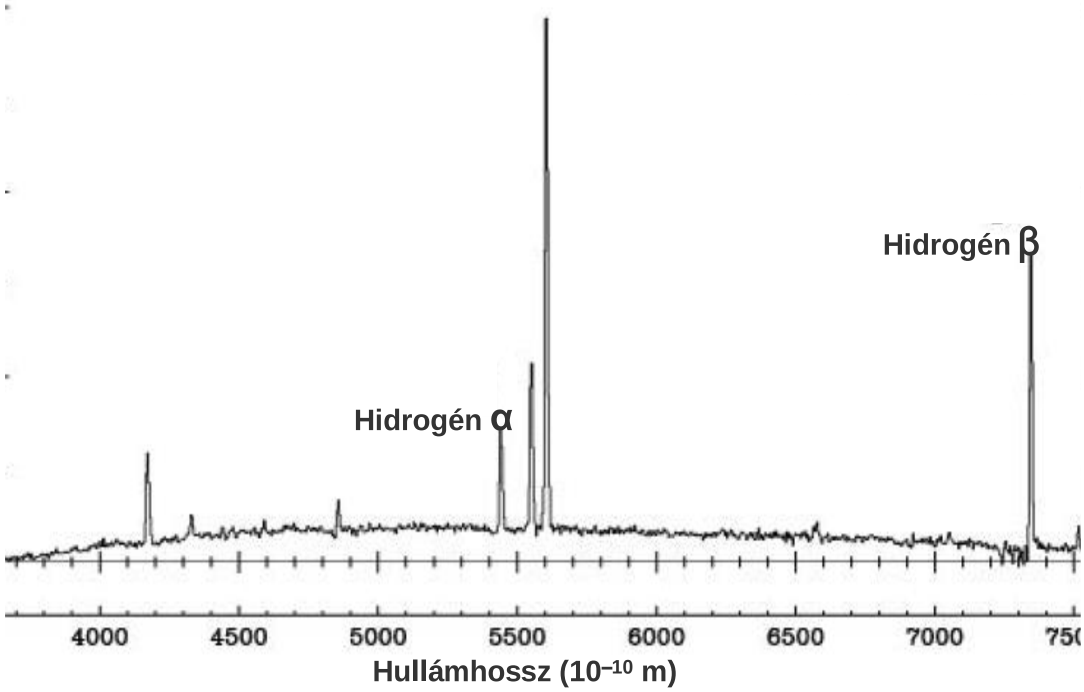
λ (nm)	Elem
393,3682	Ca II
394,4016	Al I
396,1535	Al I
396,8492	Ca II
404,5825	Fe I
406,3605	Fe I
407,1749	Fe I
407,7724	Sr II
410,1748	**H**
413,2067	Fe I
414,3878	Fe I
416,7277	Mg I
420,2040	Fe I
422,6740	Ca I
423,5949	Fe I
425,0130	Fe I
425,0797	Fe I
425,4346	Cr I
426,0486	Fe I
427,1774	Fe I
432,5775	Fe I
434,0475	**H**
438,3557	Fe I
440,4761	Fe I
441,5135	Fe I
452,8627	Fe I
455,4036	Ba II
470,3003	Mg I
486,1342	**H**
489,1502	Fe I
492,0514	Fe I
495,7613	Fe I
516,7327	Mg I
517,2698	Mg I
518,3619	Mg I
525,0216	Fe I
526,9550	Fe I
532,8051	Fe I
552,8418	Mg I
588,9973	Na I (D_2)
589,5940	Na I (D_1)
610,2727	Ca I
612,2226	Ca I
616,2180	Ca O
630,2499	Fe I
656,2808	**H**

9 A csillagok sugárzása

DOPPLER-EFFEKTUS

9.53 A hidrogén H_α, illetve H_β vonalainak hullámhossza laboratóriumban megmérve 6563, illetve 4860 angström. Az ábrán a Mikroszkóp csillagkép irányában levő, Q2125-431 jejű Seyfert-galaxis színképének kis részlete látható, amelyben a csillagászok megfigyelték ugyanezt a két spektrumvonalat.
(a) Mekkorák a megfigyelt hullámhosszak?

(b) Mekkora sebességeknek felal meg a két vonal eltolódása? Közeledik vagy távolodik?
Információ leolvasása grafikonról.



http://spacemath.gsfc.nasa.gov

9.54 Laboratóriumi mérés szerint a hidrogén egyik spektrumvonalának hullámhossza 656,285 nm. Ugyanezt a vonal a Vega (α Lyrae) spektrumában 656,255 nm. Hány km/s sebességgel mozog a Vega a Földhöz képest? Közeledik vagy távolodik?

9.55 A közeli NGC 221 galaxisból érkező fény Doppler-eltolódását főként a Napnak a Tejútrenszer középpontja körüli keringése okozza. A kálcium 3968,5 Å hullámhosszú spektrumvonalát a galaxis színképében 3965,8 Å hullámhosszon észleljük. Mekkora az NGC 221 radiális sebessége hozzánk képest? Közeledünk hozzá vagy távolodunk tőle?

9.56 Egy Naphoz hasonló, a Föld pályasíkjában található csillag spektrumában mekkora hullámhossz-eltolódást okoz a Föld Nap körüli keringése?

9.57 A PHL 1127 jelű kvazár spektrumában a hidrogén Lyman-alfa vonalát a laboratóriumi forrással mért 121,6 nm helyett 364,8 nm hullámhosszon találjuk. Számítsuk ki a kvazár távolodási sebességét a klasszikus $v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c$ képlettel. Mi a probléma az eredménnyel?

9.58 A csillagok forgása miatt a színképvonalak kiszélesednek. Egy csillag színképében 4101,74 Å hullámhosszúságú sugárzás hullámhossza 4101,71 Å-re csökken, ha a csillag közeledő pereméről, és 4101,77 Å-re nő, ha a távolodó peremről érkezik a műszereinkbe.
(a) Mennyi a csillag forgási szögsebessége, ha a sugara $7{,}0 \cdot 10^{8}$ m, és feltételezzük, hogy forgástengelye a látóvonalunkra merőleges.

(b) Milyen következtetést vonhatunk le a csillag mozgásáról, ha a 4101,74 Å hullámhosszúságú vonalat a 4103,76 Å és 4103,82 Å közötti tartományra kiszélesedve észleljük?

9 A csillagok sugárzása
AZ UNIVERZUM TÁGULÁSA

9.59 Edwin Hubble 1929-ben cefeida változócsillagokat keresett viszonylag közeli galaxisokban, és segítségükkel meghatározta 24 galaxis távolságát. A galaxisok látóirányú sebességét is meg lehetett mérni a spektrumvonalak Doppler-eltolódásából. Hubble mérési eredményeit mutatja az alábbi táblázat.
(a) Ábrázold a sebességet a távolság függvényében. Hubble eredeti adatai alapján mennyi a Hubble-állandó értéke, és hány éve volt az Ősrobbanás?

Megjegyzés:
Néhány évtizeddel később a földi kőzetek radioaktív kormeghatározása alapján bebizonyosodott, hogy a Föld ennél idősebb, az Univerzum életkora nem lehet ennyi.

(b) Hubble idején még gyerekcipőben járt a cefeida változócsillagokkal való távolságmeghatározás módszere. Később kiderült, hogy míg a sebességmérések viszonylag pontosaknak bizonyultak, a távolságokat Hubble sokszorosan alulbecsülte. A távolságok átlagosan körülbelül nyolcszor akkorák, mint amennyinek Hubble gondolta, de van, amelyik távolság valóságos értéke majdnem tizenötször annyi.
Ha a helyes távolságértékeket használjuk, milyen irányban módosul a Hubble-állandó, illetve a Világegyetem életkorának becsült értéke?

Galaxis	**Csillagkép**	**Távolság (Mpc)**	**Sebesség (km/s)**
Kis Magellán felhő	Tukán	0,032	170
Nagy Magellán felhő	Aranyhal	0,034	290
NGC. 6822	Nyilas	0,214	-130
NGC. 598 / M33 / Triangulum	Triangulum	0,263	-70
NGC. 221 / M32	Androméda	0,275	-185
NGC. 224 / M31 / Androméda	Androméda	0,275	-220
NGC. 5457 / M101 / Szélkerék	Nagy Medve	0,45	200
NGC. 4736 / M94 / Krokodilszem	Vadászebek	0,5	290
NGC. 5194 / M51 / Örvény	Vadászebek	0,5	270
NGC. 4449	Vadászebek	0,63	200
NGC. 4214	Vadászebek	0,8	300
NGC. 3031 / M81 / Bode-galaxis	Nagy Medve	0,9	-30
NGC. 3627 / M66 / Leó trió	Oroszlán	0,9	650
NGC. 4826 / M64 / Feketeszem	Bereniké Haja	0,9	150
NGC. 5236 / M83 / Déli szélkerék	Vízikígyó	0,9	500
NGC. 1068 /M77 / Cet A	Cet	1	920
NGC. 5055 / M63 / Napraforgó	Vadászebek	1,1	450
NGC. 7331	Pegazus	1,1	500
NGC. 4258 / M106	Vadászebek	1,4	500
NGC. 4151	Vadászebek	1,7	960
NGC. 4382 / M85	Bereniké Haja	2	500
NGC. 4472 / M49	Szűz	2	850
NGC. 4486 / M87 / Virgo A	Szűz	2	800
NGC. 4649 / M60	Szűz	2	1090

9.60 A táblázat a kálcium 3968,5 Å hullámhosszú spektrumvonalának észlelt hullámhosszát mutatja néhány galaxis színképében.

A galaxishalmaz, amelyben a galaxis található	Hullámhossz (Å)	Távolság (millió fényév)
Virgo	3984	78
Ursa Maior	4167	980
Corona Borealis	4254	1400
Boötes	4485	2500
Hydra	4776	4000

(a) Számítsd ki az egyes galaxisok távolodási sebességét, és ábrázold a távolság függvényében.

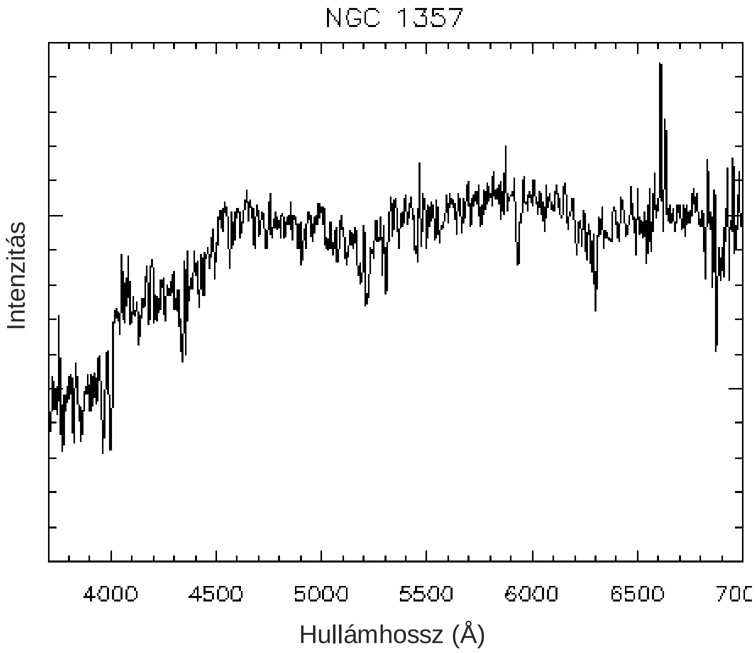
(b) Határozd meg a grafikonból a Hubble-állandó értékét.

(c) Mikor volt az összes galaxis nulla távolságra a mi galaxisunktól?

9.61 (a) Az M58 jelű galaxis spektrumában az ionizált magnézium színképvonala 2813,3 angströmnél látható. Ugyanennek a vonalnak laboratóriumi hullámhossza 2799,1 angström. Mekkora a galaxis látóirányú sebessége?

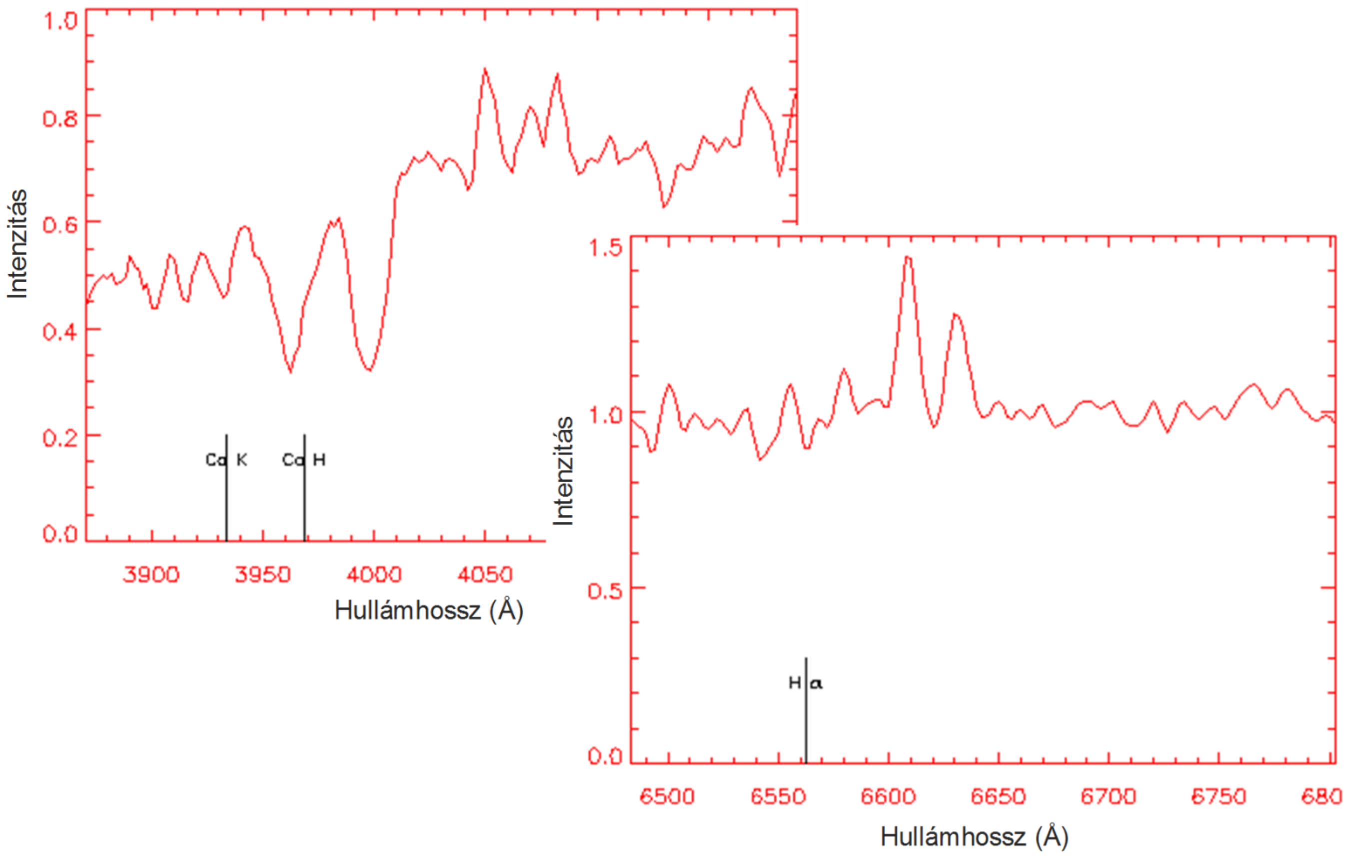
(b) Becsüld meg az M58 távolságát.

9.62 Az ábrán az NGC 1357 jelű galaxis spektruma látható.



http://depts.washington.edu/astroed/HubbleLaw/galaxies.html

Ugyanennek a spektrumnak két kisebb részletét mutatja a következő két ábra. Az elsőn beazonosítható a kálcium két elnyelési vonala. Az úgynevezett kálcium-K vonal hullámhossza laboratóriumi forrással mérve 3934 Å, a kálcium-H vonalé pedig 3969 Å, ezek helye az ábra alján meg van jelölve. A távolodás miatt fellépő Doppler-effektus miatt a vonalakat eltolódva észleljük. Ugyanígy eltolódik a hidrogénnek a második ábrán megfigyelhető, 6563 Å hullámhosszúságú H_α emissziós vonala. Olvasd le az ábrákról a három vonalnak a galaxis színképében mért hullámhosszát, és határozd meg az adatokból a galaxis távolságát, ha a Hubble-állandó értéke 71 km s^{-1}/Mpc.



9.63 Az Univerzum örökké tágulni fog, ha bármely test gyorsabban mozog, mint az őt visszatartó tömegnek megfelelő szökési sebesség.

(a) Legyen egy galaxis R távolságra egy kiválasztott ponttól. Mekkora a távolodásának sebessége, ha a Hubble-állandó értéke H?

(b) Mekkora az R sugarú gömbön belül lévő tömeg, ha ρ az Univerzum átlagsűrűsége?

(c) Mekkora az R sugarú gömb felületén a szökési sebesség?

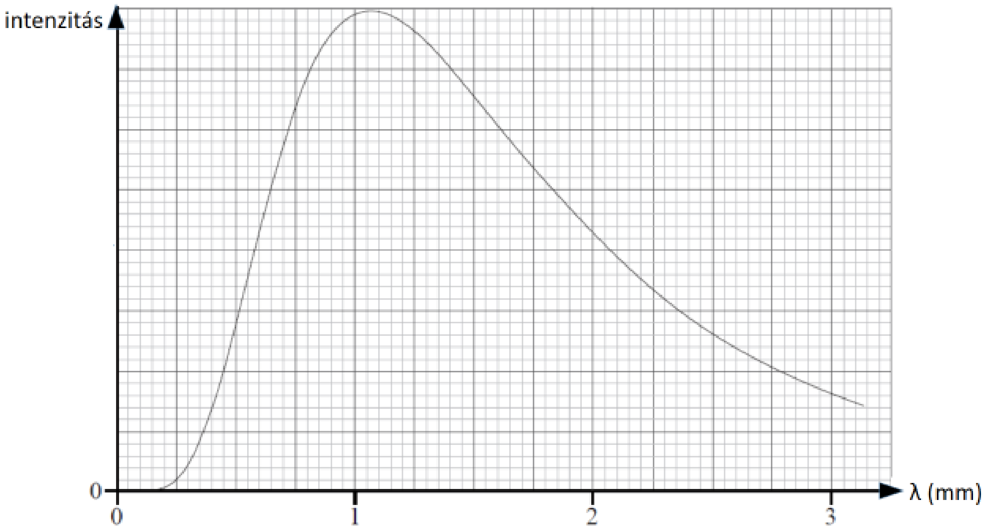
(d) Mekkora az a kritikus átlagsűrűség, amely mellett a távolodó galaxis megszökhet?

(e) Mennyi a kritikus sűrűség értéke, ha a Hubble-állandó értéke 71 kms^{-1}/Mpc?

(f) Ez a sűrűség köbméterenként hány hidrogénatom tömegének felel meg?

(g) Ha az Univerzumban (a sötét anyaggal együtt) köbméterenként kb. 2 hidrogénatomnak megfelelő tömeg található, megállíthatja-e ez a tömeg a tágulást?

9.64 A grafikonon a kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás spektruma látható. A görbe alakja feketetest-eloszlásra enged következtetni, amelyre alkalmazható a Wien-féle eltolódási törvény. Mekkora hőmérsékletű feketetest-eloszlásnak felel meg a grafikon?



9 A csillagok sugárzása

FELELETVÁLASZTÁSOS FELADATOK

1. Abszolút fekete testnek olyan testet nevezünk, amely
A. legalább 50%-osan elnyeli a rá eső sugárzást.
B. 100%-osan elnyeli a rá eső sugárzást.
C. nem tartalmaz anyagot, vagyis maga a vákuum.
D. szingularitássá görbíti a téridőt.

2. A Nap felszíni hőmérséklete meghatározható, ha megmérjük, hogy a Nap által kibocsátott feketetest-spektrumban
A. melyik a legnagyobb hullámhossz.
B. melyik a legkisebb hullámhossz.
C. melyik hullámhossznál található a maximum.
D. milyen fekete vonalak lesznek, ha a fény áthalad a légkörön.

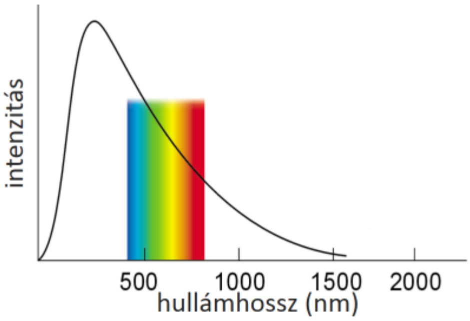
3. A pirosasnak (narancsszínűnek) látott csillagok
A. legmelegebbek
B. leghűvösebbek
C. mérete a legkisebb.
D. sugárzási teljesítménye a legnagyobb

4. Nyári estén sötét szobánk falai, padlója és mennyezete egyaránt 300 K hőmérsékletű. Miért nem vakít el minket a belőlük jövő sugárzás?
A. Mert a szoba falai nem fekete testként viselkednek.
B. Mert 3000 K hőmérséklet alatt a testek nem sugároznak.
C. Mert szemünk nem érzékeli az infravörös sugárzást.
D. Mert szemünk nem érzékeli az ultraibolya sugárzást.

5. Melyik mennyiség határozza meg a csillag színét?
A. a tömege
B. az effektív hőmérséklete
C. a magjának hőmérséklete
D. a luminozitása

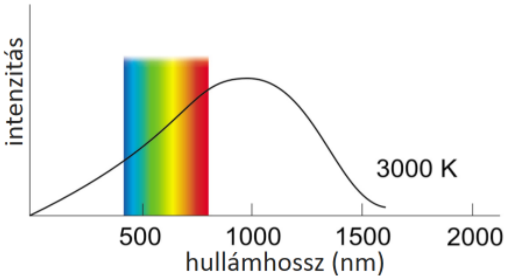
6. A Nap közelítőleg 6000 K hőmérsékleten sugárzó fekete testnek tekinthető. Spektrumában az intenzitásmaximum 500 nm hullámhossznál van. Mekkora a maximális intenzitáshoz tartozó hullámhossz egy 30 000 K hőmérsékletű csillag esetében?
A.100 nm
B. 480 nm
C. 500 nm
D. 2500 nm

7. Az ábrán egy csillag feketetest-spektruma látható. A csillag effektív hőmérséklete



A. magasabb, mint a Napé.
B. alacsonyabb, mint a Napé.
C. körülbellül ugyanakkora, mint a Napé.
D. nem állapítható meg, mert a függőleges tengelyen nincs skála.

8. Az ábrán egy csillag feketetest-spektruma látható. Milyen színűnek látszik a csillag?



A. Kék.
B.Vörös.
C. Fehér, mert az egész látható spektrum benne van.
D. Szabad szemmel nem látható, mert az 1000 nm hullámhosszú sugárzás infravörös.

9. A csillagos égre felnézve látjuk, hogy a csillagok különféle színűek. Mi ennek az oka?
A. Kémiai összetételük különböző.
B. A különféle sebességű mozgásuk miatti Doppler-eltolódás.
C. A fény elnyelődése a csillagközi porban.
D. Más a hőmérsékletük.

10. A Nap luminozitásának meghatározásához ismernünk kell
A. a Föld méretét.
B. a Nap méretét.
C. a Nap tömegét.
D. a Nap–Föld távolságot.

11. Az A és B csillagok luminozitása ugyanannyi, de A 5 fényévnyire van, B pedig 50 fényévnyire. Az A csillagból érkező fény intenzitása hányszorosa a B csillagból érkező fény intenzitásának?
A. 100
B. 10
C. 0,1
D. 0,01

12. Ha a Nap kétszer olyan messze lenne, hányszor akkora lenne a napállandó?
A. Kétszer akkora, mint most.
B. Ugyanannyi lenne.
C. Feleakkora.
D. Negyedakkora.

13. Feltételezve, hogy a csillagok fekete testként sugároznak, melyik két mennyiségből határozható meg a méretük?

A. luminozitás és effektív hőmérséklet
B. luminozitás és távolság
C. luminozitás és látszólagos fényesség (intenzitás)
D. luminozitás és tömeg

14. Ha a csillagok tökéletes fekete testek, akkor a felületegységenként kisugárzott teljesítmény

A. ugyanolyan összetételű csillagok esetén egyenlő.
B. ugyanakkora méretű csillagok esetén egyenlő.
C. ugyanolyan sebességgel haladó csillagok esetén egyenlő.
D. ugyanolyan hőmérsékletű csillagok esetén egyenlő.

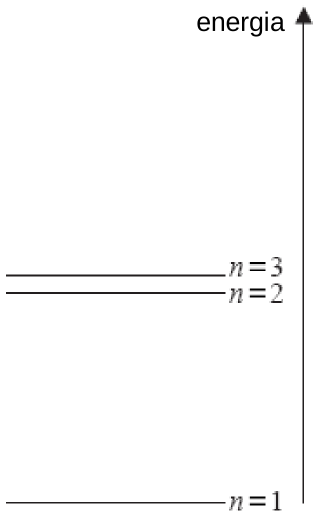
15. Az abszolút fényeségek skáláján a nagyobb magnitúdónak

A. nagyobb luminozitás felel meg.
B. kisebb luminozitás felel meg.
C. nagyobb hullámhossz felel meg.
D. kisebb hullámhossz felel meg.

16. Melyik támasztja alá az atomi energiaszintek létezését?

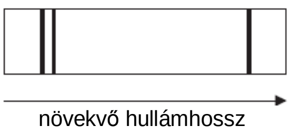
A. az α-szórási kísérletek
B. a vonalas spektrumok
C. az izotópok létezése
D. a β-bomlás

17. Az ábrán egy elem atomjának három legalacsonyabb energiaszintje látható.

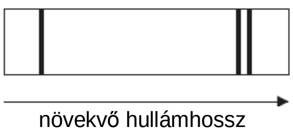


Az alábbiak közül melyik ábra mutatja helyesen az ezen energiaszintek közötti átmeneteknek megfelelő spektrumvonalakat?

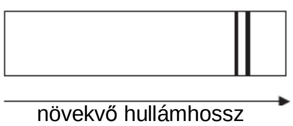
A.



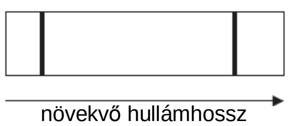
B.



C.



D.



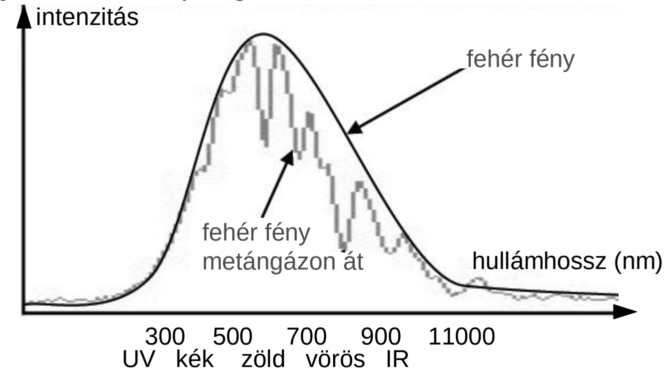
18. A Nap spektrumában a kálcium elnyelési vonalai jobban látszanak, mint a hidrogén Balmer-féle elnyelési vonalai. Mi ennek az oka?

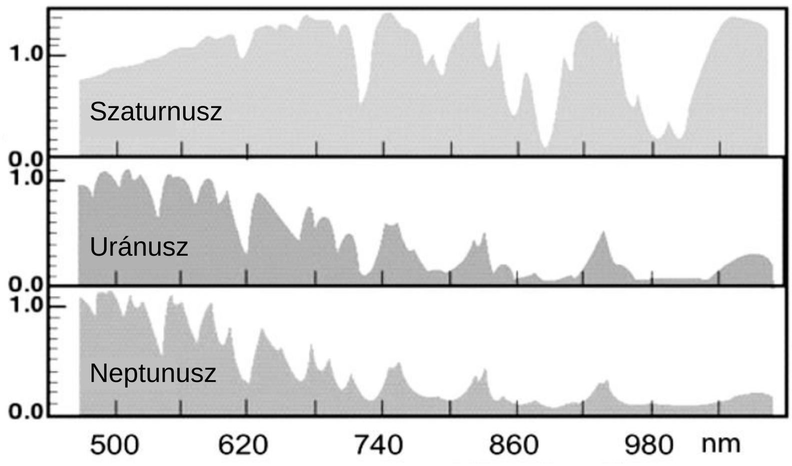
A. A Nap légkörében több kálcium van, mint hidrogén.
B. A hidrogén már héliummá alakult.
C. A Nap légkörében a hidrogén túlnyomó része alapállapotban van.
D. A Nap légkörében a hidrogén túlnyomó része ionizált állapotban van.

19. Ha egy csillag által kibocsátott fényt egy egy hideg gázfelhőn keresztül látjuk,

A. a csillag spektruma változatlan, mert a gáz hideg.
B. csak néhány meghatározott hullámhossz fog hiányozni a csillag spektrumából.
C. a teljes spektrum intenzitása lecsökken.
D. fényes vonalak jelennek meg, mert a gázfelhő atomjainak sugárzása hozzáadódik a spektrumhoz.

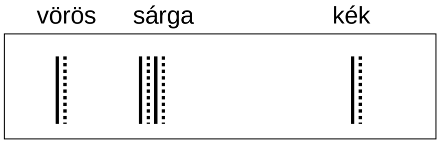
20. Az első ábrán a metán elnyelési színképe látható. A második ábra azt mutatja, milyen arányban verődik vissza az egyes bolygókról az adott hullámhosszúságú sugárzás. Melyik bolygó(k) légkörében lehet jelentős mennyiségű metán?





A. csak a Szaturnusz légkörében
B. csak az Uránusz és a Neptunusz légkörében
C. csak a Szaturnusz és a Neptunusz légkörében
D. mind a három bolygó légkörében

21. A rajzon ugyanannak a kémiai elemnek két spektruma látható. A folytonos vonalak a laboratóriumi forrással kapott spektrumvonalaknak, a szaggatott vonalak pedig egy csillag spektrumában azonosított vonalaknak felelnek meg. Mit mondhatunk ez alapján a csillagról?



A. Közeledik a Földhöz.
C. Forog a tengelye körül.
B. Távolodik a Földtől.
D. Pulzál.

22. A Föld kb. 30 km/s sebességgel kering a Nap körül. A keringés miatt körülbelül mennyivel tolódik el a hidrogén 656,3 nm hullámhosszúságú spektrumvonala egy földpálya síkjában levő csillag spektrumában?
A. 1,2 nm
B. 0,12 nm
C. 0.6 nm
D. 0,06 nm

23. Egy kettőscsillag-rendszer keringési síkja a látóirányunkba esik (vagyis éléről látunk rá). Egyszerre vizsgáljuk a két csillag spektrumát. Amikor a spektrumban a legnagyobb vöröseltolódású vonalat találjuk,
A. a kisebb tömegű csillag a látóirányunkra merőlegesen mozog.
B. a nagyobb tömegű csillag a látóirányunkra merőlegesen mozog.
C. a kisebb tömegű csillag tőlünk távolodik.
D. a kisebb tömegű csillag hozzánk közeledik.

24. Mit igazol a galaxisok színképének vöröseltolódása?
A. az Univerzum tágulását
B. a Tejút forgását
C. a Nap gravitációs hatását
D. a Föld légkörének létezését

25. A távoli galaxisok vöröseltolódása azt mutatja, hogy
A. az Univerzum folyamatosan hűl.
B. a galaxisok egyre nagyobbak lesznek.
C. az Univerzum tágul.
D. a galaxisok tőlünk távoldva mozognak a térben.

26. Ki fedezte fel, hogy a galaxisok távolodnak egymástól?
A. Einstein
B. Lemaitre
C. Hubble
D. Penzias és Wilson

27. Ki javasolta az Ősrobbanás elméletét?
A. Einstein
B. Lemaître
C. Hubble
D. Penzias és Wilson

28. Honnan van fogalmunk arról, milyen volt a Világegyetem állapota milliárd évekkel ezelőtt?
A. A Földön található évmilliárdos kőzetek izotóptartalma árulkodik erről.
B. A közeli, ezért jól megfigyelhető csillagok fizikai állapotáról szerzett ismereteink alapján következtetünk arra, hogy milyen volt egykor a Világegyetem.
C. A nagyon távoli galaxisokat vizsgáljuk, mert azok a Világegyetem nagyon régi állapotát mutatják.

29. Miből gondoljuk, hogy az Univerzum Ősrobbanásban keletkezett?

A. Mert a galaxisok úgy távolodnak egymástól folyamatosan, mintha egyszer régen egy pontból indultak volna.

B. Mert a Földet még ma is számos apró kődarab, meteorit bombázza, amelyek valószínűleg egy hatalmas ősi robbanás „szilánkjai”.

C. Mert a csillagok az egész Univerzumban annyira hasonlóak, mintha egy helyen keletkeztek volna, és keletkezésük után szóródtak volna szét.

30. Jelenlegi tudományos ismereteink szerint körülbelül milyen idős a Világegyetem?

A. Körülbelül 150 millió éves.

B. Körülbelül 15 milliárd éves.

C. A Világegyetem végtelen sok ideje létezik.

31. Melyik szolgáltat közvetlen bizonyítékot az Univerzum tágulására?

A. A galaxisok spektrumának vöröseltolódása.

B. A kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás.

C. A galaxisok halmazokba rendeződése.

D. Az éjszakai égbolt sötétsége.

32. Melyik jelenség az Ősrobbanás egyik bizonyítéka?

A. szupernova robbanás

B. fekete lyukak létezése

C. kozmikus háttérsugárzás

D. a galaxisok forgása

33. Mára körülbelül hány fokra hűlt le a Világegyetem?

A. 2,7 K

B. 27 K

C 270 K

D. 2700 K

34. A Föld kb. 30 km/s sebességgel kering a Nap körül. A Föld mozgásának irányába tekintve az onnan érkező 3K hőmérsékletű kozmikus mikrohullámú sugárzás hőmérséklete

A. 0,0003 K-nel alacsonyabb.

B. 0,0003 K-nel magasabb.

C. 0,0001 K-nel magasabb.

D. nem változik, hiszen a sugárzás mindenhonnan egyformán jön.

Megoldások 9

9.1 (a) A grafikon: pontok és a helyesen illesztett görbe:

(b) A Napnak megfelelő pontot a vízszintes tengely mentén a megadott $\lambda_{max} = 5 \cdot 10^{-7}$ m pozícióban kell elhelyezni, úgy, hogy a már ábrázolt adatpontok alapján berajzolt hiperbolára essen.
A Nap felszíni hőmérsékletére a grafikon alapján 5400 K, illetve 6400 K között bármely értéket elfogadtak.

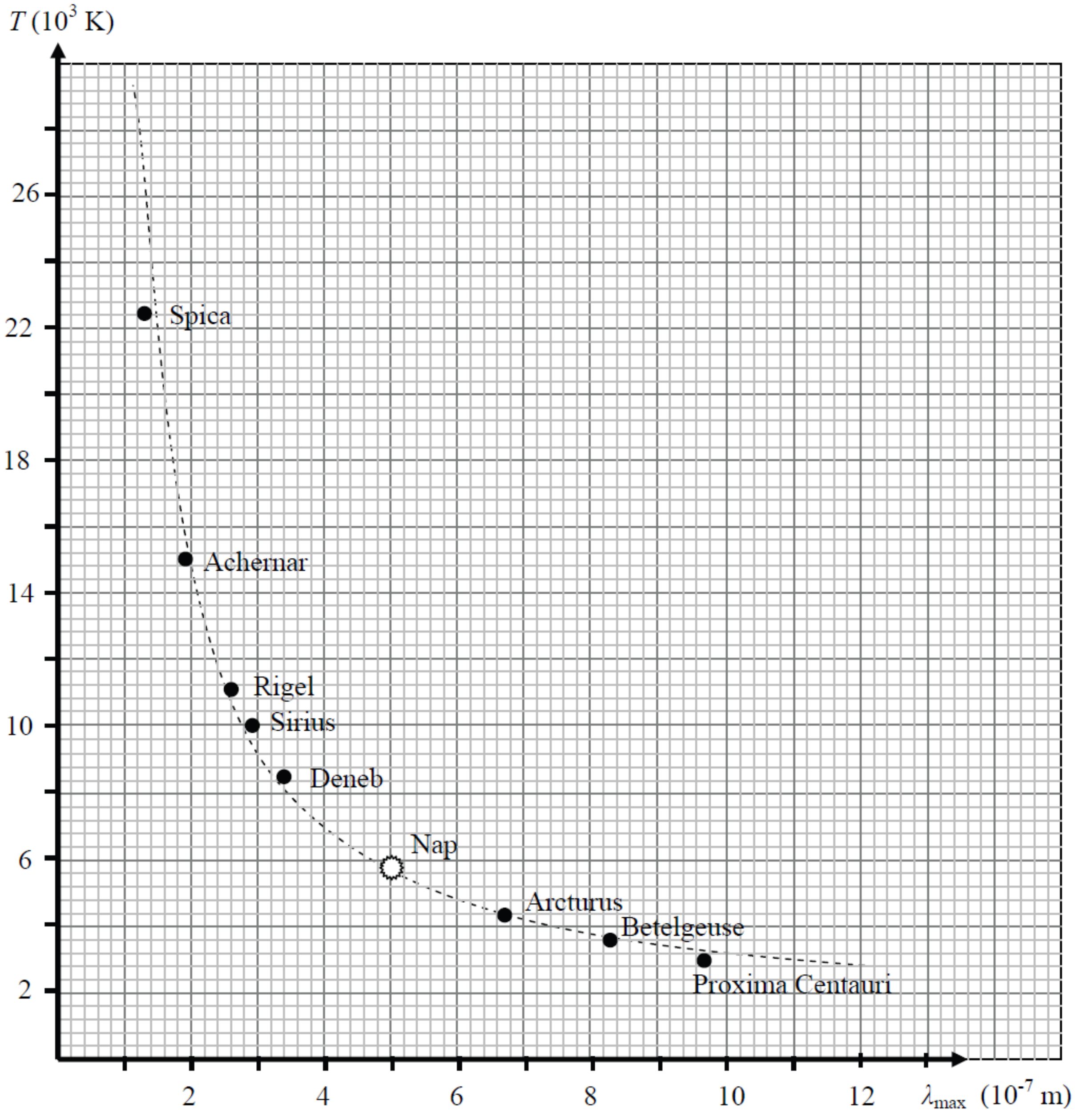
(c) Azon csillagok, amelyeknél a sugárzás intenzitásának maximuma az ultraibolya tartományba esik:

Sirius, Rigel, Spica, Achernar, Deneb.

(d) Azon csillagok felsorolása, amelyeket vörösnek látunk:

Arcturus, Betelgeuse, Proxima Centauri.

Azt a csillagot is vörösnek látjuk, melynek sugárzási maximuma az infravörös tartományba esik.



9.2 A görbe maximuma kb. 1,05 mm-nél van.

$$T = \frac{2{,}9 \cdot 10^{-3}}{1{,}05 \cdot 10^{-3}} = 2{,}7\,\mathrm{K}$$

9.3 5,94 fényév = $5{,}94 \cdot 6{,}32 \cdot 10^4$ CSE = $3{,}76 \cdot 10^4$ CSE

$$\frac{L}{L_{Nap}} = \frac{d^2 \cdot I}{d^2_{Nap} \cdot I_{Nap}} =$$

$$= \frac{(3{,}76 \cdot 10^4)^2 \cdot 2{,}6 \cdot 10^{-14}}{1^2} = 3{,}68 \cdot 10^{-5}$$

-szerese a Napénak.
(vagyis a Nap luminozitása 27 000-szer nagyobb).

9.4 (a) $T = \dfrac{2{,}9 \cdot 10^{-3}}{0{,}97 \cdot 10^{-6}} = 2990 \approx 3000\,\mathrm{K}$

(b) $$\frac{d^2}{d^2_{Nap}} = \frac{L}{L_{Nap}} \cdot \frac{I_{Nap}}{I}$$

$$d^2 = 4{,}10 \cdot 10^4 \cdot \frac{1{,}37 \cdot 10^3 \cdot 1^2}{2{,}10 \cdot 10^{-8}}$$

$$d = 5{,}17 \cdot 10^7 \text{ CSE}$$

9.5 (a) $\dfrac{1}{2 \cdot 10^{-5}} = 50000\,\mathrm{pc} = 50\,\mathrm{kpc}$,
de ezen a távolságon már a hiba olyan nagyságrendű, mint a mérsi eredmény maga.

(b) Tekintsük a távoli csillagot a Naphoz hasonlónak, ekkor luminozitása $4 \cdot 10^{26}$ W, intenzitásmaximuma 500 nm hullámhossznál van, ebből számoljuk egy foton energiáját:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{-7}} = 4 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$$

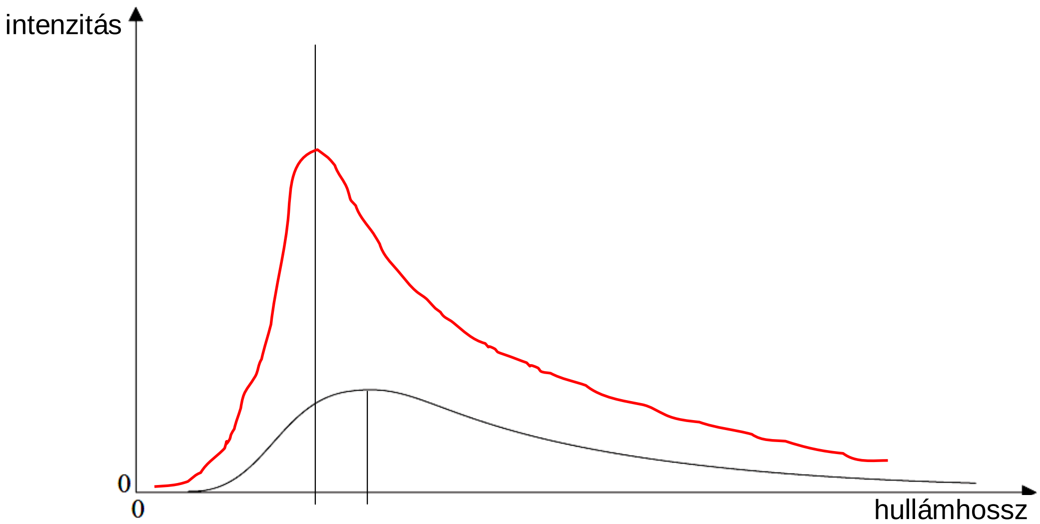
A másodpercenként kisugárzott fotonok száma

$$\frac{L}{E} = 1 \cdot 10^{45}$$

Ez a fotonmennyiség az 50 kpc = $1{,}5 \cdot 10^{21}$ m sugarú gömbön oszlik el, a detektorra csak az a hányada jut, amely a távcső tükrének 0,75 m^2-es felületén halad át:

$$1 \cdot 10^{45} \cdot \frac{0{,}75}{4\pi \cdot (1{,}5 \cdot 10^{21})^2} \approx 26 \text{ foton.}$$

9.6 A hőmérséklet 4/3-szor nagyobb, ezért a Wien-törvény alapján a görbe maximumához tartozó hullámhossz 3/4-szer kisebb, a görbe alatti terület pedig a Stefan–Boltzmann-törvény alapján $(4/3)^4 = 3{,}16 \approx 3$-szor nagyobb.



9.7 (a) $L = \sigma \cdot 4\pi R^2 \cdot T^4$

$$T = \sqrt[4]{\frac{L}{\sigma \cdot 4\pi R^2}} =$$

$$= \sqrt[4]{\frac{3{,}90 \cdot 10^{26}}{5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 4\pi \cdot (6{,}96 \cdot 10^8)^2}} = 5800\,\mathrm{K}$$

(b) $\lambda_{max} = \dfrac{2{,}90 \cdot 10^{-3}}{5800} = 500\,\mathrm{nm}$

9.8 $L = \sigma \cdot 4\pi R^2 \cdot T^4$

$$\frac{L_X}{L_Y} = \frac{R_X^2 T_X^2}{R_Y^2 T_Y^2} =$$

$$= \left(\frac{8{,}7\cdot 10^{11}}{6{,}8\cdot 10^{7}}\right)^2 \cdot \left(\frac{3{,}0\cdot 10^{3}}{2{,}0\cdot 10^{4}}\right)^4 = 8{,}3\cdot 10^4$$

9.9 (a) $d = \dfrac{1}{0{,}419} = 2{,}39\,\text{pc} = 7{,}4\cdot 10^{16}\ \text{m}$

$L = I \cdot 4\pi d^2 =$

$= 1{,}97\cdot 10^{-12}\cdot 4\pi (7{,}4\cdot 10^{16})^2 = 1{,}4\cdot 10^{23}\,\text{W}$

(b) $L = \sigma \cdot A \cdot T^4$

$$A = \frac{L}{\sigma \cdot T^4} = \frac{1{,}4\cdot 10^{23}}{5{,}67\cdot 10^{-8}\cdot 2800^4} = 4{,}0\cdot 10^{16}\,\text{m}^2$$

9.10 (a) Vörös.

(b) $d = \dfrac{1}{0{,}005} = 200\text{pc} = 6{,}2\cdot 10^{18}\,\text{m}$

(c) $L = I \cdot 4\pi d^2 = 7{,}7\cdot 10^{30}\,\text{W}$

(d) $T = \dfrac{2{,}9\cdot 10^{-3}}{9{,}35\cdot 10^{-7}} = 3100\text{K}$

(e) $L = \sigma \cdot 4\pi R^2 \cdot T^4$

$$R = \sqrt{\frac{L}{\sigma \cdot 4\pi \cdot T^4}} =$$

$$= \sqrt{\frac{7{,}7\cdot 10^{30}}{5{,}67\cdot 10^{-8}\cdot 4\pi \cdot 3100^4}} = 3{,}4\cdot 10^{11}\,\text{m}.$$

Ez a Nap sugarának kb. 490-szerese, vagyis 2,3 CSE: a Marsig bezárólag elnyelné a bolygókat.

9.11 $a = 40$, $b = 39$, $c = \sqrt{a^2 - b^2} = 8{,}9\text{CSE}$

$r_{\min} = a - c = 31{,}1$ CSE =

$= 48{,}9\cdot 1{,}5\cdot 10^{11}$ m $= 4{,}7\cdot 10^{12}$ m

$r_{\max} = a + c = 48{,}9$ CSE =

$= 48{,}9\cdot 1{,}5\cdot 10^{11}$ m $= 7{,}3\cdot 10^{12}$ m,

Amikor a Pluto a Naptól r távolságra van, a Plutóra beeső napsugárzás intenzitása

$$I = \frac{L}{4\pi \cdot r^2}$$

A Pluto felületére időátlagban beeső intenzitás ennek a negyede:

$$I = \frac{L}{16\pi \cdot r^2}$$

Az elnyelt intenzitás 0,4I, és hőmérsékleti egyensúlyban ugyanennyi a kisugárzott intenzitás is:

$$0{,}4\,I = \sigma T^4$$

$$\frac{0{,}4L}{16\pi \cdot r^2} = \sigma T^4$$

Napközelben a becsült hőmérséklet

$$T = \sqrt[4]{\frac{0{,}4L}{16\pi\sigma \cdot r^2}} =$$

$$= \sqrt[4]{\frac{0{,}4\cdot 3{,}9\cdot 10^{26}}{16\pi \cdot 5{,}67\cdot 10^{-8}\cdot (4{,}7\cdot 10^{12})^2}} = 40\text{K}.$$

Naptávolban

$$T = \sqrt[4]{\frac{0{,}4L}{16\pi\sigma \cdot r^2}} =$$

$$= \sqrt[4]{\frac{0{,}4\cdot 3{,}9\cdot 10^{26}}{16\pi \cdot 5{,}67\cdot 10^{-8}\cdot (7{,}3\cdot 10^{12})^2}} = 32\text{K}.$$

Megjegyzés:
1. A valóságban ennél valamivel nagyobbak a hőmérsékletek, az átlagérték kb. 50 K.
2. A légkör vastagsága a keringés folyamán folyamatosan változik, a hőmérséklettel kb. arányosan. Amikor a metán fokozatosan ráfagy a felszínre, a légkör vékonyodik.

9.12 (a) A táblázatból vett adatpárok segítségével a keresett arányok:

$$\frac{p_{2\text{CSE}}}{p_{1\text{CSE}}} = \frac{1}{4},\ \frac{p_{3\text{CSE}}}{p_{1\text{CSE}}} = \frac{1}{9}$$

(b) Az 5 CSE távolságban uralkodó fénynyomás

$$\frac{p_{5\text{CSE}}}{p_{1\text{CSE}}} = \frac{1}{25},$$

innen

$$p_{5CSE} = \frac{90\cdot 10^{-7}}{25} = 3{,}6\cdot 10^{-7}\ \frac{\text{M}}{\text{m}^2}$$

(c) A napfény nyomása azért csökken, mert a távolsággal a Nap fényének intenzitása csökken.

(d) Az űrszondára ható gravitációs erő

$$F_1 = \gamma \frac{m \cdot M_{\text{Nap}}}{R^2} = 1{,}19\text{N}$$

A fény nyomóereje a vitorla d élhosszával kifejezve

$$F = pA = 90\cdot 10^{-7}\cdot (d)^2$$

Az űrszonda szükséges vitorlamérete

$$\sqrt{\frac{1{,}19}{90\cdot 10^{-7}}} = 360\text{m}$$

9.15 Az r sugarú szemcsére ható gravitációs erő

$$F_g = \frac{\gamma m M}{r^2} = \frac{\gamma M \cdot \left(\frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho\right)}{r^2}$$

Az E energiájú foton lendülete E/c, az abszolút fekete porszem a fotont elnyelve ekkora lendületváltozást szenved.

A napállandó S = 1370 W/m^2, így az r sugarú porszemnek időegység alatt átadott lendület, vagyis a sugárnyomási erő

$$F_s = \frac{S \cdot R^2 \pi}{c}$$

$$\frac{\gamma M \cdot \left(\frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho\right)}{r^2} = \frac{S \cdot R^2 \pi}{c}$$

$$\frac{4\gamma M R \rho}{3r^2} = \frac{S}{c}$$

$$R = \frac{3r^2 \cdot S}{4\gamma M c \rho}$$

$$R = \frac{3 \cdot (1{,}5 \cdot 10^{11})^2 \cdot 1370}{4 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 1000}$$

$$R = 5{,}8 \cdot 10^{-7}\,\text{m}$$

Az átmérő ennek kétszerese, 1,2 µm.

9.16 (a) A szabad szemmel épp látható leghalványabb csillag látszó fényessége +6 magnitúdó.

$$2{,}512^{+6{,}0-(-1{,}47)} = 970$$

(b) A különbség +6 – (–4) = 10,
ez $(100^{1/5})^{10} = 10^4$-szeres fényességnek felel meg.

9.17 $(100^{0{,}2})^{-4{,}6-(-12{,}5)} = 1450$

9.18 $m_1 - m_2 = 2{,}5\lg\frac{I_2}{I_1} = 2{,}5\lg 480000 = 14{,}2$

Megjegyzés:
A Nap –26,8, a telihold –12,6.

9.19 $2{,}512^{13} \approx 160\,000$-szeresére.

9.20 A fényessége 2-szereződik, tehát

$m_1 - m_2 = 2{,}5 \cdot \lg 2 = 0{,}7$

magnitúdóval nő az RR Lyrae fényessége felfényléskor.

9.21 A teljesítménysűrűség (intenzitás)

$5{,}2^2$ = 27-szer kisebb.

A látszó fényesség

$5\lg 5{,}2 = 3{,}6$ magnitúdóval nagyobb.

9.22 (a) $\frac{L}{L_N} = \frac{I \cdot 4\pi d^2}{I_N \cdot 4\pi d_N^2} =$

$= 3{,}7 \cdot 10^{-15} \cdot (4{,}93 \cdot 10^5)^2 = 9{,}0 \cdot 10^{-4}$-szerese.

(b) $2{,}5 \cdot \lg 3{,}7 \cdot 10^{-15} \approx -36$

36 magnitúdóval halványabb a Napnál. A Nap látszó fényessége –26 magnitúdó,
a Wolf 359-é tehát +10. Nem látható.

9.23 (a) $R(m) = 0{,}011 \cdot 37\,000 \cdot 10^{-0{,}2m} =$

$= 407 \cdot 10^{-0{,}2m}$

(b) $\lg R = -0{,}2m + \lg 407 = -0{,}2m + 2{,}6$

$$m = \frac{\lg R - 2{,}6}{-0{,}2} = 13 - 5\lg R$$

Ha $200 < R < 1000$, akkor
$2{,}3 < \lg R < 3$
$1{,}5 > 13 - 5\lg R > -2$
Igen, jól látható lesz.

9.24 (a) A Vénuszról visszavert fény intenzitása 1/0,65 = 1,54-szeresére nőne.

$$\Delta m = -2{,}5\lg\frac{I}{I_0} = -2{,}5\lg 1{,}54 = -0{,}5$$

A látszó fényessége –5,1 magnitúdó lenne.

(b) A Vénuszról visszavert fény intenzitása 0,3/0,65 = 0,46 részére csökkenne.

$$\Delta m = -2{,}5\lg\frac{I}{I_0} = -2{,}5\lg 0{,}46 = +0{,}8$$

A látszó fényessége –3,8 magnitúdó lenne.

9.25 A +3 magnitúdó fényességű csillag két fényrenddel fényesebb, vagyis luminozitása $100^{2/5}$ = 6,3-szorosa a halványabb csillagnak. A rendszer tehát 7,3-szor olyan fényes, mint a +5 magnitúdós csillag. Az ennek megfelelő fényességváltozás

$$\Delta m = 2{,}5\lg\frac{I}{I_0} = 2{,}5\lg 7{,}3 = 2{,}2$$

Az együttes fényesség

5,0 – 2,2 = 2,8 magnitúdó.

9.26 10-szeres átmérővel az észlelt intenzitást 100-szorosára növeljük, ez 5 magnitúdónyi különbség, tehát +17 magnitúdó az épphogy látható csillag fényessége.

9.27 (a) $\frac{340^2}{6{,}0^2} = 320$

(b) $+6{,}0 + 2{,}5\lg 320 = 12$

9.28 A fényességét 12 magnitúdóval kell növelni:

$$\frac{D^2}{0{,}0060^2} = (100^{0,2})^{12}$$

D = 1,5 m

9.29 6 visszaverődés történik.

$\Delta m = -2{,}5 \cdot \lg 0{,}93^6 = 0{,}5$

1,9 magnitúdósnak látszik.

9.30 (a) $M_1 - M_2$ = 2.5·lg23 = 3,4-del kisebb.

(b) A napállandó $1{,}4 \cdot 10^3$ W/m^2.

$$d^2 = 23 \cdot \frac{1{,}4 \cdot 10^3 \cdot 1^2}{1{,}1 \cdot 10^{-7}}$$

$d \approx$ 540 000 CSE

9.31 $d = 10 \cdot 10^{(+0{,}41-(-5{,}5))/5} = 150\text{pc}$

9.32 Ha M magnitúdó az abszolút fényesség,

$$0{,}05 - M = 5\lg\frac{14}{10} = 0{,}73$$

M = –0,68.

A Nap abszolút fényessége +4,8 magnitúdó, a Capella tehát 5,5 magnitúdóval fényesebb, azaz $2{,}512^{5.5}$ ≈160-szor akkora a luminozitása, mint a Napnak.

9.33 (a) $m - M = 5\lg\frac{d}{10}$

$$M = +1{,}26 - 5\lg\frac{430}{10} = -6{,}9$$

(b) A Nap abszolút fényessége +4,85 magnitúdó

$$(100^{0,2})^{+4,85-(-6,9)} = 5{,}0 \cdot 10^4$$

9.34 (a) $m - M = 5\lg\frac{d}{10}$

$d = 10 \cdot 10^{(m-M)/5} = 10 \cdot 10^{6,4/5} =$

$= 190\,\text{pc} = 5{,}9 \cdot 10^{18}\ \text{m} = 3{,}9 \cdot 10^7$ CSE

(b) $4{,}3 \cdot 10^{-11} \cdot \left(\frac{3{,}9 \cdot 10^7}{1}\right)^2 = 6{,}6 \cdot 10^4$

9.35 (a) $m - M = 5\lg\frac{d}{10}$

$$5{,}0 - M = 5\lg\frac{100}{10} = 5$$

$M = 0$

(b) $$\frac{4L_B}{4\pi d_A^2} = 100 \cdot \frac{L_B}{4\pi d_B^2}$$

$d_B = 5d_A = 500\text{pc}$

9.36 (a) Aldebaran.

(b) Az Aldebaran messzebb van, mégis fényesebbnek látszik, tehát nagyobb a luminozitása.

9.37 A látszólagos és az abszolút fényesség különbsége (mindkettőnél pozitív és) a Deneb esetében több magnitúdó, ezért a Deneb messzebb van.

9.38 (a) A 3 perces sugár kialakulásához kellett

$\frac{180}{0{,}21} = 860\text{év}$, elég nagy hibával.

1983 – 860 = 1120 körül.

Megjegyzés:
A szupernóva megfigyelését feljegyezték: 1054-ben.

(b) 0,21’’/év = $3{,}2 \cdot 10^{-14}$ rad/s megfelel 1300 km/s sebességnek.

$$d = \frac{1{,}3 \cdot 10^6}{3{,}2 \cdot 10^{-14}} = 4{,}0 \cdot 10^{19}\,\text{m} = 1300\text{pc}$$

$$m - M = 5\lg\frac{1300}{10} \approx 11$$

Körülbelül −7 magnitúdó volt a látszólagos fényesség.

9.39 (a) $m - M = 5\lg\frac{d}{10}$

$-0{,}1 - (-0{,}3) = 5\lg\frac{d}{10}$

$0{,}04 = \lg\frac{d}{10}$

d = 11 pc = 36 fényév = $3{,}4 \cdot 10^{17}$ m

(b) $L = \sigma \cdot 4\pi R^2 \cdot T^4$

$$R = \sqrt{\frac{L}{\sigma \cdot 4\pi \cdot T^4}} =$$

$$= \sqrt{\frac{3{,}8 \cdot 10^{28}}{5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 4\pi \cdot 4000^4}} = 1{,}4 \cdot 10^{10}\,\mathrm{m}$$

(c) $\lambda_{\max} = \frac{2{,}90 \cdot 10^{-3}}{4000} = 720\mathrm{nm}$

9.40 (a) Legfényesebb: Achernar, fehér törpe: EG129.

(b) $m - M = 5\lg\frac{d}{10}$

$+0{,}50 - (-3{,}0) = 5\lg\frac{d}{10}$

$0{,}70 = \lg\frac{d}{10}$

d = 50 pc

(c) 16 magnitúdónyi különbség:

$2{,}512^{16} \approx 2\,500\,000$

(d) Ugyanakkora az abszolút fényességük, ezért ugyanannyi a luminozitásuk.

$L = \sigma \cdot 4\pi R^2 \cdot T^4$

$R_1^2 T_1^4 = R_2^2 T_2^4$

5-ödakkora hőmérséklet 25-szörös sugárnak felel meg.

9.41 (a) 130 pc = $130 \cdot 3{,}09 \cdot 10^{16}$ m = $4{,}02 \cdot 10^{18}$ m

L = $2{,}0 \cdot 10^{-7}$ W/m$^2 \cdot 4\pi(4{,}02 \cdot 10^{18}$ m$)^2$

= $4{,}1 \cdot 10^{31}$ W

(b) $m - M = 5\lg\frac{d}{10}$

$0{,}5 - M = 5\lg\frac{130}{10}$

$M = -5$

(c) A Marsig bezárólag elnyelné a bolygókat:
A Mars pályasugara 1,5 CSE, a Jupiteré 5,2 CSE.

(d) A Rigel luminozitása kb. feleakkora, de intenzitása csak kb. hatodannyi, tehát valamivel messzebb van.

(e) $L = \sigma \cdot 4\pi R^2 \cdot T^4$

$$T = \sqrt[4]{\frac{L}{\sigma \cdot 4\pi R^2}} =$$

$$= \sqrt[4]{\frac{2{,}3 \cdot 10^{31}}{5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 4\pi \cdot (50 \cdot 6{,}96 \cdot 10^8)^2}} = 13000\mathrm{K},$$

kék.

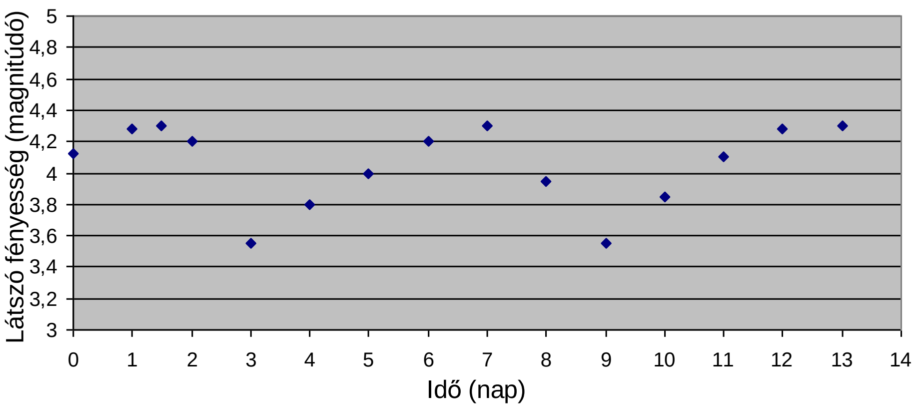
9.42 (a) $d = 10 \cdot 10^{(m-M)/5} = 10 \cdot 10^{6{,}0/5} =$

$= 320\,\mathrm{pc} = 9{,}7 \cdot 10^{18}$ m

(b) $\frac{L_A}{L_B} = \frac{\sigma \cdot 4\pi R_A^2 \cdot T_A^4}{\sigma \cdot 4\pi R_B^2 \cdot T_B^4} = 40$

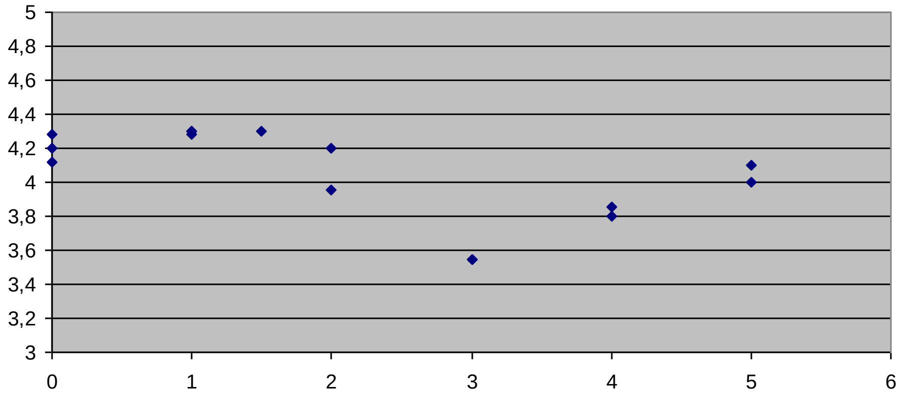
$\frac{R_A}{R_B} = \sqrt{40}\left(\frac{15000}{3000}\right)^2 = 160$-szor akkora.

9.43 (a) A periódusidő 6 nap körülinek tűnik, de pontosan nem olvasható le a grafikonról.

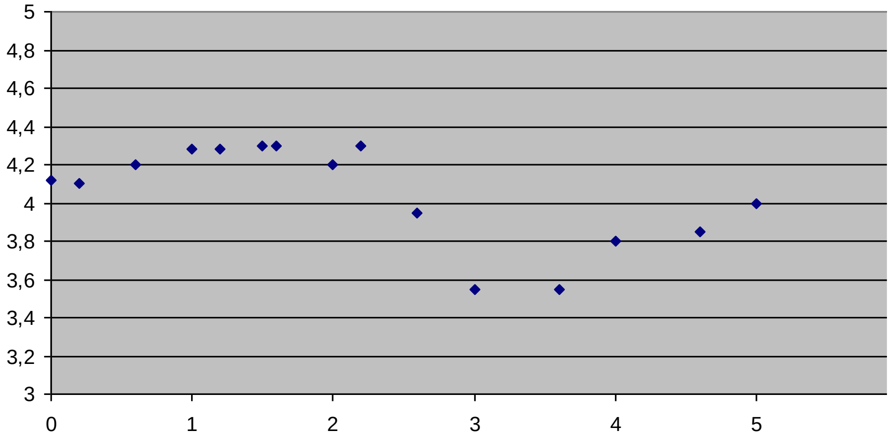


Próbálkozhatunk az időtengely „feltekerésével” (vagyis valamilyen modulus szerinti ábrázolásával), hogy lássuk milyen periódus adja a legsimább görbét.

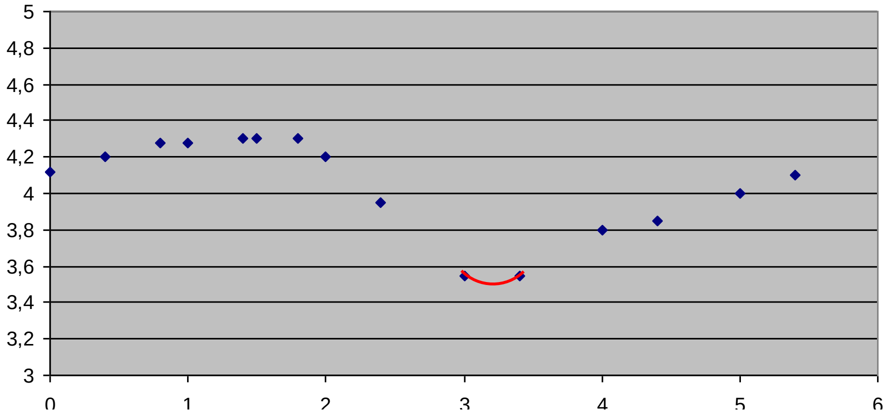
Például mod 6,0 tekintve az időértékeket:



Mod 5,4:

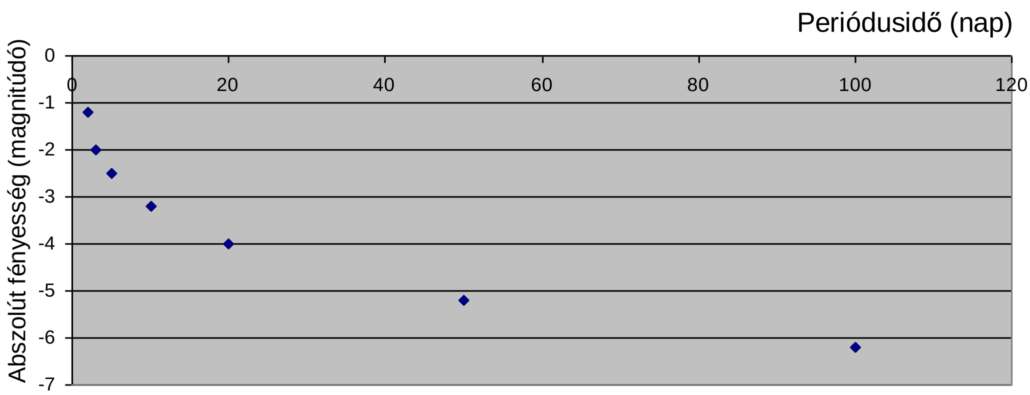


A mod 5,6 kapott grafikon tűnik a legsimábbnak:
Az adatok alapján a periódusidő 5,6 nap.



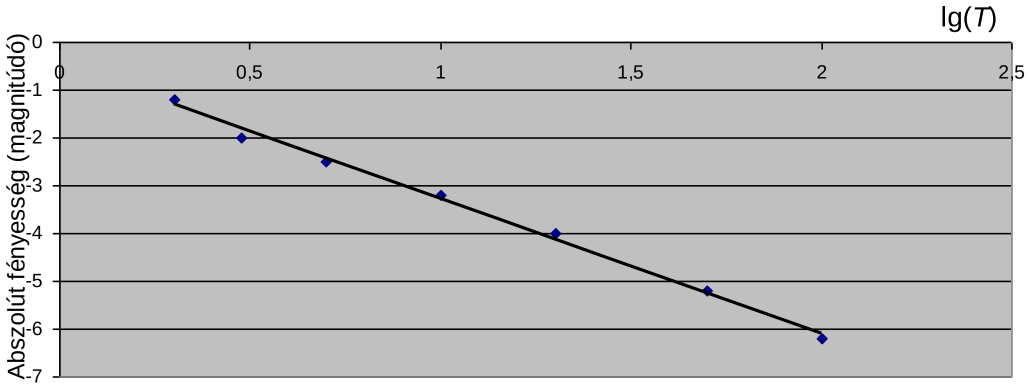
(b) A látszó fényesség grafikonján a legfényesebb állapot +3,5 magnitúdó körüli értéket mutat.

9.44



A grafikon logaritmusfüggvényre emlékeztet.

(b) Ha valóban így van, a fényesség a periódusidő logaritmusával változik lineárisan. Ábrázoljuk a fényességeket a periódusidő logaritmusának függvényében. A grafikon valóban lineáris.



(c) A tengelymetszet nem lényeges: ha a periódusidőt nap helyett más egységben mérnénk, az egyenes konstans értékkel eltolódna.

9.45 (a) Az első ábra alapján a periódusidő 5,4 nap. A második ábra alapján az abszolút fényesség –2,9 magnitúdó.

(b) Az első ábra alapján felfényléskor a látszó fényesség +3,6 magnitúdó.

$$m - M = 5\lg\frac{d}{10}$$

$$d = 10\cdot 10^{(m-M)/5} = 10\cdot 10^{6,5/5}$$

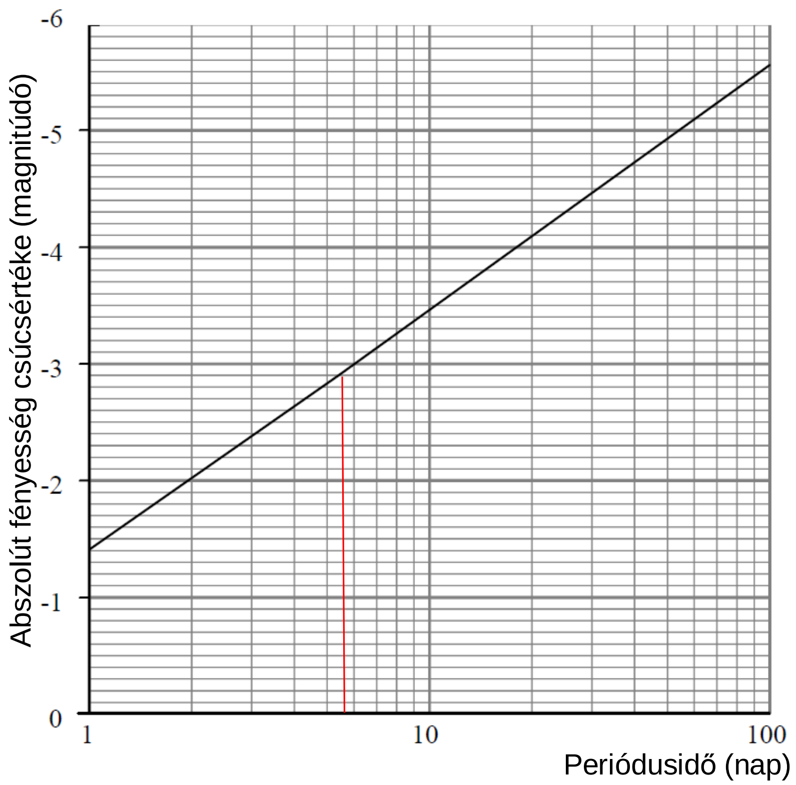
$$d = 10\cdot 10^{1,3} = 200\text{pc} = 650\text{fényév}$$

9.46 Az ábra szerint luminozitása 3000-szerese a Nap luminozitásának. A napsugárzás intenzitásának ismert értéke (napállandó) $1,4\cdot 10^4$ W/m^2.

$$\frac{L}{L_N} = \frac{I\cdot 4\pi\cdot d^2}{I_N\cdot 4\pi\cdot d_N^2}$$

$$\frac{d}{d_N} = \sqrt{3000\cdot\frac{1,4\cdot 10^3}{7,2\cdot 10^{-10}}} = 7,6\cdot 10^7$$

$d = 7,6\cdot 10^7$ CSE $= 1,1\cdot 10^{19}$ m.



9.47 (a) A második ábrán 3,5 napnál és 61 napnál található a két szélső maximum, közöttük 5 periódus telik el. A fényességváltozás periódusa tehát

$$\frac{61-3{,}5}{5}=11{,}5\text{nap}$$

A logaritmikus skálán ez kb. a 10 és 15 közötti szakasz harmadánál van, tehát az abszolút fényesség kb. $M = -4{,}3$.

Az átlagos látszó magnitúdó 14,5

$$m-M=5\lg\frac{d}{10}$$

$$14{,}5-(-4{,}3)=18{,}8=5\lg\frac{d}{10}$$

$$d=10\cdot10^{3,76}=10^{4,76}=57\text{kpc}$$

(b) Csillagközi anyag jelenléte nélkül a csillag fényesebb lenne.

$$m = 14{,}5 - 0{,}25 = 14{,}25$$

értékkel számolva

$$14{,}25-(-4{,}3)=18{,}55=5\lg\frac{d}{10}$$

$$d=10\cdot10^{3,71}=10^{4,71}=52\text{kpc}$$

Megjegyzés:
Ennyi a Nagy Magellán Felhő távolsága.

9.48 Az abszolút fényesség

$$M=-2{,}43\cdot\lg1{,}91-1{,}62=-2{,}3 \text{ magnitúdó}$$

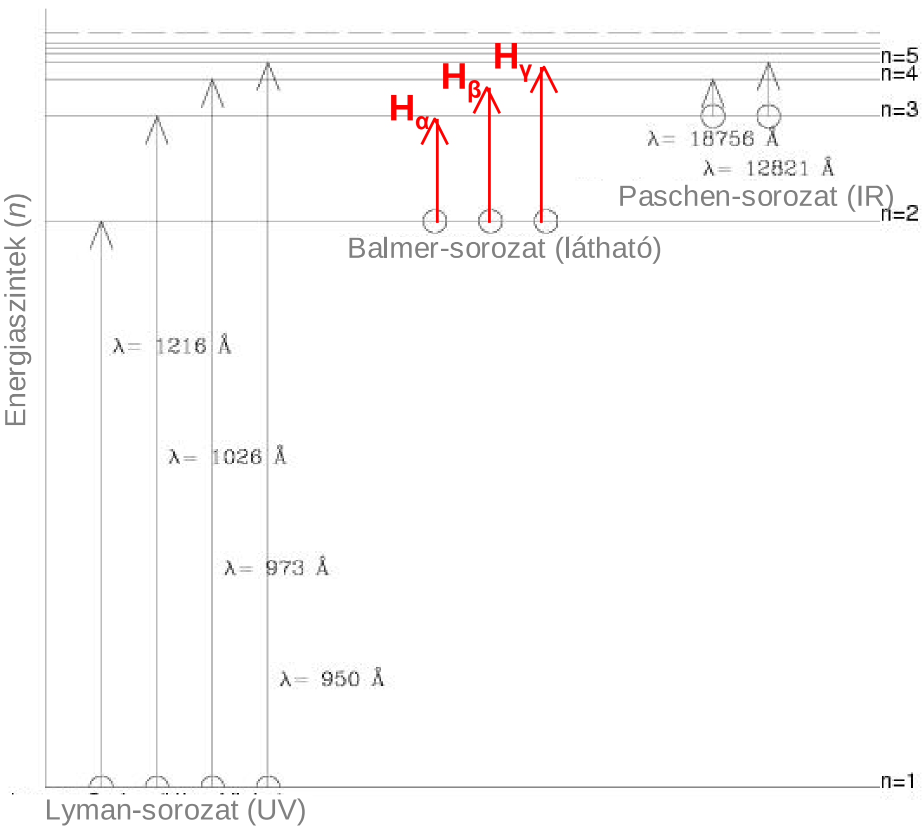
$$m-M=5\lg\frac{d}{10}$$

$$28{,}7+1{,}3=30{,}0=5\lg\frac{d}{10}$$

$$\lg\frac{d}{10}=6{,}0$$

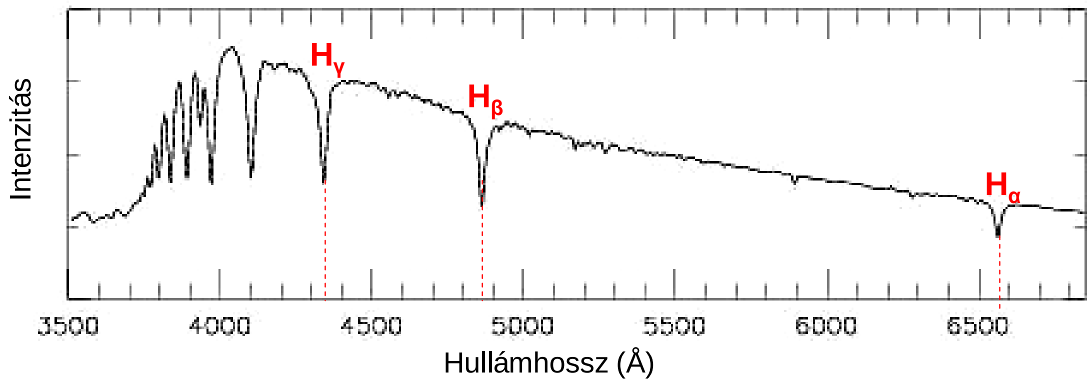
$$d = 1{,}0\cdot10^{7}\text{ pc} = 10\text{ Mpc}$$

9.49

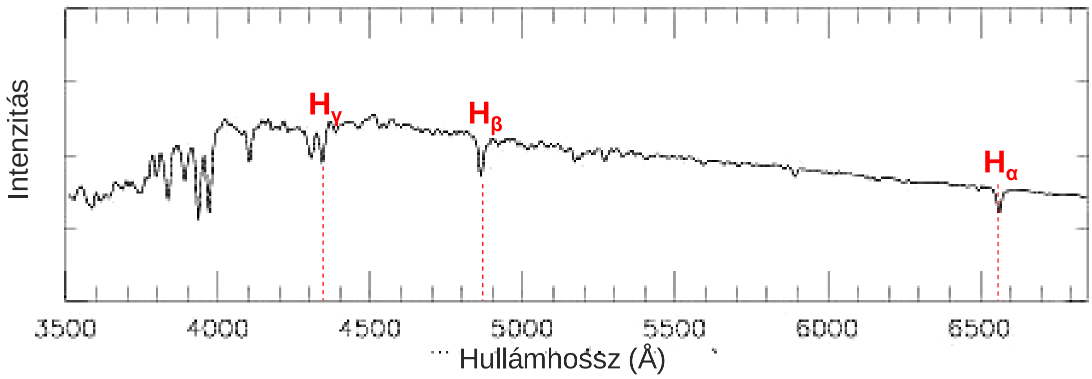


9.50

(a)



(b)



9.51 (a) Mert a légkör alkotórészei a beeső napsugárzás egy részét elnyelik, illetve visszaverik.

(b) A légkör alkotórészeinek elnyelése nem egyenletes.

A grafikonon feltüntetett, az abszorpcióért felelős anyagok: O_2, O_3, H_2O, CO_2.

(c) Az ábra szerint a szén-dioxid a ~2000 nm hullámhosszú sugárzást nyeli el leginkább.
Ennek frekvenciája

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\cdot 10^8}{2\cdot 10^{-6}} = 1{,}5\cdot 10^{14}\,\frac{1}{\mathrm{s}} = 150\mathrm{THz}\,,$$

ami a táblázat szerint a közeli infravörös tartományba esik.

(d) Az ábra szerint az ózon a 250 nm–300 nm hullámtartományban nyeli el a sugárzást.

Az ózonmolekula abszorpciós frekvenciája

$$f = \frac{c}{\lambda} = 1\mathrm{PHz} - 1{,}2\mathrm{PHz}$$

A táblázat szerint ez a sugárzás az ultraibolya tartományba esik.

9.52 (a) Az ionizált hidrogénatom csak egy proton, nincs elektronja. Abszorpciós vonalakat nem tud létrehozni.
(b)

Betűjel	Hullámhossz (Å)	Eredet
A	≈7600	földi oxigén
B	≈6870	földi oxigén
C	6563	hidrogén (H_α)
D_1	5896	semleges nátrium (Na I)
D_2	5890	semleges nátrium (Na I)
E	5270	semleges vas (Fe I)
F	4861	hidrogén (H_β)
H	3968	ionizált kálcium (Ca II)
K	3934	ionizált kálcium (Ca II)

9.53 Leolvasás az ábráról:
Ha például az ábrán 11,7 cm hosszú a 4000-től 7000-ig terjedő 3000 angströmnyi intervallum, akkor 4000-től 5,6 cm-re levő H_β vonal hullámhossza

$$4000 + 5{,}6 \cdot 3000/11{,}7 = 5436 \text{ nm}$$

Ugyanígy a H_α vonalé

$$4000 + 13{,}0 \cdot 3000/11{,}7 = 7333 \text{ nm}$$

(b) A H_α vonalból

$$v = c \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda} =$$

$$= 3{,}00 \cdot 10^8 \cdot \frac{7333 - 6563}{6563} = 3{,}5 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

A H_β vonalból

$$v = c \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda} =$$

$$= 3{,}00 \cdot 10^8 \cdot \frac{5436 - 4860}{4860} = 3{,}6 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

A megfigyelt hullámhossz nagyobb, mint a laboratóriumi, tehát távolodik.

9.54 $v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c = \frac{0{,}030}{625} \cdot 3{,}00 \cdot 10^8 = 14 \text{km/s}$
Az észlelt hullámhossz rövidebb, tehát közeledik.

9.55 $v = c \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda} =$

$$= \frac{2{,}7}{3968{,}5} \cdot c = 6{,}8 \cdot 10^{-4} c = 2{,}0 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

Az észlelt hullámhossz rövidebb, tehát közeledünk.

9.56 A Föld kb. 30 km/s sebességgel kering. Tekintsük azt a hullámhosszt (500 nm), amelyen a Nap sugárzása a legintenzívebb.

$$\Delta\lambda = \lambda \cdot \frac{v}{c} = 500 \cdot \frac{30}{300000} = 0{,}05 \text{ nm} .$$

9.57 $v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c = \frac{364{,}8 - 121{,}6}{121{,}6} c = 2c$
adódik, ami nyilvánvalóan lehetetlen. A problémát az okozza, hogy a képlet csak a fénysebességnél jóval kisebb távolodási sebességekre alkalmazható (kb. a fénysebesség 10%-áig).

A fénysebességgel összemérhető sebességek esetén a relativitáselmélet összefüggéseit kell alkalmazni.

Megjegyzés:
$v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c$ helyett $v = \frac{(1+Z)^2 - 1}{(1+Z)^2 + 1} \cdot c$,

ahol $Z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$.
A feladatban szereplő kvazár esetében

$$v = \frac{(1+2)^2 - 1}{(1+2)^2 + 1} \cdot c = 0{,}8c$$

9.58 (a) A kerületi sebesség

$$v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c = \frac{0{,}03}{4101{,}74} \cdot 3 \cdot 10^8 = 2200 \text{m/s}$$

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{2200}{7 \cdot 10^8} = 3 \cdot 10^{-6} \text{rad/s}$$

(Forgási periódusa kb. 20 nap.)(b) A csillag távolodik és forog a tengelye körül. A két hullámhosszhatár átlaga 4103,79 Å, az ettől való eltérés most is 0,3 Å, a forgás tehát a fenti szögsebességgel történik.

A távolodás sebessége

$$v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c = \frac{0{,}05}{4101{,}74} \cdot 3 \cdot 10^8 \approx 4000 \text{m/s}.$$

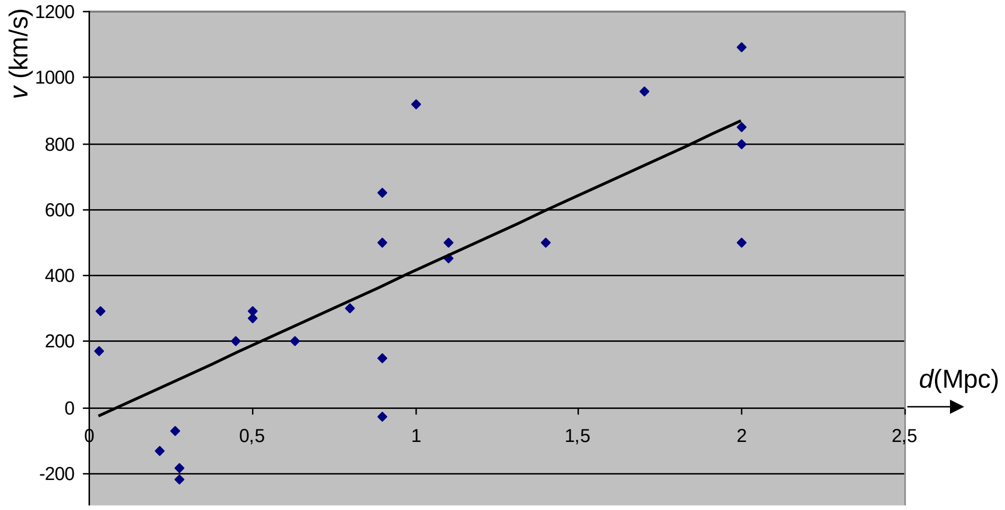
9.59 (a) A Hubble-állandó a pontokhoz illesztett egyenes meredeksége: 454 ≈ 500 kms^{-1}/Mpc körül van.

H = 500 kms^{-1}/Mpc
= 0,500 ms^{-1}/pc = 1,6·10^{-17}/s.
A Világegyetem kora

$$\frac{1}{H} = 6 \cdot 10^{16} \text{s} = 2 \text{ milliárd év}$$

Megjegyzés:
Ha a legközelebbi galaxisokat – melyek közül több nem távolodik, hanem közeledik – kihagyjuk a számításból, 500 helyett kb. 400-at kapunk, illetve 2,4 milliárd évet.

(b) A Hubble állandóra kisebb, az Univerzum korára nagyobb értéket kapunk.



9.60 (a) A $v = \dfrac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c$ összefüggést használva

λ (Å)	Távolság (millió fényév)	$\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$	Sebesség (10^6 m/s)
3984	78	0,0039	1,2
4167	980	0,050	15
4254	1400	0,072	22
4485	2500	0,13	39
4776	4000	0,20	60

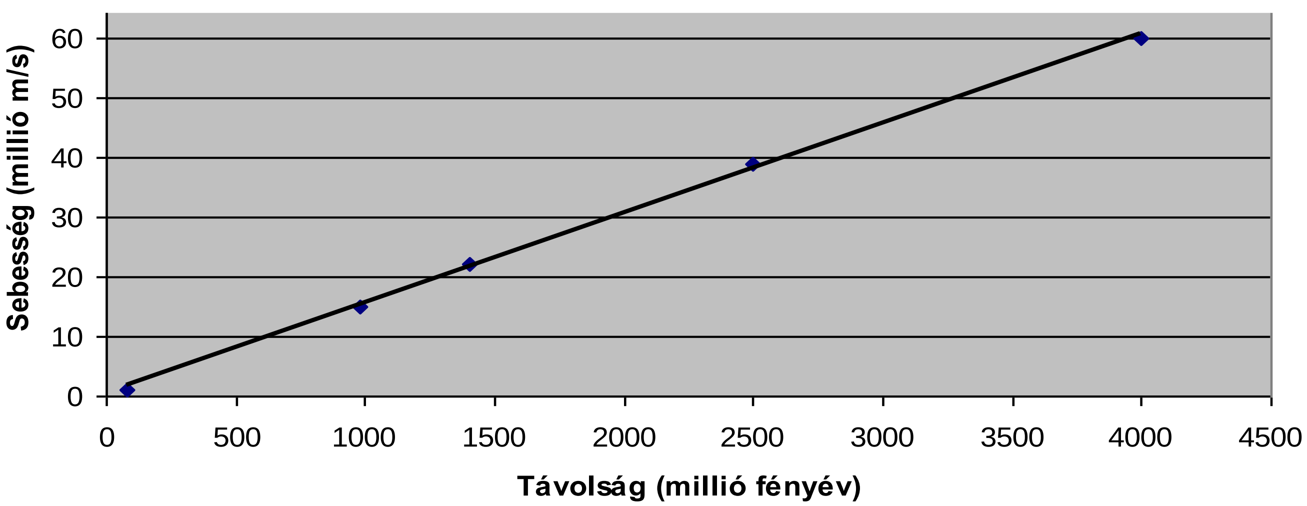
(b) Az egyenes: $y = 0{,}015x + 0{,}49$. A sebességeket csak egész millió m/s pontossággal ismerjük, így a 0,49 tengelymetszet elhanyagolható, egyenes arányosság áll fenn. A sebesség millió fényévenként 15 km/s-mal nő. Mivel 1 pc = 3,26 fényév, a táblázat adatai alapján

$$H = 15 \cdot 3{,}26 = 49\,\frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}}\,.$$

(c) Mivel a sebesség arányos a távolsággal, az eltelt idő
(az Univerzum becsült életkora)

$$t = \frac{1}{H} = \frac{1\text{Mpc}}{49\text{km/s}} = = \frac{10^6 \cdot 3{,}09 \cdot 10^{16}}{4{,}9 \cdot 10^4} =$$

$$= 6{,}3 \cdot 10^{17}\,\text{s} = 20\,\text{milliárdév}$$



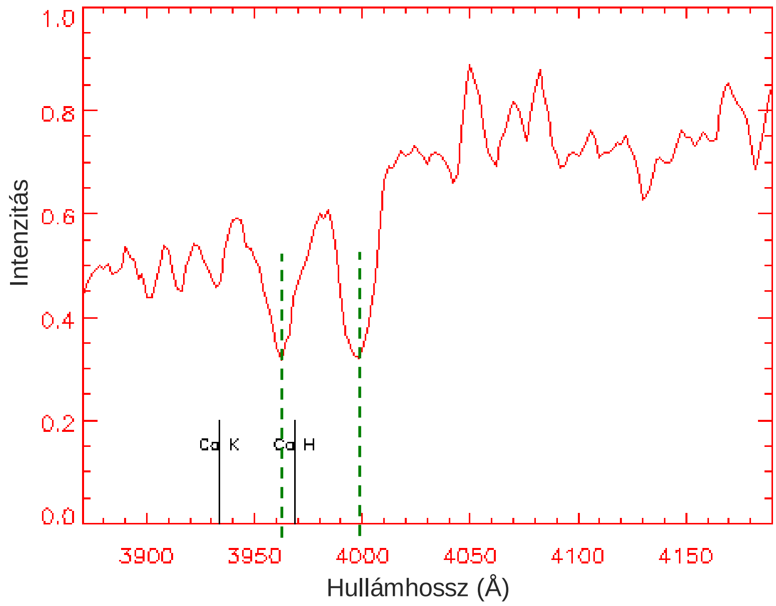
9.61 (a)

$$v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c = \frac{14{,}2}{2799{,}1} \cdot 3{,}00 \cdot 10^8 = 1520\,\text{km/s}$$

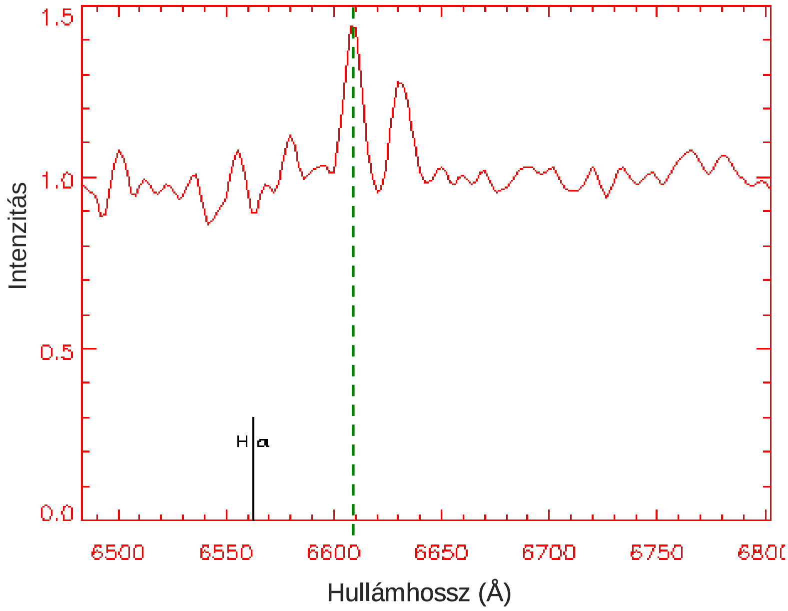
(b) Ha a Hubble-állandó értéke 72 km s^{-1}/Mpc,

$d = 21\text{Mpc} = 69$ millió fényév .

9.62



A Ca K és Ca H vonalak mért hullámhossza az ábra alapján 3961 Å, illetve 3998 Å.



A H_α vonal mért hullámhossza az ábra alapján 6608 Å
Az eltolódások mértéke:

3961 – 3934 = 27 Å,
3998 – 3969 = 29 Å, illetve
6608 – 6563 = 45 Å.

A három adatból a távolodás sebessége

$$v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}\cdot c = \frac{27}{3934}c = 0{,}0069c\,,$$

$$v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}\cdot c = \frac{29}{3969}c = 0{,}0073c$$

$$v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}\cdot c = \frac{45}{6563}c = 0{,}0069c$$

A három eredmény átlagát véve a távolodási sebesség
$0{,}0070c = 2{,}1\cdot 10^6$ m/s $= 2{,}1\cdot 10^3$ km/s.

$$\frac{2{,}1\cdot 10^3}{71} = 30\text{Mpc}(= 9{,}6\cdot 10^7\,\text{fényév})\,.$$

9.63 (a) Az R távolságban levő objektum HR sebességgel távolodik.

(b) Az R távolságon belül lévő tömeg

$$M = \rho\cdot\frac{4}{3}\pi\cdot R^3$$

(c) A szökési sebesség

$$v = \sqrt{\frac{2\gamma M}{R}} = \sqrt{\frac{8\pi\gamma\rho R^3}{3R}} =$$

$$= \sqrt{\frac{8\pi\gamma\rho}{3}}\cdot R$$

(d)
$$\sqrt{\frac{8\pi\gamma\rho}{3}}\cdot R = HR$$

$$\sqrt{\frac{8\pi\gamma\rho}{3}} = H$$

$$\rho = \frac{3H^2}{8\pi\gamma}$$

Megjegyzés:
Vegyük észre, hogy a távolság nem számít.

(e) $H = 71$ kms^{-1}/Mpc =
$= 2{,}30\cdot 10^{-18}$ s^{-1}.

$$\rho = \frac{3H^2}{8\pi\gamma} = \frac{3\cdot(2{,}30\cdot 10^{-19})^2}{8\pi\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}} = 9{,}46\cdot 10^{-27}$$

(f) Egy hidrogénatom tömege
$1{,}67\cdot 10^{-27}$ kg.
A kapott sűrűségnek megfelel 5,66 db hidrogénatom köbméterenként.

(g) Nem.

9.64 A görbe maximuma kb. 1,05 mm-nél van.

$$T = \frac{2{,}9\cdot 10^{-3}}{1{,}05\cdot 10^{-3}} = 2{,}7\text{K}$$

FELELETVÁLASZTÁSOS FELADATOK

1. B. 100%-osan elnyeli a rá eső sugárzást.

2. C. melyik hullámhossznál van a maximum.

3. B. leghűvösebbek

4. C. Mert szemünk nem érzékeli az infravörös sugárzást.

5. B. a felszíni hőmérséklete

6. A.100 nm

7. A. magasabb, mint a Napé.

8. B.Vörös.

9. D. Más a hőmérsékletük.

10. D. a Nap−Föld távolságot.

11. A. 100

12. D. Negyedakkora.

13. A. luminozitás és felszíni hőmérséklet

14. D. ugyanolyan hőmérsékletű csillagok esetén egyenlő.

15. B. kisebb luminozitás felel meg.

16. B. a vonalas spektrumok

17. A.

18. C. A Nap légkörében a hidrogén túlnyomó része alapállapotban van.

19. B. csak néhány meghatározott hullámhossz fog hiányozni a csillag spektrumából.

20. B. csak az Uránusz és Neptunusz légkörében

21. D. 0,06 nm

22. C. a kisebb tömegű csillag tőlünk távolodik.

23. A Közeledik a Földhöz.

24. A. az Univerzum tágulását

25. C. az Univerzum tágul.

26. C. Hubble

27. B. Lemaître

28. C. A nagyon távoli galaxisokat vizsgáljuk, mert azok a Világegyetem nagyon régi állapotát mutatják.

29. A. Mert a galaxisok úgy távolodnak egymástól folyamatosan, mintha egyszer régen egy pontból indultak volna.

30. B. Körülbelül 15 milliárd éves.

31. B. A kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás.

32. C. kozmikus háttérsugárzás

33. A. 2,7 K

34. B. 0,0003 K-nel magasabb

10 Magfizikai feladatok, tömeg és energia

RADIOAKTIVITÁS

10.1 (*Emelt szintű érettségi, 2011. május*)
A Naprendszer és a világűr Naptól távoli régióiba küldött űrszondákban általában egy radioaktív izotóppal működtetett tápegység szolgáltatja az energiát. A képen látható Voyager-1-et szintén ilyen tápegységgel szerelték fel. Tegyük fel, hogy egy ilyen, 2012-ben indítandó űrszondában egy ${}^{238}_{94}\mathrm{Pu}$ izotóppal töltött kapszulát használnak áramtermelésre. Ez az izotóp 5,6 MeV energiájú alfarészecskéket bocsát ki, az energiát a tápegység 8%-os hatásfokkal alakítja át elektromos energiává. ${}^{238}_{94}\mathrm{Pu}$ felezési ideje 88 év.

(a) Az űrszonda 2012-es indításakor a tápegység elektromos teljesítménye 470 W. Hány ${}^{238}_{94}\mathrm{Pu}$ atommag bomlik el ekkor másodpercenként a kapszulában?

(b) Az űrszonda teljes elektromosenergia-felhasználása 235 W, ha minden rendszer egyidejűleg működik (tudományos műszerek, vezérlőrendszerek, kommunikációs rendszerek). Mikor csökken le a tápegység teljesítménye annyira, hogy már nem működhet egyszerre valamennyi rendszer? (Tegyük fel, hogy a tápegység teljesítményének csökkenése kizárólag a radioaktív izotóp fogyásának tulajdonítható!)

(c) Várhatóan legkésőbb 2188-ban a tápegység teljesítménye annyira lecsökken, hogy nem tudja ellátni külön a szonda kommunikációs rendszerét sem – ekkor megszakad a kapcsolat az űrszondával. Mekkora külön a kommunikációs rendszer teljesítménye?

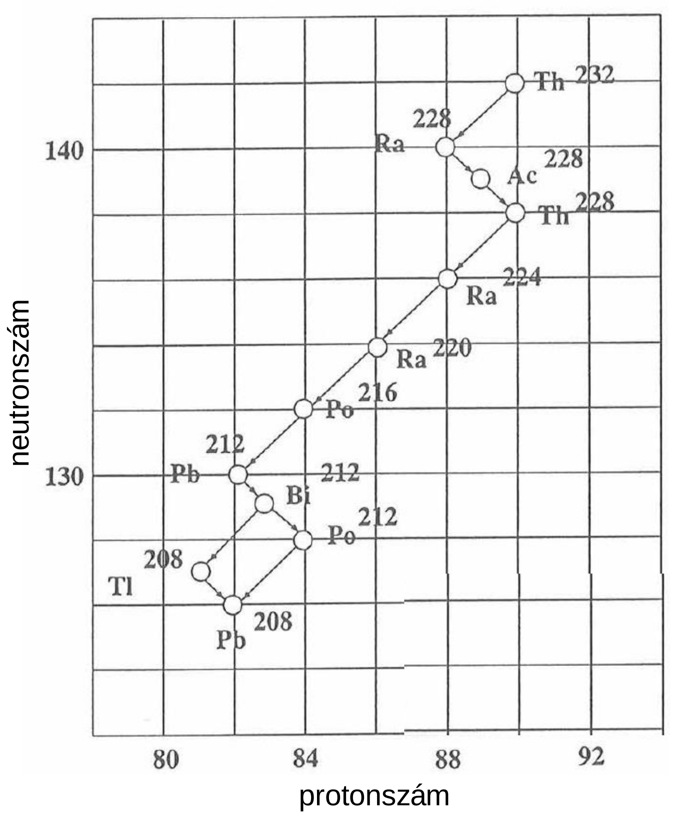
10.2. (a) Részecskefizikusok szerint, ha a proton instabil, akkor a felezési ideje legalább 10^{31} év. Ennek tesztelése végett egy tartályban elhelyeznek 1000 m^3 igen tiszta vizet. Ha a proton felezési ideje pontosan 10^{31} év, hány protonbomlás várható a tartályban egy év alatt?

(b) A kísérletet 7 évig folytatják, és egyetlen protonbomlást sem figyelnek meg. Ha valóban nem bomlott el egyetlen proton sem, milyen alsó becslést kapnak ebből a proton felezési idejére?

(c) A megfigyelhető Világegyetemben kb. százmilliárd galaxis van. Ha végül minden neutron protonná bomlik és a proton felezési ideje 10^{33} év, milyen nagyságrendű idő alatt bomlik el az Univerzum összes protonja? (Tételezzük fel, hogy a sötét anyag nem protonokból és neutronokból áll.)

10.3. A kőzetek kormeghatározására sokféle izotópot használnak, például K-40 (1,3 milliárd év) , Rb-87 (40 milliárd év), Rh-187 (41 milliárd év), Sm-147 (106 milliárd év).
Ha egy kőzet a képződésekor tartalmazott tóriumot, de nem tartalmazott ólmot és héliumot, akkor a tórium és bomlástermékeinek aránya felhasználható a megszilárdulás óta eltelt idő meghatározására. (Amíg olvadt a kőzet, a héliumgáz eltávozik belőle.)
(a) Az ábra a Th-232 bomlási sorát mutatja. Egy tóriumatomból hány héliumatom képződik, mire végigér a bomlási soron?

(b) A Th-232 felezési ideje 14 milliárd év. 4,6 milliárd év alatt hány mol hélium képződik 1 mol tóriumból?



10.4. (a) Tegyük fel, hogy képződésekor egy kőzet ugyanannyi U-238, illetve U-235 atomot tartalmazott. 4,47 milliárd év (az U-238 felezési ideje) leteltével milyen számarányban tartalmazza a két izotópot? (Az U-235 felezési ideje 0,704 milliárd év.)

(b) Tegyük fel, hogy egy kőzet a megszilárdulásakor ólmot nem tartalmazott, és egyenlő arányban volt benne U-238 és U-235. 4,47 milliárd év elteltével mennyi benne az ólom 206-os és 207-es izotópjainak aránya?

(c) A Föld korát 4,6 milliárd évre teszi a tudomány, ez kicsit hosszabb a 4,47 milliárdnál, így 2% adódna az U-235 arányára. A természetes urán izotóparánya azonban ettől eltér: kb. 0,72% U-235-öt tartalmaz. Mi lehet ennek az oka?

(d) A jelenlegi természetes izotóparány alapján milyen régen lehetett egyenlő a két izotóp mennyisége?

(e) A 4,6 milliárd év kb. 18 000-szer hosszabb az U-234 izotóp felezési idejénél, mégis kimutatható ez az izotóp a természetes uránban (0,0055%). Mi ennek az oka?

10.5. (*Emelt szintű érettségi, 2017. május*)
Az ^{235}U- és ^{238}U-izotópok egy körülbelül 6 milliárd évvel ezelőtti szupernóva-robbanásban keletkeztek, majd a bolygókeletkezés során a Föld anyagába beépültek.
Jelenleg a Földön található uránnak 99,28%-a ^{238}U-izotóp, és csak 0,72%-a ^{235}U-izotóp. Mindkét izotóp radioaktív, felezési idejük T_{235} = 704 millió év, illetve T_{238} = 4,47 milliárd év.
(a) Hány százaléka maradt meg a Földön a 6 milliárd évvel ezelőtti szupernóvarobbanásban keletkezett ^{235}U-izotópnak és ^{238}U-izotópnak?

(b) Körülbelül mennyi volt a két izotóp aránya a keletkezésükkor? Miért ennyire kicsi az ^{235}U részaránya ma?

10.6. Vulkáni kőzetek, köztük meteoritok kormeghatározásához alkalmazzák a $4{,}88 \cdot 10^{10}$ év felezési idejű, 87-es tömegszámú rubidiumnak 87-es tömegszámú stabil stronciummá való bomlását, mert amikor a folyékony kőzet megszilárdul, a rubidium hajlamos a képződő kéregben összegyűlni.
(a) Írd fel a bomlás egyenletét.

(b) Egy holdmeteoritból származó mintában a $^{87}Sr/^{87}Rb$ arány 0,0465. Ha tudnánk, hogy az összes ^{87}Sr a rubidium bomlásával keletkezett, mennyi idős lenne a minta?

(c) Az így kapott eredmény nem helytálló, mert a vulkáni kőzetekben már keletkezésükkor is megtalálható a stroncium. A kormeghatározáshoz ezért a ^{87}Sr és egy másik stabil izotóp, a változatlan mennyiségű ^{86}Sr arányát használják. A mostani $^{87}Sr/^{86}Sr$ arány a megszilárduláskor meglévő mennyiségből és a rubidiumbomlással keletkező mennyiségből tevődik össze:

$$\boxed{(\text{jelenlegi } ^{87}\text{Sr})/^{86}\text{Sr} = (\text{kezdeti } ^{87}\text{Sr})/^{86}\text{Sr} + (\text{bomlással keletkezett } ^{87}\text{Sr})/^{86}\text{Sr}}$$

A bomlással keletkezett ^{87}Sr a kezdeti ^{87}Rb és a jelenlegi ^{87}Rb különbsége. A kezdeti ^{87}Rb pedig a jelenleginek $2^{t/\tau}$-szorosa, ahol τ a felezési idő. Igy a fenti egyenlet a

$$\boxed{(\text{jelenlegi } ^{87}\text{Sr})/^{86}\text{Sr} = (\text{kezdeti } ^{87}\text{Sr})/^{86}\text{Sr} + (2^{t/\tau} - 1)\cdot(\text{jelenlegi } ^{87}\text{Rb})/^{86}\text{Sr}}$$

alakba írható. Ebből még mindig nem tudjuk a t időt meghatározni, hiszen a kezdeti stronciumarányt sem ismerjük. Az alábbi egyenletben m is, b is ismeretlen.

$$\boxed{\underbrace{(\text{jelenlegi } ^{87}\text{Sr})/^{86}\text{Sr}}_{y} = \underbrace{(\text{kezdeti } ^{87}\text{Sr})/^{86}\text{Sr}}_{b} + \underbrace{(2^{t/\tau} - 1)}_{m}\cdot\underbrace{(\text{jelenlegi } ^{87}\text{Rb})/^{86}\text{Sr}}_{x}}$$

Csakhogy míg egy kőzet megszilárdulásakor az egymás után kikristályosodó különféle ásványok kezdeti stronciumtartalma ugyanaz, a kezdeti rubidiumtartalmuk nem, a rubidium különféle mértékben dúsul fel bennük. Így a minta egyes részei különböző izotóparányokat mutatnak.
Az egyenletben tehát x és y más és más, de m és b ugyanaz. A minta különböző részei alapján x függvényében y-t ábrázolva egyenest kapunk.

Az Antarktiszon talált holdmeteorit két darabjából a spektroszkópiai elemzés az alábbi izotóparányokat állapította meg:

Részminta	**$^{87}Rb/^{86}Sr$**	**$^{87}Sr/^{86}Sr$**
1.	0,077790	0,703415
2.	0,001330	0,699193

Mennyi idős a meteorit?

10 Magfizikai feladatok, tömeg és energia

TÖMEG ÉS ENERGIA

10.7 (a) A Nap tömege $1{,}99 \cdot 10^{30}$ kg, keletkezésekor benne a hidrogén aránya 74 tömegszázalék volt. Hány hidrogénatom volt a Napban?

(b) A Napban másodpercenként $9{,}5 \cdot 10^{37}$ darab héliummag keletkezik. Ebben az ütemben hány év alatt fogyna el az összes hidrogén?

(c) Finomítsuk a becslésünket: a fúzió nem az egész Napban történik, csak a magjában. A mag sugara 140 000 km, sűrűsége 150 g/cm^3. Hány hidrogénatom van a magban, ha feltételezzük, hogy a hidrogén aránya
74 tömegszázalék?

(d) Ebben az ütemben mennyi idő alatt fogyna el a magban lévő összes hidrogén?

(e) A Napnak a tudomány által elfogadott becsült élettartama ennél kevesebb, „csak” tízmilliárd év. A magban levő hidrogén nem mind alakul héliummá. Kezdeti hidrogéntartalmának hány százalékát tudja a Nap a jelenlegi módon héliummá alakítani?

10.8 (a) A Föld légkörét elérő napsugárzás intenzitása 1370 W/m^2 (napállandó). Mennyi a Nap által kisugárzott teljesítmény (a Nap luminozitása)?

(b) A napsugárzás energiájának forrása a hidrogén magfúziója, héliummá alakulása. A Napban zajló fúziós folyamatok eredményeképp négy hidrogénatomból jön létre egy héliumatom. Ezeknek a magoknak a tömege

$m_H = 1{,}67250 \cdot 10^{-27}$ kg, illetve $m_{He} = 6.64408 \cdot 10^{-27}$ kg.

Másodpercenként mekkora tömeg alakul a Napban sugárzó energiává?

(c) Másodpercenként mekkora tömegű hidrogént „használ el” a Nap?

(d) Keletkezésekor a Nap tömegének kb. 75%-a volt hidrogén. Hány évig folytatódnak jelenlegi formájukban a hidrogénfúziós folyamatok, ha feltételezzük, hogy a készlet 15%-ának kimerülése után a Nap fejlődése új fázisba lép?

(e) A Naprendszer kb. 5 milliárd éve keletkezett. Még hány évig folytatódhatnak jelenlegi formájukban a hidrogénfúziós folyamatok?

10.9 Tegyük fel, hogy a Nap sugárzási teljesítménye állandó. A Nap tömege $2{,}0 \cdot 10^{30}$ kg, a napállandó 1400 W/m^2. Egy proton-proton ciklus során 27 MeV energia szabadul fel.
(a) A sugárzás következtében mennyi tömeget veszít a Nap egy év alatt?

(b) Hány, a Napból származó neutrínó halad át 1 másodperc alatt egy ember testén?

10.10 Amikor a nap tízmilliárd év alatt elhasználta hidrogénkészletének 10%-át, luminozitását 100-szorosára növelve vörös óriássá alakul. Tegyük fel, hogy energiaforrása ekkor is kizárólag a hidrogén fúziója. Mennyi idő alatt használja el vörös óriásként az összes megmaradó hidrogént?

10.11 A képen két összeütköző galaxis látható. (A déli égbolton levő Páva csillagképben vannak, a Naptól mintegy 300 millió fényévnyire.) A nagyobbik galaxis az NGC-6872, a középpontja feletti kisebb pedig az IC-4970. Az NGC-6872 mérete kb. 700 000 fényév, majdnem háromszor akkora, mint a mi Tejútrendszerünk. Noha az NGC-6872 sokkal nagyobb, az esemény főszereplője mégis az IC-4970, ugyanis a közepében hatalmas tömegű fekete lyuk található, amely folyamatosan csillagközi gázt és port, valamint csillagokat nyel el. Az elnyelt anyagot a nagyobb galaxisból szakítja ki, gravitációja révén.
Amint az anyag a fekete lyuk felé zuhan, a fekete lyukat körülvevő, körülötte keringő koronggá laposodik, úgynevezett akkréciós korongot hoz létre. A korongot alkotó gáz által fény és más elektromágneses hullámok formájában kisugárzott energia miatt a fekete lyuk nagy távolságról detektálható fényes forrásként viselkedik. Csak a röntgentartományt tekintve 450 milliószor annyi energiát bocsát ki, mint a Nap teljes sugárzó teljesítménye.

http://spacemath.gsfc.nasa.gov

Nem forgó fekete lyuk esetén a nagy tömegű fekete lyukba belezuhanó anyag tömegének kb. 7%-ával ekvivalens mennyiségű sugárzó energia keletkezik.
(a) Mennyi energia sugárzódik ki, mialatt a fekete lyuk 1 naptömegnyi anyagot elnyel?

(b) Mutassuk meg, hogy ha a nagy tömegű fekete lyukba belezuhanó anyag évi mennyisége a naptömeg x-szerese, akkor a kibocsátott leljesítmény a Nap luminozitásának $1{,}1\cdot10^{12}\cdot x$-szerese.

(c) Hány naptömegnyi anyagnak kell belezuhannia évente a fekete lyukba, hogy fedezze az IC-4970 magjában levő fekete lyuk röntgensugárzó teljesítményét?

(d) Hány naptömegnyi anyagnak kell belezuhannia évente egy fekete lyukba, hogy fedezze egy átlagos kvazár által kisugárzott teljesítményt, amely a Nap luminozitásának kb. 2 billiószorosa?

(e) A mi Tejútrendszerünk közepében található fekete lyuk luminozitása becslések szerint a Nap luminozitásának 2500-szorosa. Milyen ütemben gyűjti magába az anyagot?

10.12 A GRB031332 néven katalogizált gammakitörés $8\cdot10^{-10}$ W/m^2 intenzitást produkált a Földön, körülbelül 90 másodpercnyi ideig. Mérések szerint az esemény kb. 3000 Mpc távolságra történt.
(a) Mennyi volt a gammakitörés luminozitása? Hasonlítsd össze a Tejútrendszer teljes luminozitásával.

(b) Összesen mennyi energia szabadult fel? Hányszorosa ez egy tipikus szupernóvarobbanáskor felszabaduló kb. 10^{44} J energiának?

(c) Milyen folyamat termelhet ekkora mennyiségű energiát? Egy elképzelés szerint két összeütköző neutroncsillag lehet a forrás. Tegyük fel, hogy a két neutroncsillag tömege egyenként a naptömeg kétszerese, sugaruk pedig körülbelül 10 km. Mekkora nagyságrendű gravitációs potenciális energia szabadul fel, ha nagy távolságból egymásba zuhannak? Ha az így felszabaduló energiának körülbelül 10%-a alakulhat sugárzó energiává, van-e realitása ennek az elképzelésnek?

Megjegyzés:
Ugyanennyi gravitációs potenciális energia szabadulna fel akkor is, ha a két naptömegnyi neutroncsillagra rázuhanó újabb két naptömegnyi anyag nem egy másik neutroncsillag lenne, hanem „hagyományos” anyag: közönséges csillagok vagy csillagközi gázfelhő alkotná. Ekkor azonban a neutroncsillag erősen inhomogén gravitációs mezeje keringő koronggá húzná szét a belézuhanó anyagot, és az energia nem egyetlen rövid kitörésben, hanem hosszú idő alatt fokozatosan szabadulna fel. Csak egy kompakt, nagyon erősen kötött objektum tud ellenállni az árapályerőknek és egyszerre belezuhanni.

10.13 Az Ősrobbanást követő pillanatokban az Univerzum igen forró volt, de folyamatosan hűlt.
m tömegű részecskék keletkezése csak addig volt lehetséges, míg az ütközés energiája fedezte az ehhez szükséges $E = mc^2$ energiamennyiséget.
Matematikai modellek szerint az Ősrobbanás után t másodperccel az Univerzum hőmérséklete

$$T = \frac{10^{10}}{\sqrt{t}}$$

kelvin volt. T hőmérsékleten a részecskék összeütközésekor az új részecskék keltésére fordítódó átlagos ütközési energiát kT-vel becsülhetjük, ahol k a Boltzmann-állandó.
(a) Az Ősrobbanás után 100 másodperccel mennyi volt az Univerzum hőmérséklete, és mekkora volt az átlagos ütközési energia?

(b) Az ütköző részecskéknek együttesen mekkora ütközési energiával kell rendelkezniük, hogy proton-antiproton pár keltése lehetséges legyen?

(c) Az Ősrobbanás után körülbelül mennyi ideig volt ehhez elegendő az átlagos energia?
Egyszerű számolás megadott összefüggésekkel.

(d) Egy top kvark keltéséhez 175 GeV energiára van szükség. Milyen forrónak kellett lennie az Univerzumnak, amikor még top-antitop párok keletkezhettek? Mennyi ideig volt ez lehetséges?

(e) Ha reprodukálni akarjuk az akkoriban uralkodó körülményeket, azt kell elérnünk, hogy a részecskék akkora energiákkal ütközzenek össze, amekkorával az Ősrobbanás után rendelkeztek. Az Ősrobbanás után mennyi idővel uralkodó állapotot lehet vizsgálni a CERN Nagy Hadronütköztetőjében (LHC), ha 15 TeV ütközési energiával ütköznek össze a részecskenyalábok?

10 Magfizikai feladatok, tömeg és energia

FELELETVÁLASZTÁSOS FELADATOK

1. A Nap összetételében melyik két elem tömegszázaléka a legnagyobb?
A. szén és oxigén.
B. hélium és szén.
C. hidrogén és oxigén
D. hidrogén és hélium.

2. Milyen halmazállapotú a Nap magja?
A. szilárd
B. folyadék
C. gáz
D. plazma

3. Hány kelvin a Nap fotoszférájának hőmérséklete?
A. 450-600 K
B. 4500-6000 K
C. 450 000-600 000 K
D. 45-60 millió K

4. Körülbelül hány kelvin a Nap magjának hőmérséklete?
A. 600 K
B. 6000 K
C. 600 000 K
D. 10-15 millió K

5. Melyik folyamatból származik a napsugárzás energiája?
A. A magjában végbemenő fúziós reakciókból.
B. A magjában végbemenő hasadási reakciókból.
C. Az összeroskadáskor felszabaduló gravitációs potenciális energiából.
D. Szén és más anyagok oxidációjából (égéséből)?

6. Melyik folyamat az alapja a Nap energiatermelésének?
A. maghasadás
B. párkeltés
C. magfúzió
D. oxidáció (égés)

7. Miért fontos megfigyelni a Napból érkező neutrínókat?
A. Mert nagyobb az energiájuk, mint a fotonoké.
B. Mert könnyebb őket detektálni, mint a fotonokat.
C. Mert általuk közvetlen információt nyerhetünk a Nap felszínéről.
D. Mert általuk közvetlen információt nyerhetünk a Nap belsejéről.

8. Ahogyan a Nap öregszik, egyre kevesebb benne a(z) ________ és egyre több a(z) ________ .
A. hélium, hidrogén
B. urán, ólom
C. hidrogén, hélium
D. oxigén, szén

9. Napban nukleáris fúzió zajlik. Mely anyag mennyisége nő a Napban a fúzió során?
A. A fúzió során a Napban lévő hidrogén mennyisége nő.
B. A fúzió során a Napban lévő hélium mennyisége nő.
C. A fúzió során a Napban lévő nukleonok száma nő.

10. Melyik a legnehezebb elem, amely a legnagyobb tömegű csillagokban magfúzióval még létrejöhet?
A. hélium
B. oxigén
C. vas
D. urán

11. Melyik elem keletkezik kizárólag szupernóva-robbanásban?
A. vas
B. oxigén
C. szén
D. urán

12. Ha egy gáz- és porfelhő gravitációs összehúzódása nem termel elegendő energiát ahhoz, hogy a közepében beindulhasson a magfúzió, akkor mi lesz belőle?
A. neutroncsillag
B. protoncsillag
C. fehér törpe
D. barna törpe

13. Mi lesz a Napból, amikor a magjában annyira megfogyatkozik a hidrogén, hogy a jelenlegi állapota instabillá válik?
A. fehér törpe
B. fekete törpe
C. vörös óriás
D. kék szuperóriás

14. Ha egy csillag magjában fogy az üzemanyag, honnan származik az az energia, amely kellőképpen felfűti a magot, hogy beindulhasson a fúziós folyamat következő fázisa?
A. Kémiai reakciókbólszabadul fel.
B. Más fúziós reakciókból.
C. Gravitációs összehúzódásból.
D. Egyikből sem. A fúzió nem folytatódik.

15. Minél nagyobb egy Naphoz hasonló csillag tömege, annál
A. vörösebb.
B. nagyobb a luminozitása.
C. tovább tart, míg vörös óriás lesz belőle.
D. nagyobb százalékban tartalmaz nehéz elemeket.

16. Tekintsünk két Naphoz hasonló (úgynevezett fősorozati) csillagot. A nagyobb tomegű csillagnak
A. kisebb a luminozitása és rövidebb az élettartama.
B. nagyobb a luminozitása és rövidebb az élettartama.
C. nagyobb a luminozitása és hosszabb az élettartama.
D. kisebb a luminozitása és hosszabb az élettartama.

Megoldások 10

10.1 (a) A felvett teljesítmény

$$P = \frac{P_{el}}{\eta} = \frac{470}{0,08} = 5875\mathrm{W}$$

Ezt a radioaktív bomlások biztosítják, vagyis 1s alatt E_{boml} = 5875 J energia termelődik.

A másodpercenként elbomló radioaktív magok száma:
Egyetlen alfa részecske energiája:
E_α= 5,6 MeV= $5,6\cdot10^6\cdot1,6\cdot10^{-19} = 9,0\cdot10^{-13}$ J.
A másodpercenként elbomló magok száma:

$$N = \frac{E_{\mathrm{boml}}}{E_\alpha} = \frac{5875}{9,0\cdot10^{-13}} = 6,6\cdot10^{15}$$

(b) A tápegység teljesítménye szintén 88 év alatt feleződik.
Mivel az űrszonda teljes energiafelhasználása éppen a tápegység kezdeti teljesítményének a fele, ezért a tápegység teljesítménye egy felezési időnyi időtartam, azaz 88 év alatt csökken le erre a szintre.

(c) 2188-ban már 176 év telik el az űrszonda kilövése óta, ami a felezési idő kétszerese.
A tápegység teljesítménye ekkor már legfeljebb $P_0/4$ lehet, tehát a keresett teljesítmény
P = 117,5 W.

10.2 (a) A víz móltömege 18g, egy vízmolekulában 10 db proton van, így a tartályban levő 10^6 kg vízben levő protonok száma

$$\frac{10^6}{0,018}\cdot6\cdot10^{23}\cdot10 = 3,3\cdot10^{32}$$

A bomlási állandó

$$\lambda = \frac{\ln 2}{10^{31}} = 6,9\cdot10^{-32}\,/\,\text{év}$$

Az aktivitás ebből

$$A = \lambda N = 3,3\cdot6,9 = 23/\,\text{év}$$

(Egy év során a változás egyenletesnek tekinthető.)

(b) Ha a bomlások száma 7 év alatt kevesebb, mint 1, akkor 1 év alatt kevesebb, mit 1/7, ez a 23-nak 1/160 része. A fenti számolás megismétlésével, a felezési idő nagyobb, mint 160 $10^{31} = 1,6\cdot10^{33}$ év.

(c) Ha minden galaxisban 100 milliárd csillag van, és minden csillag olyan, mint a Nap, akkor a megfigyelhető Univerzum tömege

$$M = 10^{11}\cdot10^{11}\cdot2\cdot10^{30} = 2\cdot10^{52}\,\mathrm{kg}$$

A protonok és neutronok tömege $1,67\cdot10^{-27}$ kg, az elbomló protonok száma tehát összesen

$$\frac{2\cdot10^{50}}{1,67\cdot10^{-27}} = 1,2\cdot10^{79}$$

A protonszám 1-re való lecsökkenéséhez szükséges felezési idők száma

$$\log_2(1,2\cdot10^{79}) = 260$$

$260\cdot10^{33} \approx\cdot 10^{35}$ év szükséges.

10.3 (a) Az alfa-bomlások száma 6, tehát 6 db He atom.

(b) $0,5^{4,6/14} = 0,796$ mol a megmaradó mennyiség, vagyis 0,204 mol alakul át.
0,204·6 = 1,2 mol He képződik.

10.4 (a) 4,47 milliárd év alatt az U-238 atomok száma 0,5-szörösére csökkent, az U-235 atomoké pedig
$0,5^{4,47/0,704}$ = 0,0123-szeresére.
A hányados tehát 1,23:50
(1,23/51,23 ≈ 2,4% az U-235 hányada)

(b) A Pb-206 izotóp az U-238,
a Pb-207 pedig az U-235 bomlási sorának végén áll. (A köztes, rövid felezési idejű magok nem számítanak.)
Az U-238 atomok 50%-ából Pb-206 lett.
Az U-235 atomok megmaradó hányada 1,23%,
vagyis 98,8% alakult Pb-207 atommá.
Az izotóparány tehát $\frac{500}{988}$
(33,6% Pb-206 és 66,4% Pb-207).

(c) Az urán izotópjai már jelen voltak abban a gázfelhőben, amelyből a Naprendszer kialakult. (Másrészt, lehet, hogy sosem volt ugyanannyi belőlük.)

(d) A két mennyiség aránya 0,72/99,27 = 0,00725.

$$0,00725 = \frac{0,5^{t/0,704}}{0,5^{t/4,47}} = \left(0,5^t\right)^{\left(\frac{1}{0,704}-\frac{1}{4,47}\right)} = \left(0,5^t\right)^{1,20}$$

$$0,5^t = 0,00725^{1/1,20} = 0,0163$$

$$t = \frac{\log 0,0163}{\log 0,5} = 5,9\,\text{milliárd év}$$

(e) Az U-234 folyamatosan képződik az U-238 bomlástermékeként.

10.5 (a) Az $N = N_0 \cdot 2^{\frac{-t}{\tau}}$ bomlástörvény alapján a két izotóp megmaradt mennyisége:

Az ^{235}U esetében $2^{\frac{-6}{0,704}} = 0,27\%$,

az ^{238}U esetében $2^{\frac{-6}{4,47}} = 39,4\%$.

(b) A mai izotóparányt az eredeti mennyiségekkel kifejezve:

$$\frac{N_{238} \cdot 0,394}{N_{235} \cdot 0,0027} = \frac{99,28}{0,72}$$

Innen az eredeti arány

$$\frac{N_{238}}{N_{235}} = 1,05 \approx 1$$

adódik, azaz körülbelül egyenlő arányban keletkeztek.

Az ^{235}U-izotóp felezési ideje jóval kisebb, így sokkal nagyobb része bomlott el, mint az ^{238}U-izotópnak.

10.6 (a) A Rubidium rendszáma 37, a stronciumé 38, tehát negatív béta-bomlásról van szó:

$$^{87}_{37}\text{Rb} \rightarrow ^{87}_{38}\text{Sr} + ^{0}_{-1}\beta + ^{0}_{0}\bar{\nu}$$

(b) A megmaradt rubidium aránya a kezdeti mennyiséghez

$$1 - 0,0465 = 0,9535.$$

$$0,9535 = 0,5^{t/\tau}$$

$$t/\tau = 0,0687$$

$$t = 0,0687 \cdot 4,88 \cdot 10^{10} = 3,4 \cdot 10^9 \text{ év}$$

(c) A megadott (0,077790; 0,703415) és (0,001330; 0,699193) pontokra illeszkedő egyenes meredeksége

$$m = \frac{0,703415 - 0,699193}{0,077790 - 0,001330} = 0,055218$$

$$0,055218 = 2^{t/\tau} - 1$$

$$t/\tau = 0,07754$$

$$t = 0,07754 \cdot 4,88 \cdot 10^{10} = 3,78 \cdot 10^9 \text{ év}.$$

10.7 (a) A hidrogén móltömege 1,0 g. A hidrogénatomok száma

$$\frac{1,99 \cdot 10^{30} \cdot 0,74}{0,0010 / 6,02 \cdot 10^{23}} = 8,9 \cdot 10^{56}.$$

(b) Egy héliummag négy hidrogénmagból keletkezik.

$$\frac{8,9 \cdot 10^{56}}{4 \cdot 9,5 \cdot 10^{37}} = 2,3 \cdot 10^{18} \text{s} = 7,4 \cdot 10^{10} \text{ év}$$

(c) A Nap magjának tömege

$$m = \rho \cdot \frac{4}{3} R^3 \pi =$$

$$= 1,5 \cdot 10^5 \cdot \frac{4}{3} (1,4 \cdot 10^8)^3 \pi = 1,7 \cdot 10^{30} \text{ kg}.$$

A Nap magjában levő hidrogénmagok száma

$$\frac{1,7 \cdot 10^{30} \cdot 0,74}{0,0010 / 6,02 \cdot 10^{23}} = 7,7 \cdot 10^{56}$$

(d) $\dfrac{8,9 \cdot 10^{56}}{4 \cdot 9,5 \cdot 10^{37}} = 2,0 \cdot 10^{18} \text{s} = 6,4 \cdot 10^{10} \text{ év}$

(e) Valójában csak $1 \cdot 10^{10}$ év, tehát a magjában levő hidrogénnek csak 1/6,4 részét alakítja héliummá:

$$\frac{7,7 \cdot 10^{56}}{6,4} = 1,2 \cdot 10^{56} \text{ kg}.$$

Az összes hidrogénnek ez

1,2/8,9 = 13%-a.

10.8 (a) A napállandó szorozva a Nap körüli 1 CSE sugarú gömb felszínével:

$$P = 4r^2\pi \cdot S =$$

$$= 4 \cdot (1,5 \cdot 10^{11})^2 \cdot \pi \cdot 1380 = 3,9 \cdot 10^{26} \text{ W}.$$

(b) Egy héliumatom keletkezéséhez szükséges

$$\Delta m = 4m_{\text{H}} - m_{\text{He}} =$$

$$= (4 \cdot 1,67250 - 6,6408) \cdot 10^{-27} = 4,59 \cdot 10^{-29} \text{ kg}.$$

Az ebből felszabaduló energia

$$E = \Delta m \cdot c^2 =$$

$$= 4,59 \cdot 10^{-29} \cdot (3,00 \cdot 10^8)^2 = 4,13 \cdot 10^{-12} \text{ J}.$$

A másodpercenként keletkező héliumatomok száma

$$\frac{3,9 \cdot 10^{26}}{4,13 \cdot 10^{-12}} = 9,44 \cdot 10^{37}.$$

Az ennek megfelelő tömeg

$$9,44 \cdot 10^{37} \cdot 4,59 \cdot 10^{-29} = 4,3 \cdot 10^9 \text{ kg}.$$

(c) A hidrogén tömegének sugárzó energiává alakuló hányada

$$\frac{\Delta m}{4m_H} = \frac{4,59 \cdot 10^{-29}}{6,69000 \cdot 10^{-27}} = 0,686\%.$$

Az elhasznált hidrogén másodpercenként

$$\frac{4,3 \cdot 10^9}{0,00686} = 6,3 \cdot 10^{11} \text{ kg}.$$

(d) A Nap tömege $2{,}0 \cdot 10^{30}$ kg.
Ebből az összesen elhasznált hidrogén

$$0{,}75 \cdot 0{,}15 \cdot 2{,}0 \cdot 10^{30} = 2{,}2 \cdot 10^{29}\ \text{kg}.$$

Az élettartam

$$\frac{2{,}2 \cdot 10^{29}}{6{,}3 \cdot 10^{11}} = 3{,}5 \cdot 10^{17}\,\text{s} \approx 10\ \text{milliárd év}.$$

(e) A 10 milliárd évnek a fele eltelt, még kb. 5 milliárd év van hátra.

10.9 (a) A Nap teljes kisugárzott teljesítménye (luminozitása)

$$P = I \cdot 4\pi \cdot d^2 =$$

$$= 1400 \cdot 4\pi \cdot (1{,}5 \cdot 10^{11})^2 = 4{,}0 \cdot 10^{26}\,\text{W}$$

Az egy év alatt kisugárzott energia

$$E = Pt = 4{,}0 \cdot 10^{26} \cdot 3600 \cdot 24 \cdot 365 = 1{,}2 \cdot 10^{34}\,\text{J}$$

A tömeg-energia összefüggés alapján a tömegveszteség

$$\Delta m = \frac{E}{c^2} = \frac{1{,}2 \cdot 10^{34}}{(3{,}0 \cdot 10^8)^2} = 1{,}4 \cdot 10^{17}\,\text{kg}$$

(b) Az 1 s alatt kisugárzott energiát a proton-proton ciklus során felszabaduló energiával osztva:

$$\frac{4{,}0 \cdot 10^{26}}{27 \cdot 10^6 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 9{,}5 \cdot 10^{37}.$$

Másodpercenként ennyi proton-proton ciklus játszódik le.
A proton-proton ciklus nettó eredménye:

$$4\,{}^1_1\text{H}^+ \rightarrow {}^4_2\text{He} + 2\text{e}^+ + 2\nu + 26{,}7\,\text{MeV}$$

Vagyis ciklusonként 2 db neutrínó távozik, azaz másodpercenként összesen $1{,}9 \cdot 10^{38}$ db.
Testünknek a Nap irányára merőleges felületét átlagosan 0,5 m^2-nek tekintve a rajta áthaladó neutrínók száma másodpercenként

$$\frac{1{,}9 \cdot 10^{38} \cdot 0{,}5}{4\pi \cdot (1{,}5 \cdot 10^{11})^2} \approx 3 \cdot 10^{14}.$$

Vagy:
A testünk 0,5 m^2-nek becsült keresztmetszetét érő sugárzás teljesítménye $0{,}5 \cdot 1400 = 700$ J/s.
Ez másodpercenként

$$\frac{700}{26{,}7 \cdot 10^6 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 1{,}6 \cdot 10^{14}$$

darab proton-proton ciklusból felszabaduló energiát jelent.
A neutrínók és a sugárzás intenzitása egyaránt négyzetesen csökken a távolsággal. Így a neutrínók száma ennek kétszerese, $\approx 3 \cdot 10^{14}$ db/s.

10.10 9-szer annyi hidrogénje maradt, mint amennyit 10 milliárd év alatt elhasznált, de 100-szor olyan gyorsan fogyasztja, így 9/100-szor annyi, vagyis 900 millió évig működhet ilyen módon.

10.11 (a) $E = 0{,}07mc^2 =$

$$= 0{,}07 \cdot 2{,}0 \cdot 10^{30} \cdot (3{,}0 \cdot 10^8)^2 = 1{,}3 \cdot 10^{46}\,\text{J}$$

(b) $1{,}3 \cdot 10^{46}$ J/év =

$= 1{,}3 \cdot 10^{46}$ J/$3{,}1 \cdot 10^7$ s $= 4{,}2 \cdot 10^{38}$ W

$$\frac{4{,}2 \cdot 10^{38}}{3{,}9 \cdot 10^{26}} = 1{,}1 \cdot 10^{12}$$

(c) $\dfrac{450 \cdot 10^6}{1{,}1 \cdot 10^{12}} = 4{,}1 \cdot 10^{-4}$ naptömeg.

(d) $\dfrac{2 \cdot 10^{12}}{1{,}1 \cdot 10^{12}} = 1{,}8$ naptömeg.

(e) $\dfrac{2500}{1{,}1 \cdot 10^{12}} = 2{,}3 \cdot 10^{-9}$ naptömeg/év.

10.12 (a) $L = 4\pi \cdot d^2 \cdot I =$

$$= 4\pi \cdot (3000 \cdot 3{,}1 \cdot 10^{22})^2 \cdot 8 \cdot 10^{-10} = 9 \cdot 10^{43}\,\text{W}$$

A Tejútrendszerben kb. százmilliárd csillag van, a Nap pedig átlagos csillag, így a Tejútrendszer luminozitása körülbelül

$$L = 10^{11} \cdot 4 \cdot 10^{26} = 4 \cdot 10^{37}\,\text{W}.$$

A gammakitörés több, mint kétmilliószor ilyen fényes.

(b) $E = L \cdot t = 9 \cdot 10^{43} \cdot 90 = 8 \cdot 10^{45}\,\text{J}$
80-szor nagyobb energia szabadul fel, mint a szupernóva-robbanásból.

(c) Ha $r \approx 10$ km távolságra közelítik meg egymást, a felszabaduló energia

$$E = \frac{\gamma M^2}{r} = \frac{6{,}7 \cdot 10^{-11} \cdot (4 \cdot 10^{30})^2}{10000} = 1 \cdot 10^{47}\,\text{J}$$

Ennek 10% képes fedezni a gammakitörés energiáját, az ütköző neutroncsillagok elképzelése (ebből a szempontból) lehet jó magyarázat.

10.13 (a) $T = \dfrac{10^{10}}{\sqrt{100}} = 10^9\,\text{K}$,

$$E = kT = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 10^9 = 1{,}4 \cdot 10^{-14}\,\text{J} = 86\,\text{keV}$$

(b) $2m_\text{p} \cdot c^2 = 2 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 =$

$$= 3{,}0 \cdot 10^{-10}\,\text{J} = 1{,}9 \cdot 10^9\,\text{eV} \approx 2\,\text{GeV}$$

(c) $E = kT$

$$T = \frac{E}{k} = \frac{3{,}0 \cdot 10^{-10}}{1{,}38 \cdot 10^{-23}} = 2{,}2 \cdot 10^{13}\,\mathrm{K}$$

$$t = \left(\frac{10^{10}}{T}\right)^2 = \left(\frac{10^{10}}{2{,}2 \cdot 10^{13}}\right)^2 = 2{,}1 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{s} = 0{,}21\mu\mathrm{s}$$

(d) $E = 2 \cdot 175$ GeV $= 5{,}6 \cdot 10^{-8}$ J

$$T = \frac{E}{k} = \frac{5{,}6 \cdot 10^{-8}}{1{,}38 \cdot 10^{-23}} = 4{,}1 \cdot 10^{15}\,\mathrm{K}$$

$$t = \left(\frac{10^{10}}{T}\right)^2 = \left(\frac{10^{10}}{4{,}1 \cdot 10^{15}}\right)^2 = 6 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{s} = 6\mathrm{ps}$$

(e) $T = \frac{E}{k} = \frac{15 \cdot 10^{12} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{1{,}38 \cdot 10^{-23}} = 1{,}7 \cdot 10^{17}\,\mathrm{K}$

$$t = \left(\frac{10^{10}}{T}\right)^2 = \left(\frac{10^{10}}{1{,}7 \cdot 10^{17}}\right)^2 = 3 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{s} = 3\mathrm{fs}$$

FELELETVÁLASZTÁSOS FELADATOK

1. D. hidrogén és hélium.

2. D. plazma

3. B. 4500-6000 K

4. D. 10-15 millió K

5. A. A magjában végbemenő fúziós reakciókból.

6. C. magfúzió

7. D. Mert általuk közvetlen információt nyerhetünk a Nap belsejéről.

8. C. hidrogén, hélium

9. B. A fúzió során a Napban lévő hélium mennyisége nő.

10. C. vas

11. D. urán

12. D. barna törpe

13. C. vörös óriás

14. C. Gravitációs összehúzódásból.

15. B. nagyobb a luminozitása.

16. B. nagyobb a luminozitása és rövidebb az élettartama.

FOGALOM- ÉS KÉPLETTÁR

TÖMÖR EMLÉKEZTETŐ

Matematika

A gömb felszíne: $A = 4\pi \cdot r^2$

A gömb térfogata: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$

Szinusztétel: $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$

Koszinusztétel: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$

Egyenletes körmozgás

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$v = r\omega$$

$$a_{cp} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 \cdot r$$

Kinetikus gázelmélet

Az abszolút hőmérséklet a részecskék átlagos (transzlációs) mozgási energiájával arányos.
T hőmérsékleten a részecskék egy szabadsági fokára jutó átlagos mozgási energiája $\frac{1}{2}kT$,
ahol $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K a Boltzmann-állandó

Fotonok

Az f frekvenciájú elektromágneses sugárzás fotonjainak energiája

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda}.$$

A fotonok lendületet is hordoznak, a fény tehát nyomást fejt ki az útjában levő felületre.
Az E energiájú foton lendülete

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{E}{c}.$$

Radioaktív bomlástörvény

Valószínűségi folyamat, semmiféle külső körülmény (nyomás, hőmérséklet, kémia, stb. nem befolyásolja). Adott időn belül minden egyes atommag ugyanakkora valószínűséggel bomlik el, ezért az időegység alatt bekövetkező bomlások száma, azaz a minta A aktivitása, egyenesen arányos a meglevő magok N számával:

$$A = \lambda N,$$

ahol a λ arányossági tényező az adott radioaktív izotópra jellemző, úgynevezett bomlási állandó.
Ebből következik, hogy a meglevő magok száma az idővel exponenciálisan csökken.
Ha $t = 0$ időpillanatban a magok száma N_0, akkor

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}.$$

A bomlástörvény a felezési idővel is felírható. A kiinduláskor meglévő magok számát (1/2)-nek annyiadik hatványával kell megszorozni, ahányszor eltelt a felezési idő:

$$N(t) = N_0 \cdot (1/2)^{\frac{t}{\tau}}$$

$$N(t) = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{\tau}}$$

Felezési idő

Kétféleképpen szokták definiálni, a kettő matematikailag ekvivalens:
1. az az időtartam, amennyi idő alatt a mintában levő magok fele elbomlik;
2. az az időtartam, amennyi időn belül egy adott mag 1/2 valószínűséggel bomlik el.
A felezési idő és a bomlási állandó közötti összefüggés:

$$\tau = \frac{\ln 2}{\lambda}.$$

Einstein-féle tömeg-energia ekvivalenciaösszefüggés:

$$E = m \cdot c^2$$

Ha egy csillag kisugároz E mennyiségű energiát, ennek megfelelő mennyiségű tömeget veszít.

Atommag kötési energiája

Amennyit az adott magot alkotó nukleonok szétválasztásához kellene befektetni.
A mag tömege mindig kisebb, mint a magot alkotó nukleonok együttes tömege. Ez a különbség a Δm tömegdefektus / tömeghiány. A Z rendszámú és A tömegszámú mag esetében

$$\Delta m = Z \cdot m_{\mathrm{p}} + (A - Z) \cdot m_{\mathrm{n}} - m_{\mathrm{mag}}$$

Az Einstein-féle összefüggés értelmében szétválasztás esetén ennyi tömeg keletkezését kellene fedeznie a befektetett energiának, vagyis a kötési energia

$$E = \Delta m \cdot c^2$$

GRAVITÁCIÓ, CSILLAGÁSZAT, ASZTROFIZIKA

Kepler-törvények / a bolygómozgás törvényei

I. A bolygók ellipszis alakú pályán keringenek a Nap körül, amely ezeknek az ellipsziseknek az egyik fókuszpontjában van.

II. A Napot a bolygóval összekötő egyenes szakasz (rádiuszvektor/sugárvektor) egyenlő idők alatt egyenlő területeket súrol.

III. A bolygók keringési idejének négyzete egyenesen arányos a pályájuk nagytengelyének köbével:

$$\frac{a^3}{T^2} = \text{állandó}.$$

A Kepler-törvények fizikai háttere:

A Kepler-törvények az egyetemes tömegvonzási törvényből következnek.

Egyetemes tömegvonzási törvény / Newton-féle gravitációs törvény

Bármely két, egymástól r távolságra lévő m_1 és m_2 ponttömeg

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

nagyságú erővel vonzza egymást ahol γ a gravitációs állandó.

A gravitációs állandó (közelítő) értéke

$$\gamma = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

Megjegyzés:
A Kepler-törvények nemcsak a Nap körül keringő bolygók mozgására érvényesek, hanem más központi test körül, a távolságnégyzettel fordítottan arányos vonzóerő hatása alatt keringő testekre is.
Galilei fedezett fel először más test körül keringő objektumokat: a Jupiter négy legbelső holdját. Ezeket ma Galilei-holdaknak nevezzük.

A Kepler-törvények és a gravitációs törvény közötti összefüggés

A területi törvény ekvivalens a bolygó perdületének állandóságával. Ez azt jelenti, hogy a bolygóra ható erő forgatónyomatéka nulla, vagyis az erő centrális: a bolygót a Nappal összekötő egyenes mentén hat.

A keringési időkre vonatkozó törvényt körpályára alkalmazva ekvivalens azzal, hogy a bolygóra a Nap felé mutató, a távolság négyzetével fordítottan arányos erő hat.

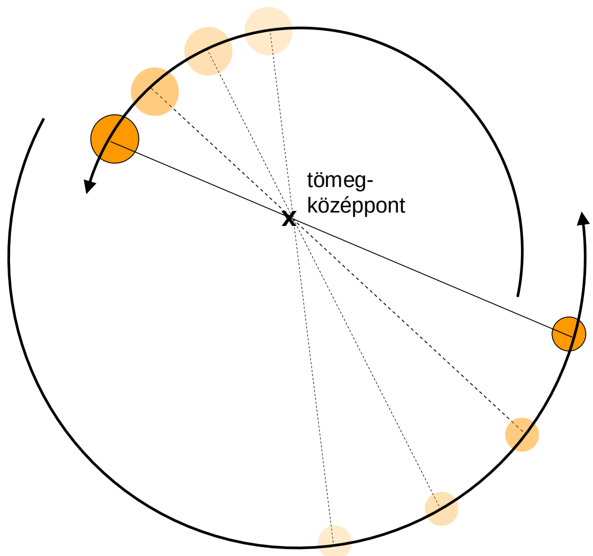
Bebizonyítható, hogy ha egy tömegpontra a távolság négyzetével fordítottan arányos centrális vonzóerő hat, akkor a tömegpont – a kezdeti helyétől és kezdősebességétől (vagyis az összenergiájától) függően – ellipszis, parabola vagy hiperbola (összefoglaló néven kúpszelet) alakú pályán mozog.

A Kepler III. törvényében szereplő állandó

Értéke megkapható a tömegvonzási törvényből: Az M tömegű központi égitest körül ellipszispályán keringő, hozzá képest elhanyagolható tömegű objektumok esetében

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{\gamma M}{4\pi^2}.$$

Ha két tömeg összemérhető, a zárt rendszer lendületének állandósága miatt az inerciarendszerből szemlélve a keringés a tömegközéppont körül történik. A tömegközéppont a két testet összekötő szakaszt a tömegekkel fordított arányban osztja.



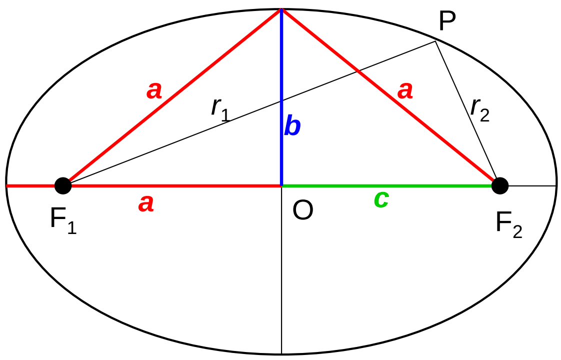
Egymástól a távolságra, a rendszer tömegközéppontja körül T periódusidővel keringő, összemérhető M és m tömegek (például két egymás körül keringő csillag, azaz kettőscsillag) esetén

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{\gamma (M+m)}{4\pi^2}$$

Megjegyzés:
A kettőscsillag lehet úgynevezett vizuális kettős, ha távcsővel valóban látjuk a két különálló csillagot. Fedési kettős, amikor a fénygörbéből az egyik csillagnak a másik előtt való átvonulására lehet következtetni. Asztrometriai kettős, amikor egy látható csillag imbolygása, színképi kettős, ha pedig a csillag színképvonalainak Doppler-eltolódásában megfigyelt periodikus változás utal a partner jelenlétére.

Ellipszis

Az ellipszis azon pontok mértani helye a síkban, amelyekre a sík két adott pontjától való távolság összege egy megadott, a két pont távolságánál nagyobb érték.



$$F_1P + F_2P = \text{állandó} = 2a > F_1F_2 = 2c$$
$$r_1 + r_2 = 2a$$

Az F_1 és F_2 pontok neve fókusz vagy gyújtópont.

Nagytengely, kistengely, excentricitás

Definíciójából következik, hogy az ellipszisnek két szimmetriatengelye van:
a nagytengely hossza $2a$, a rá merőleges kistengely hossza $2b$, ahol

$$b^2 = a^2 - c^2$$

Az ellipszis elnyúltságának mértéke az excentricitásnak nevezett

$$e = \frac{c}{a}$$

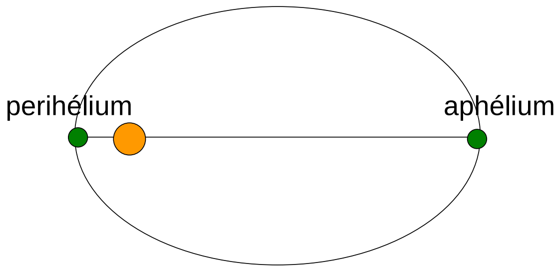
hányados, dimenzió nélküli szám.

Megjegyzés:
Más szóhasználatban az e arányszám neve numerikus excentricitás, a c hosszúságé pedig lineáris excentricitás.

(A kör az ellipszis speciális esete, ahol $F_1 = F_2$, $a = r$, $c = 0$, $e = 0$.)

Pericentrum és apocentrum

A vonzócentrum körül keringő objektum ellipszispályájának legközelebbi ($r = a - c$), illetve legtávolabbi ($r = a + c$) pontjának neve. A Nap körül keringő bolygók esetében perihélium és aphélium (helytelenül afélium).
Hasonlóan, más csillag körül keringő bolygókra periasztron, illetve apoasztron, a Föld körül keringő testek esetén pedig perigeum, illetve apogeum.



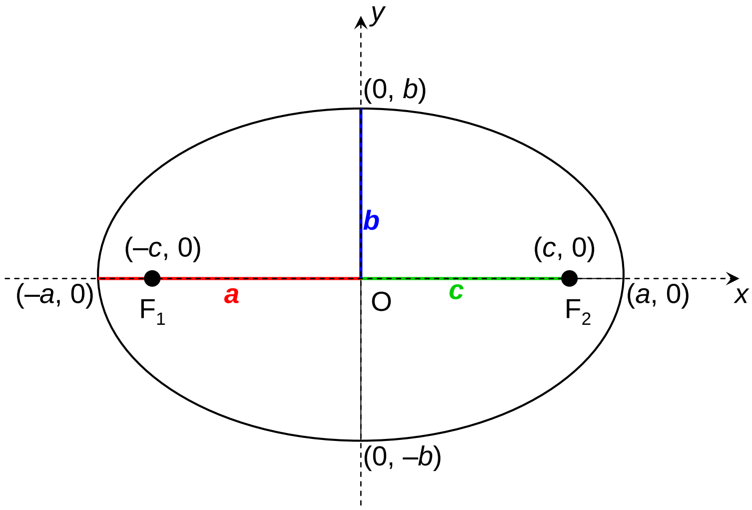
Az ellipszis egyenlete

Ha az ellipszis középpontja az origó és nagytengelye az x-tengelyre illeszkedik, az ellipszis egyenlete derékszögű koordinátákkal kifejezve

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Ha az ellipszist eltoljuk az origóból úgy, hogy középpontja az (u, v) pontba kerül:

$$\frac{(x-u)^2}{a^2} + \frac{(y-v)^2}{b^2} = 1.$$



Gravitációs térerősség

Egységnyi pontszerű tömegre ható gravitációs erő, $\left[\frac{\text{N}}{\text{kg}}\right]$. Nagysága az M ponttömegtől r távolságra:

$$g = \frac{F}{m} = \frac{\gamma M}{r^2}$$

A súlyos és tehetetlen tömeg egyenlősége miatt számértékében azonos a g $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]$ gravitációs gyorsulással.

M ponttömeg körül r sugarú körpályán keringő testnek ennyi a centripetális gyorsulása, ebből a keringés sebessége

$$v = \sqrt{\frac{\gamma M}{r}}$$

Felszíni gravitációs gyorsulás

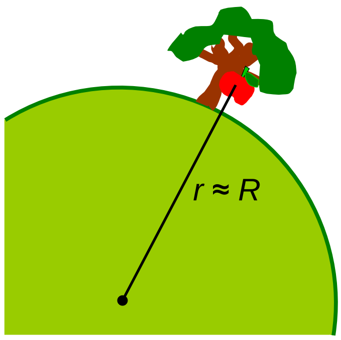
R sugarú, gömbszimmetrikusnak tekintett test középpontjától $r \geq R$ távolságban g úgy tekinthető, mintha a gömb teljes tömege a középpontban lenne.

R sugarú, M tömegű égitest felszínén

$$g = \frac{\gamma M}{R^2}$$

Például a Föld felszínéhez közel

$$g = \frac{\gamma M_{\text{Föld}}}{R^2_{\text{Föld}}} = 9{,}8\frac{\text{N}}{\text{kg}} = 9{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



Megjegyzés:
g-vel valójában a szabadesés gyorsulását (nehézségi gyorsulás) szokás jelölni. A Föld forgása miatt ez mind nagyságát, mind irányát tekintve valamelyest eltér a gravitációs gyorsulástól. Az itt közölt feladatok számolási pontossága mellett azonban ez a megkülönböztetés elhanyagolható.

Első kozmikus sebesség/körsebesség

M tömegű, R sugarú égitest égitest felszíne felett alacsony magasságú körpályán keringő test sebessége

$$v_1 = \sqrt{\frac{\gamma M}{R}}$$

Gravitációs potenciális energia

Egymástól r távolságra lévő M és m tömegpontokból álló rendszer gravitációs potenciális energiája (értéke megállapodás szerint akkor 0, ha végtelen távol vannak egymástól):

$$E_{\text{pot}} = -\frac{\gamma Mm}{r}$$

A nyugvónak tekintett M központi tömeg körül r távolságban v sebességgel mozgó m tömeg energiája (mozgási és potenciális) összesen

$$E_{\text{össz}} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{\gamma Mm}{r}$$

Negatív összenergia esetén a pálya ellipszis (vagy speciális esetben kör), zérus összenergia esetén parabola, pozitív összenergia esetén hiperbola.

Második kozmikus sebesség / parabolikus sebesség / szökési sebesség egy égitest felszínén

Az a minimális kezdősebesség, amellyel egy testnek rendelkeznie kell az égitest felszínén, hogy végtelen távolságra eltávolodhasson tőle.
($r = \infty$ esetén mind a mozgási, mind a potenciális energia 0.)

$$E_{\text{össz}} = 0 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{\gamma Mm}{R}$$

A második kozmikus sebesség értéke

$$v_2 = \sqrt{\frac{2\gamma M}{R}}$$

Fekete lyuk, Schwarzschild-sugár

Newton gravitációs elméletével szemben az általános relativitáselméletben gravitációs erő nincs, a testek tömegük által meggörbítik maguk körül a teret, más testek pedig ebben a görbült térben mozognak tehetetlenségi mozgással, úgy, mint a tömegpont egyenesvonalú egyenletes mozgása az üres térben. Tömegek jelenlétében a tehetetlenségi pálya nem egyenes, hanem görbe vonal. Egy központi tömeg körül, tőle elég nagy távolságban a tehetetlenségi pálya azonos a Kepler-pályával: visszakapjuk a Newton-törvényből számoltakat.
Az általános relativitáselmélet következtetései szerint minden M tömeghez tartozik egy ú.n. gravitációs sugár /Schwarzschild-sugár (rádiusz), melynek értéke

$$R = \frac{2\gamma M}{c^2}.$$

(A Nap esetében pl. R = 3 km, sokkal kisebb, mint a mérete.) Ennek érdekes tulajdonsága van, amikor R az objektum méreténél nagyobb. Ekkor az R

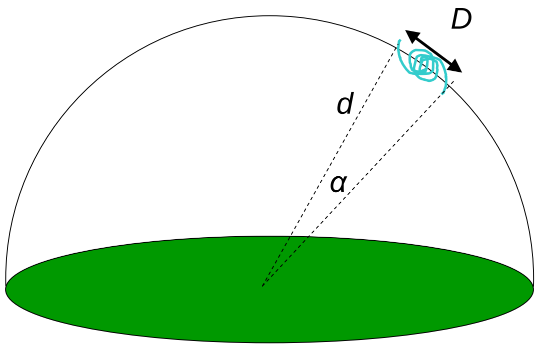
sugarú gömb eseményhorizontot alkot a test körül, vagyis semmilyen módon, még fényjelek útján sem nyerhetünk információt a belül történtekről. Vagyis a külső megfigyelő számára az R sugarú gömb „fekete lyuk". Például ha egy befelé zuhanó űrhajó rádiójeleit vesszük, a vett jel frekvenciája a 0-hoz tart. (Az eseményhorizont nem fal, az űrhajó utasai átlépik, de nem tudnak erről minket tájékoztatni.)

Megjegyzés:
Az általános relativitáselméletet úgy alkották meg, hogy határesetben visszaadja a newtoni mechanikát. Ennek mellékhatása, hogy formálisan megkapjuk a Schwarzschild-sugár értékét, ha a szökési sebesség képletébe a fénysebességet helyettesítjük. Ez azonban elméleti magyarázatként nem fogadható el.

Látószög és távolság

Ha egy d távolságra levő, a távolsághoz képest kis D átmérőjű objektum radiánban kifejezett látószöge α akkor a szög kicsinysége miatt

$D = d \cdot \alpha$



Éggömb

Mivel a mélységet szemmel nem érzékeljük, az égitestek helyzetét egy (tetszőleges sugarú) gömbre vetítve írjuk le. Az éggömbön történő látszólagos mozgások vizsgálatával foglalkozik a szférikus csillagászat.

Csillagképek

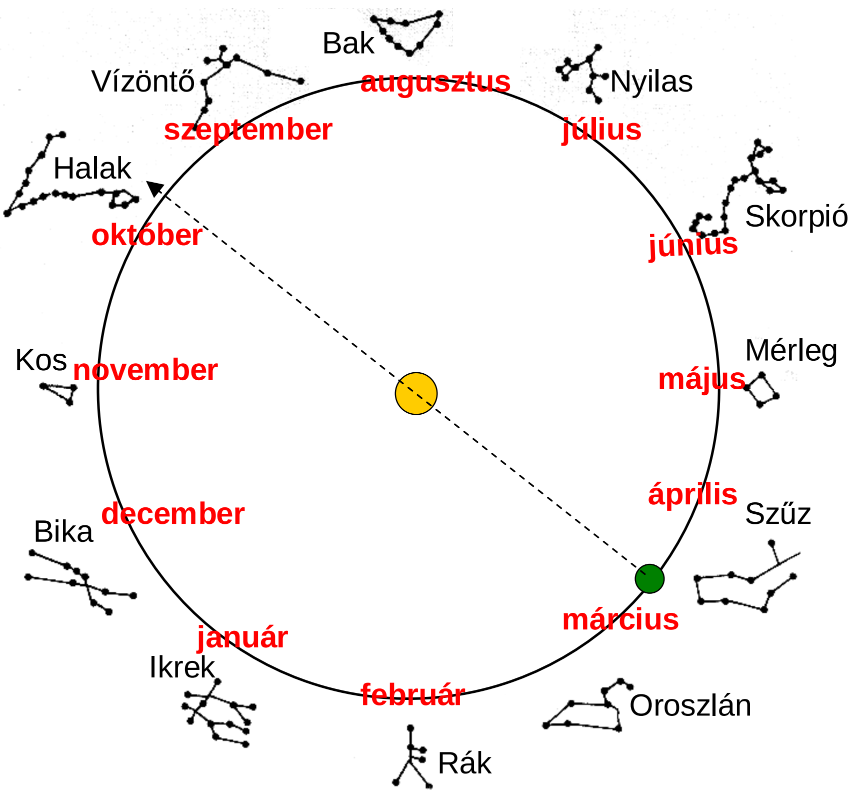
Eredetileg fényes csillagokból álló alakzatok, amelyeket a régi időkben rendszerint mitológiai alakokkal azonosítottak. A modern szóhasználat szerint az éggömb pontosan meghatározott tartományai.

Ekliptika, állatöv

A földpálya különböző pontjaiból a Nap irányába tekintve más-más csillagképeket látnánk a háttérben, ha a csillagok nappal is látszanának az égen. Az ábrán például március második felében a Nap a Halak csillagképben található. A Halak után a Kos csillagképbe lép át, és így tovább.

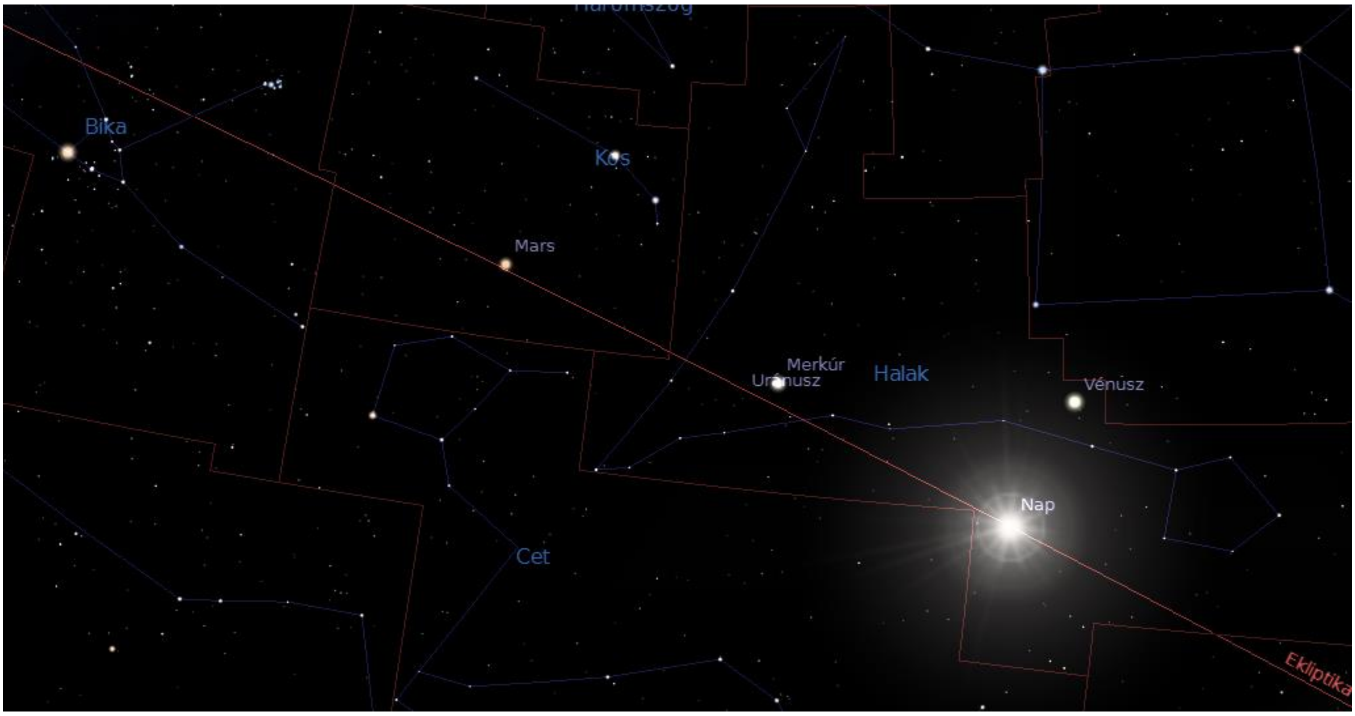
A Napnak ezt az évi látszólagos útját az éggömbön kirajzoló görbe, vagyis a földpálya síkjának égi vetülete az ekliptika.

Mivel a Naprendszer többi bolygója is közel ugyanabban a síkban kering (nem pontosan: a keringési síkok néhány fokos szögeket zárnak be a földpályával), évi látszólagos mozgásuk során mindannyian az ekliptika közelében maradnak.



Azoknak a csillagképeknek a sora, amelyeken az ekliptika áthalad, az úgynevezett állatöv / zodiákus öv. A Nap, a Hold és a bolygók mindig ezekben a csillagképekben tartózkodnak.

Az alábbi kép például 2017. március 25-én mutatja a Nap és néhány bolygó helyét az éggömbön.



Csillagászati koordináták

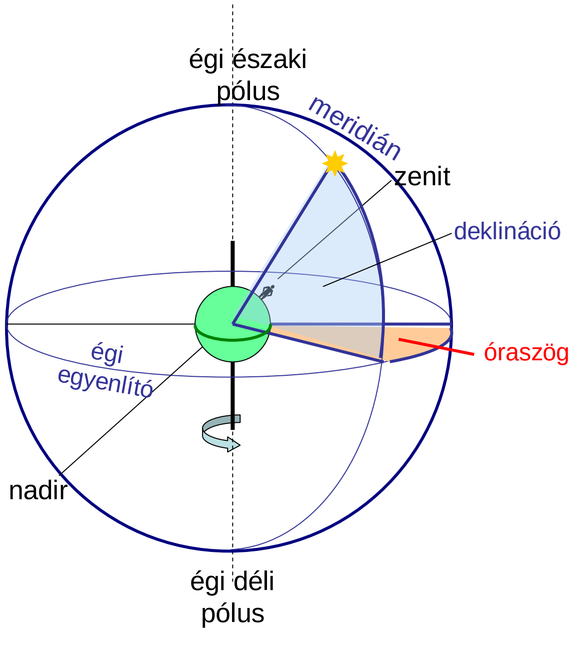
Az éggömb kétdimenziós felület, így minden pontját két koordináta segítségével lehet azonosítani. Az éggömb pontjainak megfeleltetett koordináták mindig valahonnan mért szögtávolságok.

A koordinátarendszer azonban céljainknak megfelelően többféleképpen is megválasztható Tekintsünk három példát:

1. Égtáj és magasság

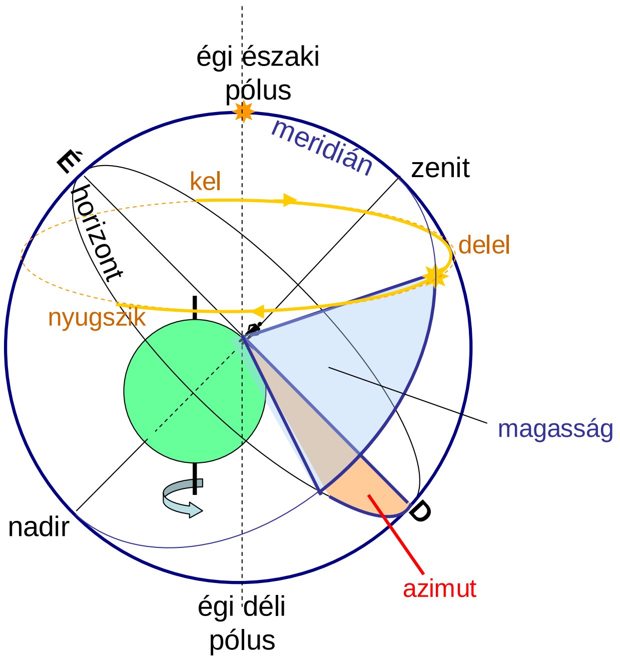
Ha az éggömb középpontja a megfigyelő helye, akkor az egyik koordináta az égtájat kifejező szög (általában a déli iránnyal bezárt szög, az úgynevezett azimut), a másik pedig a horizont feletti (vagy alatti) magasság.

A +90º magasságú (azaz a megfigyelő feje feletti) pont a zenit, az átellenes, –90º magasságú pont a nadir. A csillagászati értelemben vett horizont a zenit-nadir tengelyre merőleges síknak az éggömbbel való metszete, amely (a Föld gömb alakja és a légköri fénytörés miatt) nem azonos a – szintén horizontnak nevezett – látóhatárral.



A zenit- és nadirpontokon, valamint a horizont észak-, illetve délpontján áthaladó gömbi főkör a meridián: a megfigyelő helye szerinti hosszúsági körnek (délkörnek) a vetülete az éggömbön.

Ebben a koordinátarendszerben az égitestek koordinátái folyamatosan változnak.



Delelésnek nevezzük, amikor a Nap áthalad a meridiánon, vagyis magassága maximális.

Napi látszólagos mozgása során nemcsak a Nap, a többi égitest is kört ír le az égbolton, melynek középpontja az égi pólus.

Az úgynevezett cirkumpoláris csillagok (a földrajzi szélességtől és az évszaktól függ, hogy melyek ezek) sosem kerülnek a horizont alá, mások a keleti égbolton felemelkednek, majd a nyugati égbolton lenyugszanak.

2 és 3. Egyenlítői koordinátarendszerek, deklináció

Az úgynevezett egyenlítői kordinátarendszer esetén az éggömb középpontja általában a Föld középpontja, a horizont síkja helyett pedig a Föld egyenlítőjének síkját használjuk.

Az Egyenlítő síkjának az éggömbbel való metszete az égi egyenlítő. A Föld tengelyének az éggömbbel való meszéspontjai az égi északi és déli pólus.

Az egyenlítői koordinátarendszerekben az egyik koordináta, a deklináció (D vagy Dec) az égi egyenlítőtől mért szögtávolság.

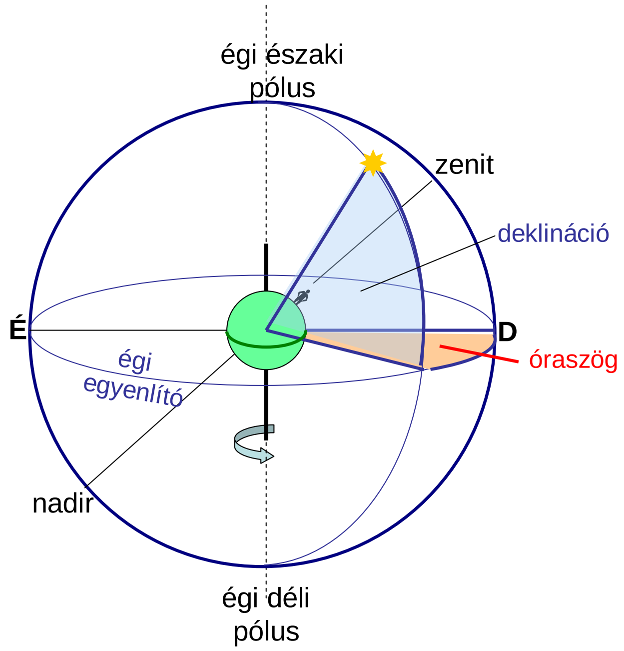
Az égi északi pólus deklinációja +90º, (a Sarkcsillagé ehhez igen közel van), az égi déli pólusé –90º, az égi egyenlítő pontjaié 0º.

Mivel (megfigyeléseink időskáláján) a Föld tengelyének iránya a csillagokhoz rögzített vonatkoztatási rendszerben változatlan, a csillagok deklinációja mindig ugyanannyi marad. (A bolygóké változik.)

Az egyenlítői koordinátarendszerekben a másik koordináta az égi egyenlítő mentén mért szögtávolság valamely kiindulóponttól.

I. egyenlítői koordináták: deklináció és óraszög

A kiindulópont lehet a meridiánnak az égi egyenlítővel való valamelyik metszéspontja. Míg a deklináció szöge állandó, ez a szög a Föld forgása miatt folyamatosan változik. Egy teljes fordulatot 24 óra alatt tesz meg. Praktikus a szöget fokok helyett órában mérni: az úgynevezett óraszög 1 óra alatt (15º-os elfordulással) pontosan 1 órával növekszik.

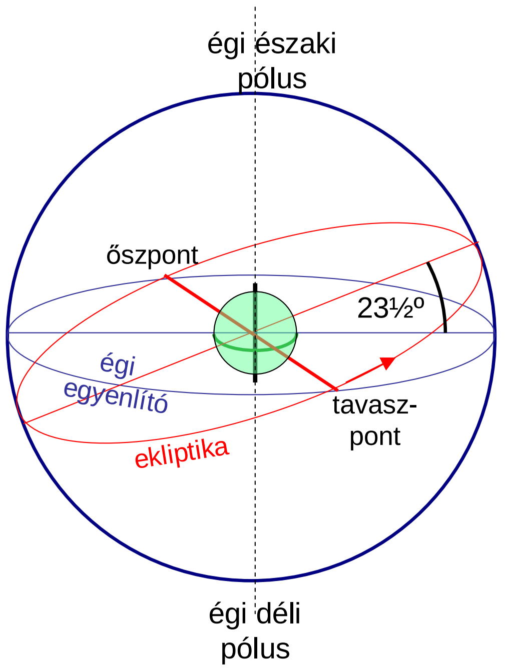


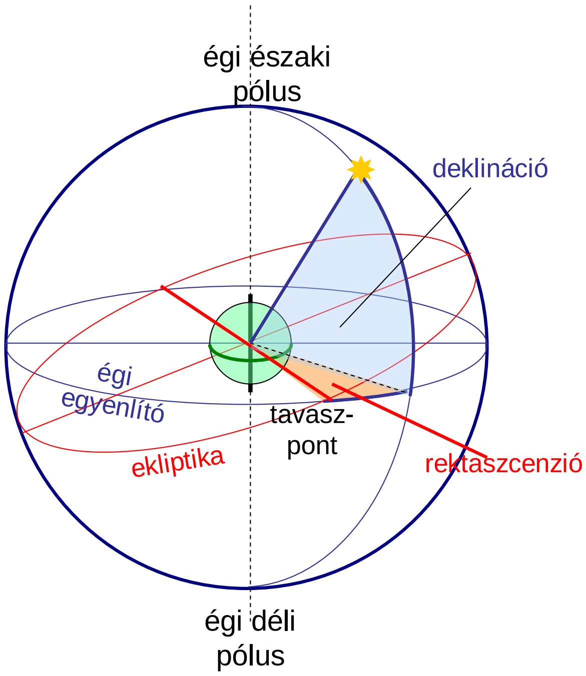
II. egyenlítői koordináták: deklináció és rektaszcenzió

Ha a csillagokat katalogizálni szeretnénk, olyan koordinátákra van szükség, amelyek időben (legalábbis emberi léptékkel mérve) nem változnak. A meridiánnal való metszéspont a Föld forgásával változik, ezért az égi egyenlítőn valamely más, fixen maradó viszonyítási pontot kell választani.

Ilyen pontok az égi egyenlítő és az ekliptika metszéspontjai, az úgynevezett tavaszpont, illetve őszpont. Az elnevezés eredete, hogy az ekliptikán haladó Nap a tavaszi és az őszi napéjegyenlőség idején lépi át az égi egyenlítőt (tavasszal a déli féltekéről az északira lép).

Az égi egyenlítő mentén a tavaszponttól kiindulva a Nap haladásával azonos irányban, szintén órában mért szög a rektaszcenzió (RA). A tavaszpont rektaszcenziója 0 óra, az őszponté 12 óra.





Tengelyferdeség

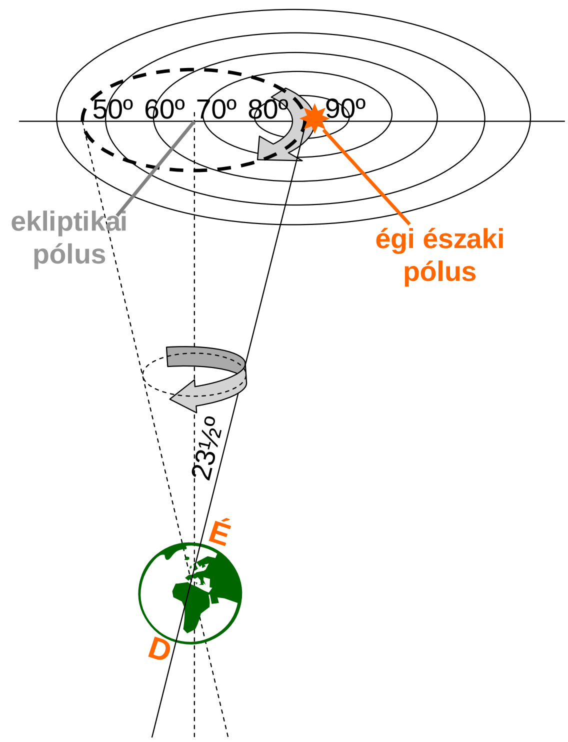
A Föld tengelye nem merőleges a keringés síkjára, annak normálisával 23½º-os szöget zár be. Ugyanekkora szöget zár be az ekliptika síkja is az égi egyenlítővel (merőleges szárú szögek).

A tengelyferdeség felelős az évszakok váltakozásáért. Amikor a földtengely északi pólusának a keringési sík normálisától való eltérése a Nappal ellentétes irányú, az északi félgömbön nyár van, mert nagyobb hajlásszögben érik a napsugarak a felszínt. Ugyanekkor a déli félgömbön a kisebb hajlásszög miatt tél van. A nyári napfordulókor a Ráktérítőn, a téli napfordulókor pedig a Baktérítőn delel a Nap a zeniten.

Precesszió

A Föld nem gömbszimmetrikus, hanem közelítőleg lapult forgásellipszoid alakú. Mivel a Nap gravitációs térerőssége a távolsággal csökken, a Föld egyenlítői kidudorodásának hozzá közelebb eső felét jobban vonzza, mint a távolabbit. Az ebből származó forgatónyomaték a földtengelyt „kiegyenesíteni” igyekszik, melynek eredményeképpen a földtengely (a búgócsiga tengelyéhez hasonlóan) egy kúppalást mentén lassan körbejár.

Ez a mozgás a precesszió. A precesszió periódusideje körülbelül 25 800 év, ennyi idő alatt az égi pólus egy teljes (23½º sugarú) kört ír le az ekliptika normálisát kijelölő ekliptikai pólus körül.



Az égi pólussal együtt az égi egyenlítő síkja is precesszál, így 25800 év alatt a tavaszpont is teljes kört ír le az ekliptikán: minden állatövi csillagképen áthalad. Jelenleg a Halak csillagképben van.

Mivel a precesszió következtében a csillagok deklinációja és rektaszcenziója is változik, a csillagkatalógusokat és -térképeket időről időre korrigálni kell. Jelenleg a 2000-es évet veszik alapul, de kiszámítható a pillanatnyi érték is, a következő képen például a 2017 nyarára számított értékek is láthatók.

Naprendszer

A Nap, valamint a közvetlenül vagy közvetve körülötte keringő testek összessége.

Bolygók, törpebolygók és egyebek

A Nemzetközi Csillagászati Unió 2006-os döntése értelmében bolygónak azokat a testeket tekintik, amelyek

- közvetlenül a Nap körül keringenek;
- elegendően nagy tömegűek ahhoz, hogy gömb alakot vegyenek fel;
- az idők során pályájuk közeléből kisöpörték a kisebb keringő testeket.

E követelmények alapján a Napnak nyolc bolygója van. A Naprendszer bolygóinak adatai megtaláljatók a feladatgyűjtemény végén lévő táblázatban.

Az első két követelményt igen, de a másodikat nem teljesítő objektumok neve törpebolygó.
Ilyen a Mars és a Jupiter pályája közötti kisbolygó/aszteroida-övezetben található Ceres, valamint a Naprendszer külső övezeteiben a (2006-ig bolygóként számon tartott) Pluto, a Haumea, a Makemake, a Plutónál nagyobb tömegű Eris és valószínűleg számos további objektum.

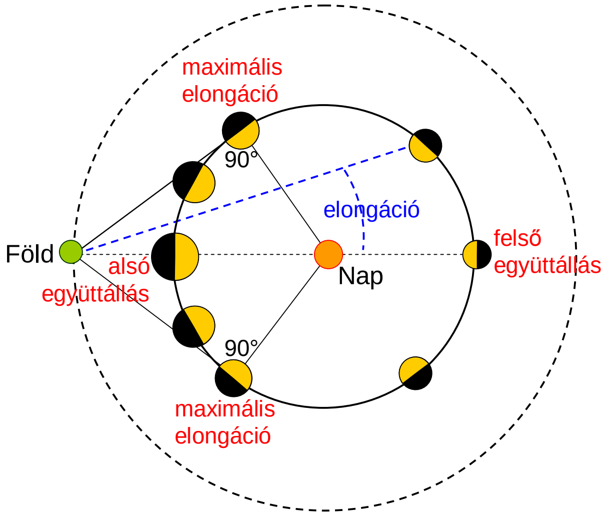
A bolygók körül keringő holdak kivételével minden fennmaradó objektum neve „egyéb apró égitest”.

Együttállás / konjunkció, szembenállás /oppozíció, kvadratúra

A bolygóknak a Földhöz és a Naphoz viszonyított néhány speciális elhelyezkedése:

Együttállás, ha a Földről nézve a Nap és a bolygó ugyanabban az irányban vannak.

Belső bolygók (Merkúr, Vénusz) esetén két ilyen helyzet van. Felső együttálláskor „teli” fázist mutat a bolygó, alsó együttálláskor „új”.



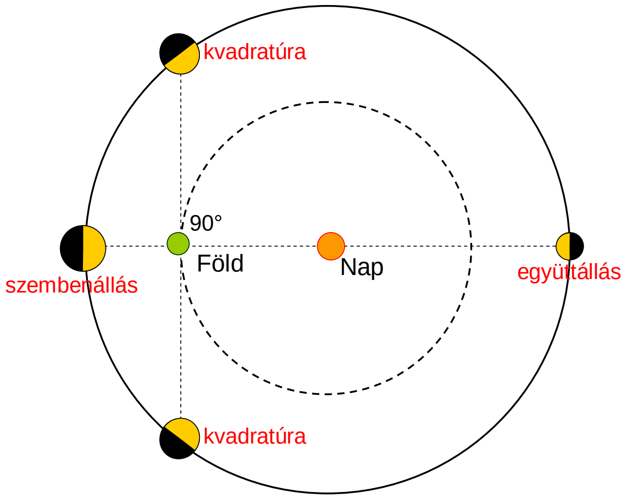
A belső bolygó helyzetét a látóiránynak a nap irányával bezárt szöge (elongáció/kitérés) jellemzi.

Maximális elongáció akkor áll fenn, amikor a Föld, a Nap és a bolygó által alkotott háromszög a bolygónál derékszögű. Ekkor a Földről nézve „fél” fázisban látjuk a bolygót.

A maximális elongáció helyzete és az alsó együttállás között járó bolygó megvilágított részét sarló alakúnak, a felső együttállás és a maximális elongáció között járó bolygóét félkörnél nagyobbnak látjuk.

Külső bolygó (Mars, Jupiter, Szaturnusz, Uránusz, Neptunusz) sosem látszik sarló alakúnak. Mindig félkörnél nagyobb. Megvilágított részéből akkor mutat legkevesebbet a Föld felé, amikor a Nap és a bolygó iránya a Földről nézve derékszöget zár be. Ezt a helyzetet nevezzük kvadratúrának

„Teli” fázist két helyzetben mutat: együttálláskor (konjunkció), illetve szembenállás (oppozíció) idején, amikor a bolygó a Nappal ellentétes irányban van.



Sziderikus periódus

Egy másik test körül keringést végző test keringési ideje az állócsillagokhoz rögzített vonatkoztatási rendszerben. (Ez a Kepler III. törvényében szereplő keringési idő.)

Pl. a Hold Föld körüli keringési ideje 1 sziderikus hónap (csillaghónap) = 27,3 nap.

Szinodikus periódus

Szinodikus periódus: két egymást követő olyan időpont között eltelt idő, amikor a földi megfigyelő számára a Nap és az adott égitest egymáshoz viszonyított helyzete azonos. A Föld nap körüli keringése miatt ez nem azonos a keringési idővel.

Példák:
Két egymást követő holdtölte között 1 szinodikus hónap telik el, amely 29,5 nap, tehát hosszabb, mint 1 sziderikus keringési idő.
A Jupiter két egymást követő oppozíciója között eltelt idő a Jupiter szinodikus periódusa.

A kétféle periódus összefüggése

A Föld keringési szögsebességét és a bolygónak a Földhöz viszonyított szögsebességét összeadva megkapjuk a bolygó keringési szögsebességét. A szögsebesség a keringési idő reciprokával arányos. Ezért ha a bolygó sziderikus periódusa S és szinodikus periódusa B, akkor belső, illetve külső bolygók esetében

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{F} \pm \frac{1}{B}$$

ahol F a Föld keringési ideje.

Okkultáció / fedés

Egy kisebb látszólagos méretű égitestnek egy nagyobb mögötti eltűnése.

Például amikor a Hold elfed egy csillagot, vagy amikor a Jupiter elfedi valamelyik holdját.

Tranzit / átvonulás

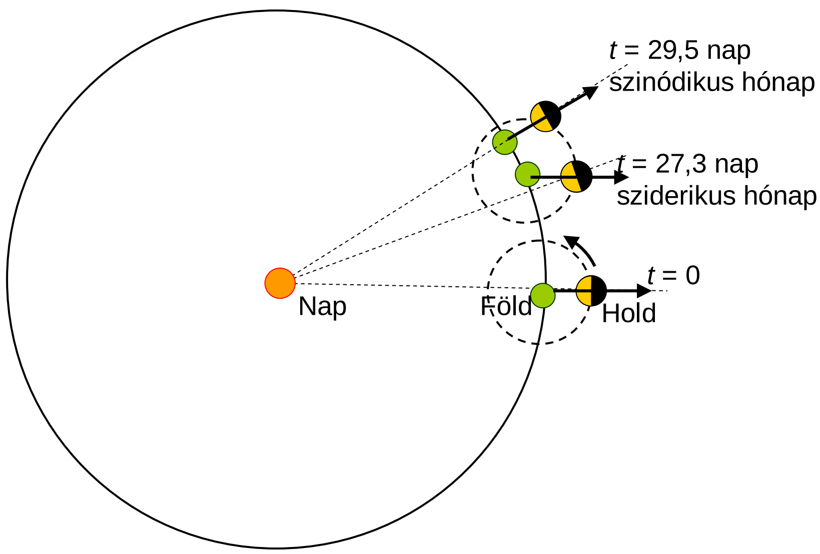
Egy kisebb látszólagos méretű égitest elvonul egy nála nagyobb előtt.

Például amikor a Vénusz elhalad a Nap előtt, vagy amikor valamelyik holdja elvonul a Jupiter előtt.

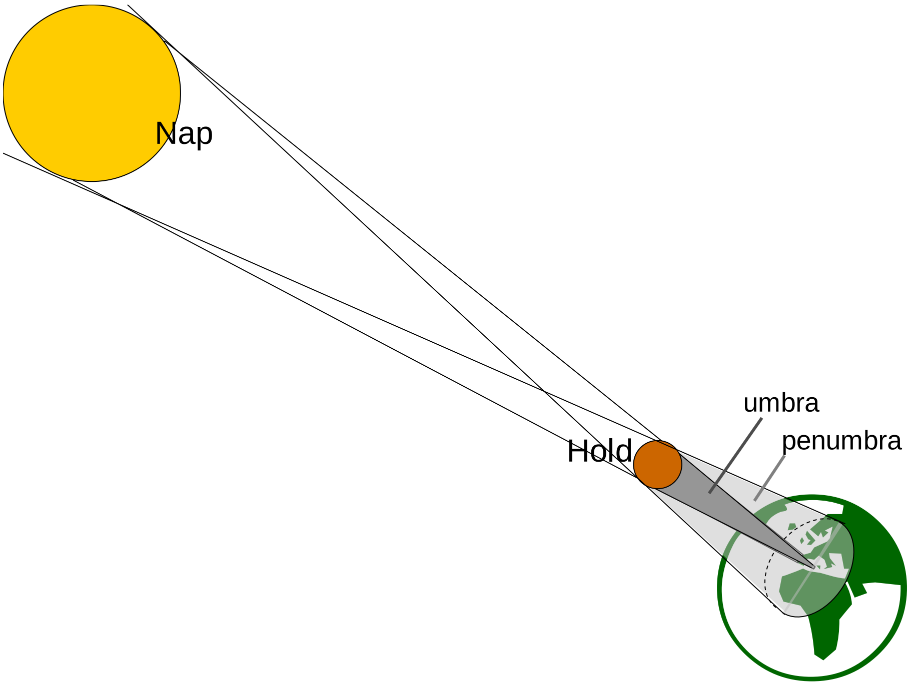
Napfogyatkozás

Az átvonulás speciális esete a Hold átvonulása a Nap előtt: ilyenkor észlelünk napfogyatkozást.

A Nap nagyobb, mint a Hold, így a Hold árnyéka kúp alakú. Ahol az árnyékkúp (umbra) eléri a Földet, az ottani megfigyelők számára a Hold teljesen eltakarja a Napot, ők teljes Napfogyatkozást látnak.

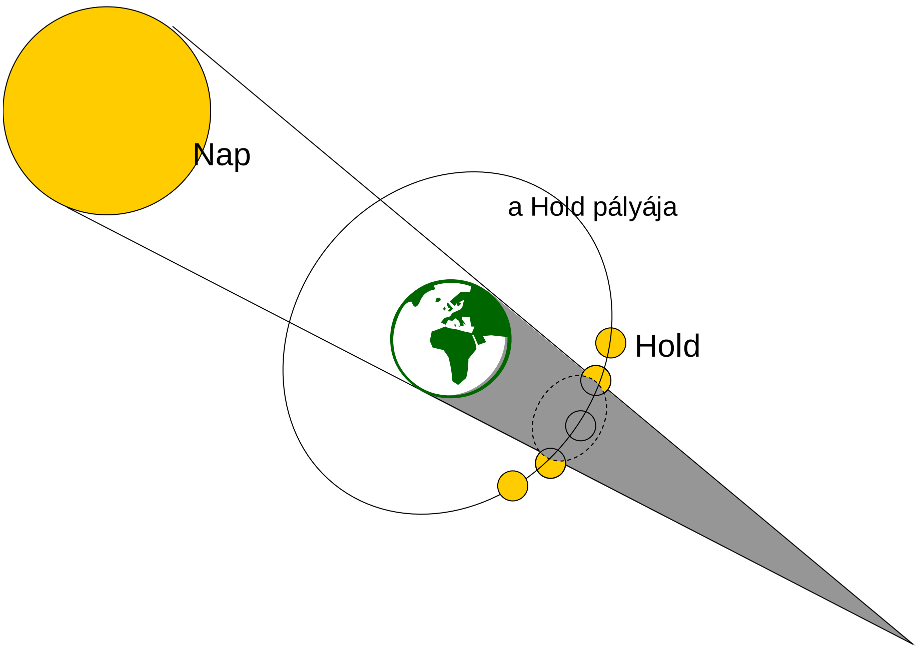


Az árnyékkúpot körülvevő félárnyékban (penumbra) tartózkodó megfigyelők elől a Hold csak a napkorong egyik peremét takarja el, ők részleges fogyatkozást észlelnek. (Ha az árnyékkúp csúcsa nem éri el a Földet, akkor a félárnyék közepén van egy rész, ahonnan gyűrűs napfogyatkozást lelet megfigyelni.)



Holdfogyatkozás

Akkor történik, amikor a Hold halad át a Föld árnyékkúpján. A holdfogyatkozás a teljes éjszakai félgömbről látható. A fogyatkozás csak részleges, hogyha a Hold nem lép be teljesen a Föld árnyékkúpjába.



Távolságegységek

Csillagászati egység (CSE):
A Föld és a Nap átlagos távolsága (a földpálya fél nagytengelyének hossza).
1 CSE = $1{,}496 \cdot 10^{11}$ m.

Fényév:
Az a távolság, amelyet a fény egy év alatt megtesz.
1 fényév = $9{,}46 \cdot 10^{15}$ m.

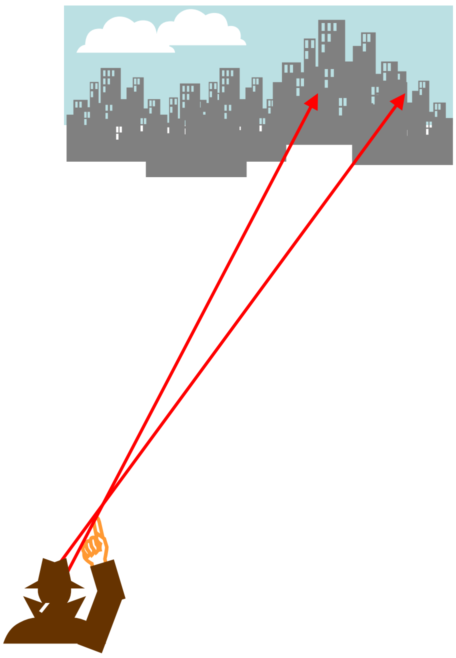
Parszek (parallaxis-másodperc):
Definícióját lásd a parallaxis címszó alatt.
1 pc = $3{,}09 \cdot 10^{16}$ m = 3,26 fényév.

Többszörösei is használatosak:
1 kpc = 10^3 pc, 1 Mpc = 10^6 pc.

Parallaxis

A parallaxis fogalma általánosságban azt a tapasztalatot jelenti, hogy ha egy közeli tárgyra kissé más irányból tekintünk, akkor elmozdulni látszik a távolabbi tárgyak alkotta háttér előtt.

A parallaxis jelensége okozhat például leolvasási hibát abban az esetben, amikor egy műszer mutatója egy mögötte levő skála előtt mozog: ha nem pontosan szemből nézzük, nem a megfelelő skálaosztást olvassuk le.



Megtapasztalhatjuk a parallaxist, ha felváltva egyik, majd másik szemünkkel nézzük arcunk elé tartott mutatóujjunkat. A háttérhez képest máshol látjuk a két esetben, hiszen kissé eltérő pozícióból tekintünk rá.

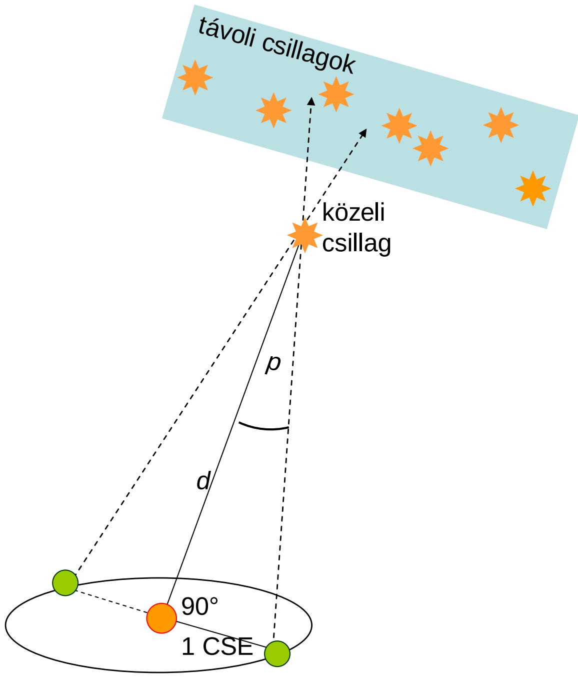
Csillagok parallaxisa

Egy „közeli” csillag parallaxisán annak a látszólagos szögelmozdulásnak a felét értjük, amely a csillag helyzetében a Föld Nap körüli keringése miatt következik be a távoli csillagokhoz képest.

1 parszek (parallaxis-másodperc) annak a csillagnak a távolságát értjük, amelyre a p parallaxis 1 szögmásodperccel egyenlő.

Kis szögekről lévén szó,

$$1\text{pc} = \frac{1{,}5 \cdot 10^{11}\,\text{m}}{\pi / 180 / 60^2} = 3{,}09 \cdot 10^{16}\,\text{m} = 3{,}26\ \text{fényév}$$



1 parszek távolságból a földpálya sugara 1 szögmásodperces szögben látszik.

Ha egy csillag parallaxisa p szögmásodperc, akkor a csillag d távolsága parszekben kifejezve

$$d = \frac{1}{p}.$$

Lencsék és gömbtükrök képalkotása

A tárgytávolság, fókusztávolság és képtávolság között

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{f} - \frac{1}{t}$$

összefüggés áll fenn, ha a mennyiségeket a következő módon előjelesen értelmezzük:

	pozitív	negatív
f	gyűjtőlencse vagy homorú tükör	szórólencse vagy domború tükör
t, k	valódi	virtuális

A tárgy és a kép nagysága arányos a megfelelő távolságokkal.

Lencsés csillagászati távcső (refraktor)/ Kepler-távcső

A klasszikus lencsés csillagászati távcsőben két gyűjtőlencse, az objektív és a szemlencse (okulár) egymástól a fókusztávolságok összegével egyenlő távolságra van elhelyezve.

Mivel a tárgy gyakorlatilag végtelen távolságra van, az objektív a két lencse közös fókuszsíkjában alkot fordított állású, kicsinyített valódi képet.

A szemlencsét egyszerű nagyítóként használva ezt a közbülső fordított képet nézzük. Mivel a szemlencse számára a tárgytávolság a fókusztávolsággal egyenlő, a végső (fordított állású és virtuális) képet a végtelenre akkommodált szemmel láthatjuk.

A végső kép nagyobbnak látszik, mint távcső nélkül, hiszen a látszólagos méretet a látószög határozza meg.

Ha szabad szemmel α szögben látszik a tárgy (a nagy távolság miatt ez nem különbözik az objektívhez berajzolt látószögtől), távcsővel pedig β szögben látszik a kép, akkor a távcső N szögnagyítása e két látószög hányadosa.

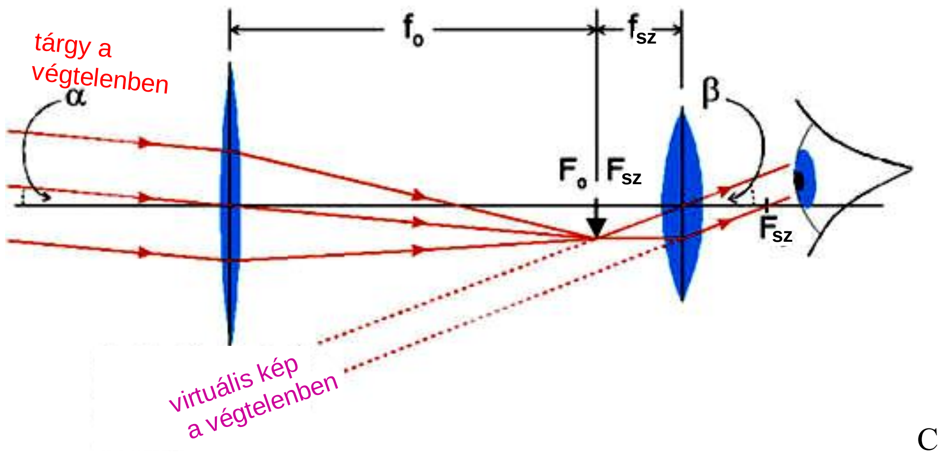
Mivel kicsiny szögekről van szó, a szögek helyett a tangensüket írhatjuk.
Ha a közbülső kép mérete h,

$$N = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\tan\beta}{\tan\alpha} = \frac{h/f_{sz}}{h/f_o} = \frac{f_o}{f_{sz}}$$

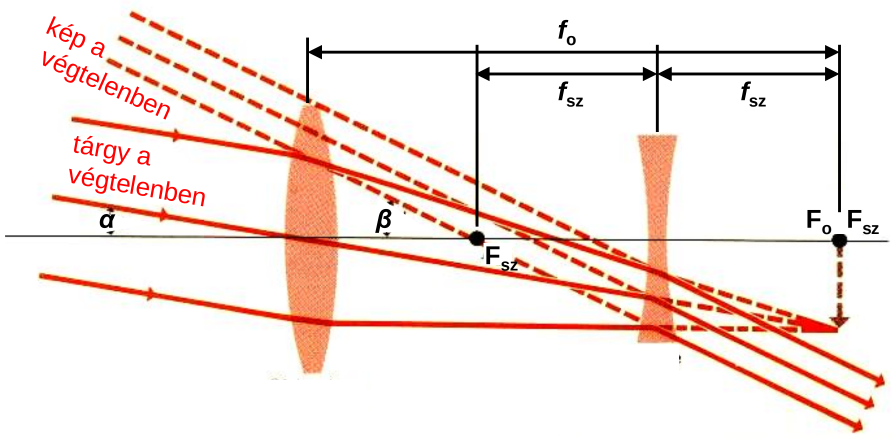
A csillagászati távcső szögnagyítása a két fókusztávolság hányadosa. Ha például az objektív fókusztávolsága 100 cm, az okuláré pedig 2 cm, akkor a távcső szögnagyítása 50×.

Galilei-távcső

Az első távcsöves égi megfigyelések nem ilyen távcsővel történtek. Az úgynevezett Galilei-féle vagy hollandi távcső okulárja szórólencse volt. Ebben az elrendezésben az objektív fókuszpontja a szemlencse túloldali fókuszpontjával esik egybe. (Ma ilyen összeállítást a színházi látcsövekben használnak.)



Csillagászati távcső



Galilei-távcső

Ha a szemlencse nem lenne ott, az objektív ebben a közös fókuszban fordított állású kicsinyített valódi képet alkotna. Ez a kép azonban nem jön létre, mert a szemlencse túloldali fókuszpontja felé összetartó fénysugarak a szemlencsére esnek, majd párhuzamossá válva haladnak tovább.
E párhuzamos sugarak érkeznek a szemünkbe, így (az egyenes állású és virtuális) végső képet a végtelenben észleljük.

A nagyítás itt is a két fókusztávolság hányadosa.

Megjegyzés:
Ha nem belenézni akarunk a csillagászati távcsőbe, csak fényképezni vele. akkor nem kell okulár.

Megjegyzés:
A leképezési hibák korrekciója végett a gyakorlatban a távcsövekben sem az objektív, sem az okulár nem egyetlen lencse, hanem több lencséből összeállított lencserendszer.

Megjegyzés:
A távcső objektívjét nem szokás kicserélni, a nagyítás változtatása az okulár cseréjével történik.

A méret a lényeg

Míg a mikroszkóp annál hatékonyabb, minél nagyobb a nagyítása, a távcső esetében általában nem a nagyítás az elsődleges szempont.
Számít a nagyítás például a Holdnak vagy a Naprendszer bolygóinak megfigyelésél, de egy távoli csillag bármekkora nagyítású távcsővel nézve is csak fénylő pont marad, részleteket nem láthatunk rajta. A távcsőnek tehát mindenekelőtt elég nagynak kell lennie.
Ennek két oka van:

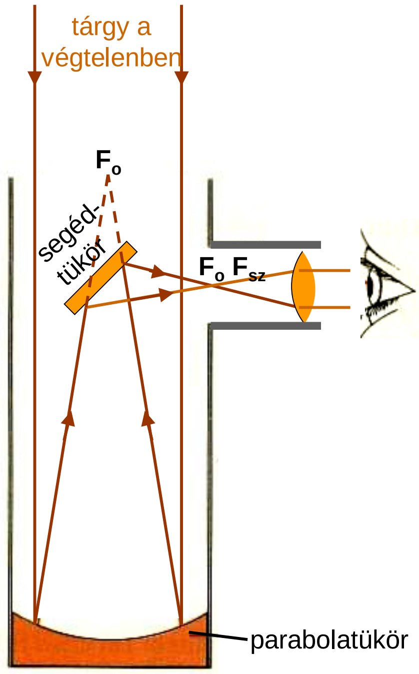
1. Halvány objektumokat annál könnyebb megfigyelni, minél nagyobb területről gyűjti össze műszerünk a fényt. Az emberi pupilla átmérője csak néhány milliméter, míg a nagy távcsöveké több méter.

2. Minél nagyobb a távcső, annál jobb a felbontóképessége.

Tükrös távcső (reflektor)

A nagy átmérőjű lencsék előállítása és használata számos technikai problémát vet fel. (A világ legnagyobb refraktora mindössze kb. 1 méter átmérőjű.) A távcső átmérője eredményesebben növelhető, ha objektív gyanánt lencse helyett parabolatükröt alkalmaznak.

A Newton-féle tükrös távcső a parabolatükör fókuszába érkezés előtt egy 45°-ban elhelyezett kis síktükör segítségével oldalra irányítja a visszavert fényt. Ezt az összeállítást alkalmazza sok kisebb távcső, köztük az amatőr távcsövek túlnyomó része.



Technikai megoldások

A nagy távcsövekben általában kis domború tükröt alkalmaznak segédtükörként, amely a főtükör közepén levő lyukra irányítja a fényt. (Az objektív fókusztávolságához képest így kisebb lehet a távcső hossza.) Ez az összeállítás a Cassegrain-féle távcső.

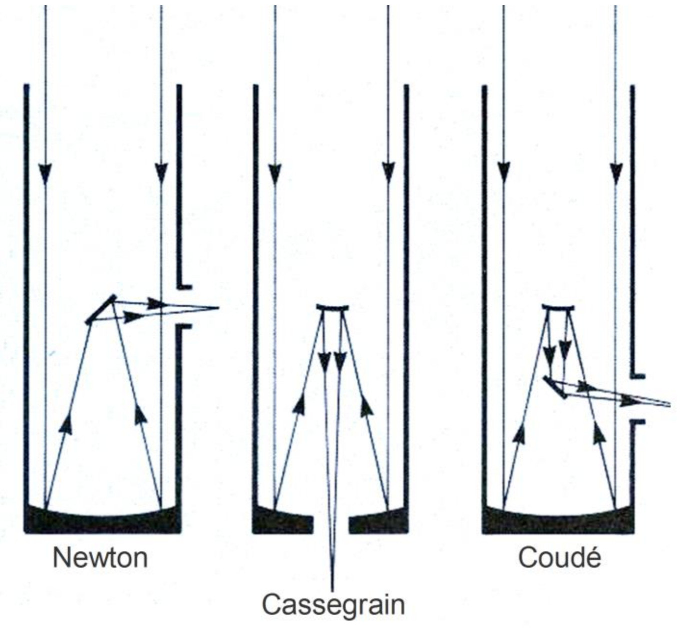
Mind a Newton-, mind a Cassegrain-féle elrendezésben a fényt érzékelő és mérő műszereket a távcsőhöz kell rögzíteni és vele együtt mozgatni. Nagy és nehéz berendezések esetén ez körülményes.

Az úgynevezett Coudé-féle elrendezésben további (mozgatott) tükrök segítségével a távcsövön kívüli, fix helyre irányítják a fényt, bármerre is néz éppen a távcső.

Az optikai tengelytől távol lévő pontok esetében a parabolatükörnek is van leképezési hibája. Az úgynevezett Schmidt-távcsövekben ezt egy korrekciós lencse segítségével küszöbölik ki.

A nagy tükrös távcsövek 5-10 méter átmérőjűek. Az effektív átmérő több különálló tükör összhangban való működtetésével tovább növelhető

Megjegyzés:
A távcsőnek az égbolt kívánt területe felé való irányításához az szükséges, hogy két egymástól független tengely körül lehessen forgatni. A látómezőnek az észlelés ideje alatt a a Föld forgása miatti elmozdulását kiküszöbölendő, az egyik tengelyt általában a Föld forgástengelyével párhuzamosan állítják be. Így elég e tengely körül a megfelelő szögsebességgel forgatni. A mai számítógéppel vezérelt követési technika azonban már lehetővé teszi az egyszerűbb, vízszintes és függőleges tengelyű szerelést is.



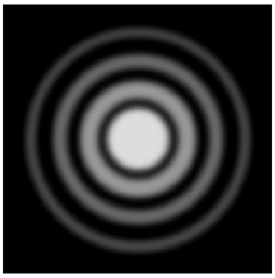
Optikai eszköz felbontóképessége / szögfelbontása

Két tárgypont közötti legkisebb szögtávolság, amely esetén az eszköz által alkotott képen még két különálló pontként lehet őket azonosítani.

Elhajlás kör alakú apertúrán

Bármilyen távcső, optikai eszköz vagy szenzor tervezésekor figyelembe kell venni, hogy a fény hullámtermészete miatt a felbontóképességnek elvi korlátja van, vagyis egy kör alakú blendével ellátott lencse által fókuszált fényfolt nem lehet bármilyen kicsi.

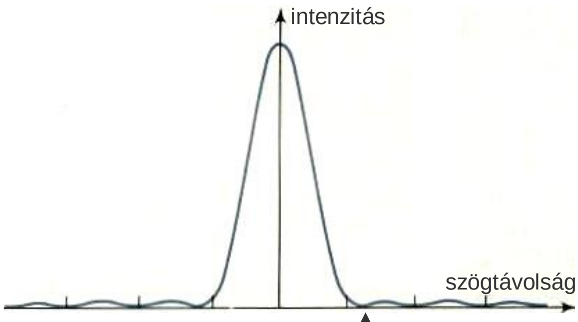
A kör alakú nyíláson belépő fény elhajlást szenved (diffrakció), ezért pontszerű forrás képe nem geometriai pont, hanem koncentrikus gyűrűkkel körülvett korong (az úgynevezett Airy-féle korong).



A korong sugara, vagyis az első elhajlási minimumnak a korong közepétől való szögtávolsága (radiánban)

$$\alpha = 1{,}22 \cdot \frac{\lambda}{D},$$

ahol D a nyílás (apertúra) átmérője, és λ a fény hullámhossza.



Ha két pontszerű forrást képezünk le, a két intenzitáseloszlás szuperpozícióját kapjuk.

Ha a csúcsok elég távol vannak, két különálló maximumot észlelünk, vagyis eszközünkkel meg tudjuk különböztetni a két pontot.

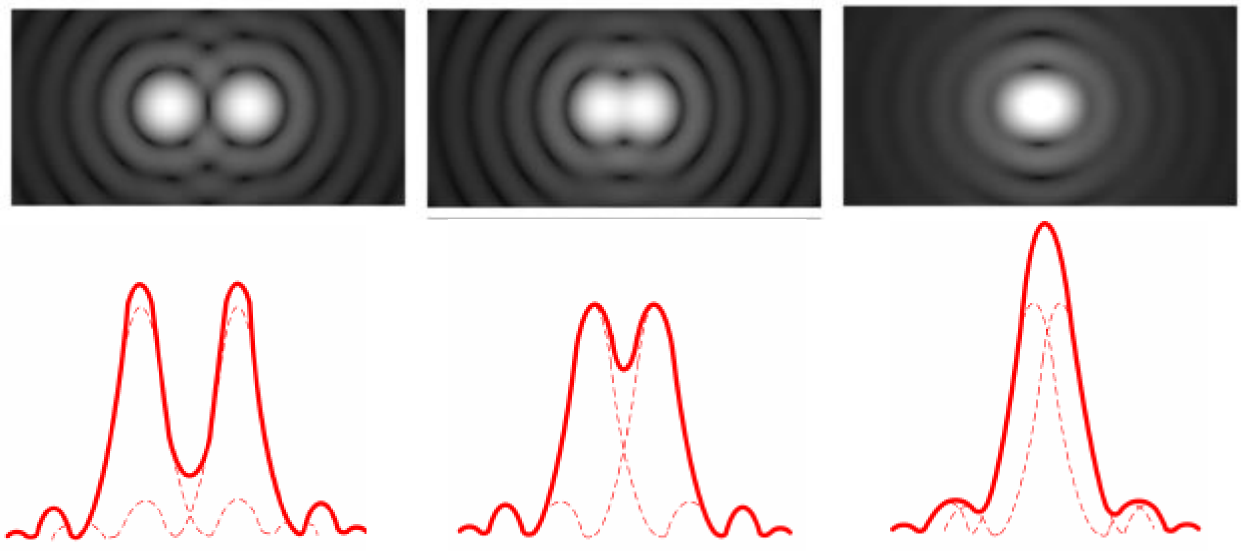
Határesetben az egyik elhajlási kép maximuma pontosan oda esik, ahol a másik elhajlási képben az első minimum van, vagyis amikor a két tárgypont szögtávolsága

$$\alpha = 1{,}22 \cdot \frac{\lambda}{D}.$$

Ez az úgynevezett Rayleigh-féle kritérium.

Megjegyzés:
Mivel szemunk az 550 nm hullámhosszú fényre a legérzékenyebb, optikai távcsövek felbontásának számításakor általában jó becslés a hullámhosszt 550 nm-nek tekinteni.

Ha a két forrás ennél is közelebb van egymáshoz, már csak egyetlen korongot észlelünk, eszközünkkel tehát nem tudjuk őket egymástól elkülöníteni:



Megjegyzés:
A Föld felszínén lévő optikai (látható fénnyel működő) távcsövek esetén a légkör jelenléte további határt szab a felbontóképességnek, A rádiótávcsövek és az űrbe telepített optikai távcsövek esetében ez a probléma nem jelentkezik.
A légköri turbulenciák hatásának kiegyenlítésére szolgáló úgynevezett adaptív optika egy referencia-fényforrás segítségével folyamatosan vizsgálja és egy változtatható tükörrel korrigálja a távcsőbe érkező fénynyalábot.

Nem optikai távcsövek

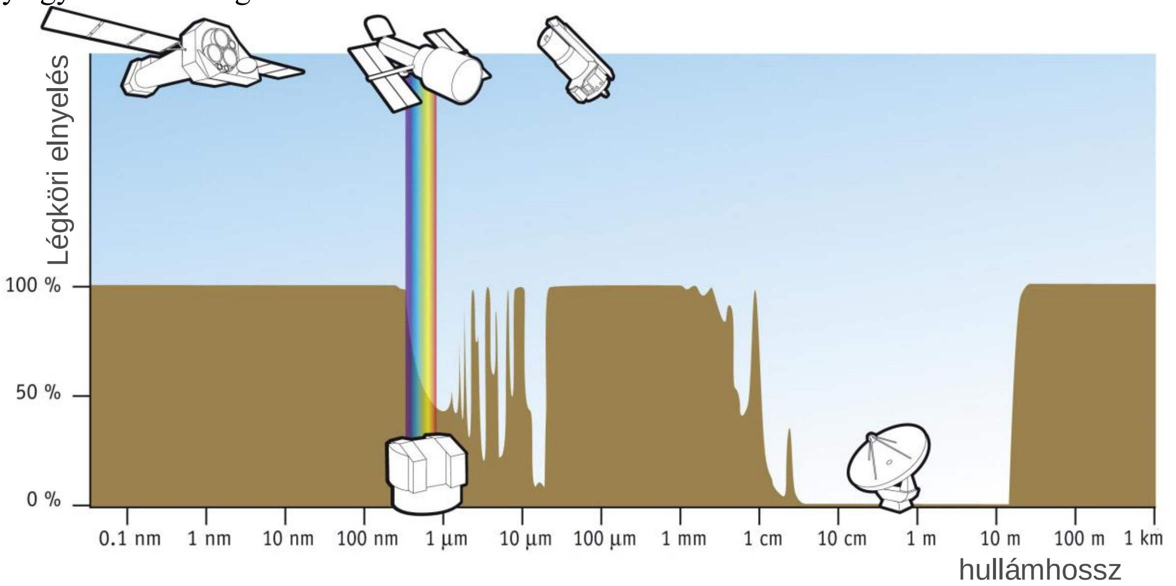
A világűrből érkező elktromágneses sugárzás jelentős részét a légkör elnyeli. Az optikai tartományon kívül még egy „ablak” van: a rádióhullámoké. A többi tartomány eléréséhez űrtávcsövekre van szükség.
A felszíni távcsöveket magas hegyekre telepítik, ahol kisebb a légköri turbulencia, és az infravörös tartomány egy része is vizsgálható.

Infravörös távcsövek

Az infravörös távcsövek felépítése csak a szilárdtest képérzékelő eszközben különbözik az optikai távcsövektől, a képalkotás ugyanúgy történik. Az érzékelőket azonban a nemkívánatos forrásokból jövő infravörös zaj lecsökkentése végett igen alacsony hőmérsékleten kell tartani.

Rádiótávcsövek

Általában forgási paraboloid alakú rádióantennák.
A jel rögzítésének módjában lényeges különbség van az optikai és a rádiótávcsövek között. Míg az előbbiek képalkotó eszközök, az utóbbiak elsődlegesen a jel frekvenciáját és fázisát detektálják.
A jelet a fókuszba helyezett detektor veszi fel, és továbbítja az erősítő berendezésre. (Hosszabb hullámhosszak esetében a rádióantennát elegendő csak drótfonadékból készíteni, ha a hálószemek mérete a hullámhossznál kisebb nagyságrendű.)



wikipedia

A nagy hullámhosszak miatt a felbontóképesség növelése csak nagyon nagy méretekkel érhető el.

Vannak több száz méter átmérőjű, völgykatlanba fixen telepített rádiótávcsövek (ezekkel minden rádióforrás csak pár órán keresztül, a meridiánon való átlépése idején észlelhető).

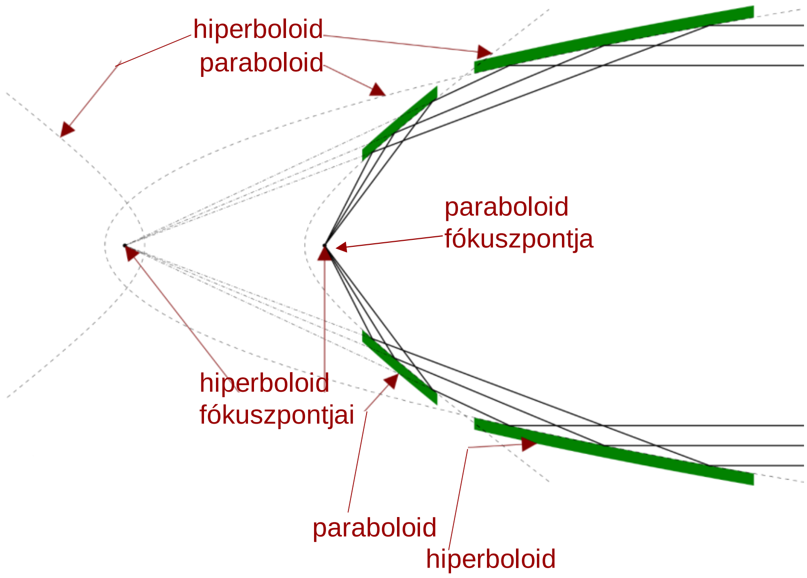
Két vagy több távcső egymástól eltolva való elhelyezésével azonban a jelek interferenciája igen pontos iránymeghatározást tesz lehetővé (interferometria). Sőt, sok antennából álló rendszerekkel már a nagy felbontású képalkotás is megoldható.

Röntgentávcsövek

Míg az optikai távcső tükrére csaknem merőlegesen esnek be a fénysugarak, röntgensugarakat nem lehet hagyományos távcsövekkel fókuszálni.

Számottevő visszaverődés csak igen nagy beesési szögek esetén érhető el.

A fókuszálást különféle kúpszeletfelületekből álló koncentrikus gyűrűk segítségével oldják meg.

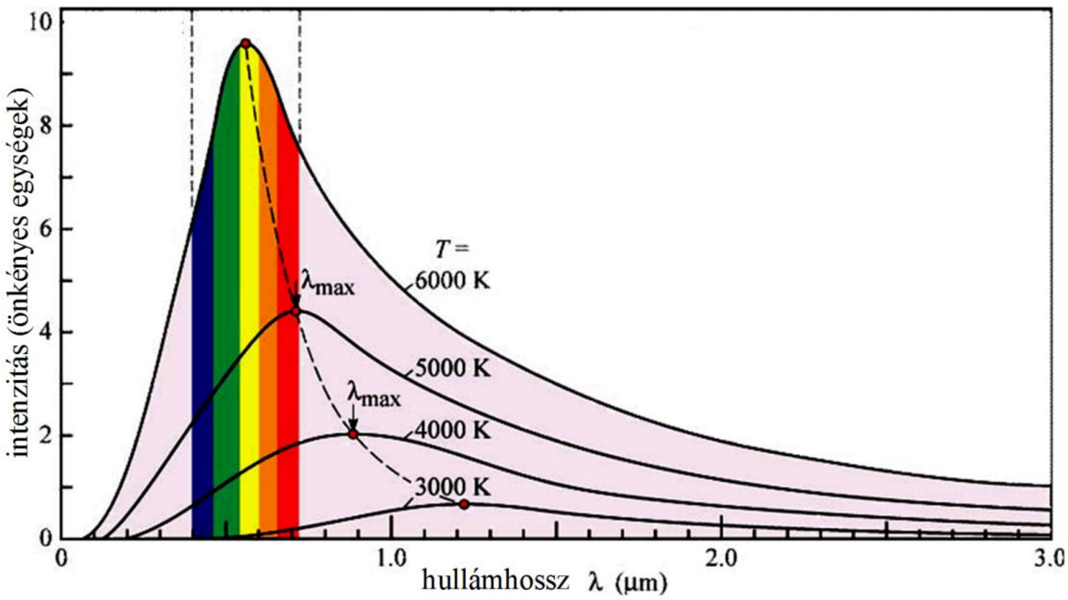


Abszolút fekete test

A rá eső sugárzást teljesen elnyeli, semennyit sem ver vissza belőle.
A csillagok igen jó közelítéssel abszolút fekete testként viselkednek.

Feketetest-sugárzás

Az abszolút fekete test egységnyi felülete által kibocsátott sugárzás spektrális eloszlása csak a felület hőmérsékletétől függ. Az ábra az egységnyi hullámhossz-intervallumban kibocsátott intenzitást mutatja a hullámhossz függvényében.



Wien-féle eltolódási törvény

A feketetest maximális intenzitású sugárzásához tartozó λ_{max} hullámhossz fordítottan arányos az abszolút hőmérséklettel: A méterben kifejezett hullámhossz

$$\lambda_{max} = \frac{2{,}90 \cdot 10^{-3}}{T}$$

Stefan–Boltzmann-törvény

A feketetest egységnyi felületén kisugárzott összes teljesítmény (a fenti grafikon alatti terület) az abszolút hőmérséklet negyedik hatványával arányos.

$$P = \sigma \cdot A \cdot T^4$$

A σ Stefan–Boltzmann-konstans értéke

$$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2K^4}.$$

A csillag luminozitása

A csillag teljes felületén kisugárzott teljesítmény.

$$L = \sigma \cdot 4\pi R^2 \cdot T^4$$

A Nap luminozitása $3{,}90 \cdot 10^{26}$ W.

Intenzitás

A csillagtól d távolságban ez a teljesítmény $A = 4\pi \cdot d^2$ felszínű gömbfelületen halad át, így a sugárzás intenzitása

$$I = \frac{L}{4\pi \cdot d^2}.$$

Napállandó

A napsugárzás intenzitása a Föld távolságában (d = 1 CSE).

A napállandó értéke

$$S = 1370\ \mathrm{W/m^2}$$

Albedó

A bolygók a rájuk eső napsugárzás egy részét visszaverik. A beeső sugárzás energiájának visszavert hányadát megadó dimenzió nélküli arányszám a planetáris albedó.

(A fekete test albedója tehát 0, a tökéletesen visszaverő felületé 1.)

Látszó fényesség

A sugárzás intenzitása határozza meg, hogy milyen fényesnek látunk egy csillagot. (Egy közeli, kisebb luminozitású csillag ugyanolyan fényes lehet, mint egy távoli, nagyobb luminozitású csillag.)

Fényrendek / magnitúdóskála

Hipparkhosz ókori görög csillagász hat osztályba, más néven fényrendbe (magnitúdó) sorolta a csillagokat: 1-essel jelölte a legfényesebbeket, 6-ossal a még éppen láthatóakat.

Távcsövek és műszerek híján a klasszikus fényességosztályozás az emberi szemmel való érzékelésre alapult, a 19. századi technika azonban már lehetővé tette a fényintenzitás mérését is.

Mérések azt mutatták, hogy két csillag között szemmel érzékelt egy magnitúdónyi fényességkülönbség esetén az intenzitások hányadosa adódik mindig ugyanakkorának, nem pedig a különbségük.

Egy 1 magnitúdójú csillag fényének intenzitása kb. 100-szor bizonyult nagyobbnak egy 6 magnitúdójú csillagénál.

Hogy az ókor óta megszokott fényességosztályozáshoz minél jobban illeszkedjék, ezt fogadták el definíció gyanánt:

1 magnitúdónyi különbség esetén legyen az intenzitások hányadosa $\sqrt[5]{100} = 2{,}512$. (A nagyobb magnitúdóhoz tartozik a kisebb intenzitás!)

$$100^{\frac{m_1 - m_2}{5}} = \frac{I_2}{I_1}$$

$$10^{\frac{2}{5}m_1 - m_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

$$m_1 - m_2 = \frac{5}{2}\lg\frac{I_2}{I_1}$$

Így természetesen m nem szükségképpen egész, és lehet 6-nál nagyobb vagy 1-nél kisebb is.

Megjegyzés:

Ez az összefüggés csak két csillag fényességének összehasonlítására alkalmas. A magnitúdót csak egy additív konstans erejéig adja meg.

$$m = -2{,}5\lg I + C$$

A konstans értéke a konkrét mérési eljárástól, a mérőműszer fajtájától függ. A fényintenzitás mérése ma a beeső fotonok által félvezetőkben felszabadított elektronok detektálásán alapul, régebben alkálifém-rétegből fotoeffektussal kilépő elektronok áramát erősítették fel fotoelektron-sokszorozóval.

Abszolút fényesség

A látszólagos fényesség nem a csillag tulajdonsága, hiszen függ a csillag távolságától is.

A csillagok valódi fényességét akkor tudjuk összehasonlítani, ha valamennyi csillagot ugyanabból a megadott távolságból nézzük.

A referenciatávolságot 10 parszeknek választották.

Egy csillag M abszolút fényességén az ugyanennek a csillagnak a 10 parszek távolságból mérhető látszólagos fényességét értjük.

$$m_1 - m_2 = 2{,}5\lg\frac{I_2}{I_1}$$

összefüggés alapján

$$m - M = 2{,}5\lg\frac{I_{10}}{I}$$

Az intenzitás a távolságnégyzet reciprokával arányos:

$$m - M = 2{,}5\lg\frac{1/10^2}{1/d^2}$$

$$m - M = 2{,}5\lg\frac{d^2}{10^2}$$

$$m - M = 5\lg\frac{d}{10},$$

más alakban

$$m - M = 5\lg d - 5$$

Változócsillagok
Olyan csillagokat, amelyeknek emberi mértékkel mért idő alatt változik a fényessége.

A fényességváltozást okozhatja egy másik csillag fedése vagy bolygó átvonulása is.
A valódi változócsillagok esetében a csillag fizikai tulajdonságai változnak.

Fénygörbe
A fényességváltozást az idő függvényében megadó grafikon.

δ Cephei típusú változók / cefeidák
A pulzáló, vagyis szabályos időközönként felfúvódó, majd összehúzódó változócsillagok egyik fajtája (Közéjük tartozik a Sarkcsillag is).

Fényességváltozásuk periódusideje néhány nap vagy néhány tíz nap nagyságrendű.

Periódus–fényesség reláció
A cefeida változók abszolút fényessége és periódusa között összefüggés áll fenn, melynek segítségével a cefeidák távolságmérésre használhatók. (Ha a cefeida változó egy másik galaxisban van, akkor a galaxis távolsága is meghatározható.)

Megjegyzés:
A pulzáló változók nem tévesztendők össze a szintén a szabályos változók közé tartozó pulzárokkal.
A pulzárok periódusa néhány ezred másodperctől néhány másodpercig terjed, és a fényességváltozással szinkronban rádiójeleket is kibocsátanak. A szapora jeleket a pulzár igen gyors forgása okozza. Mivel a forgó test felülete nem mozoghat fénysebességnél gyorsabban, a pulzár méretének rendkívül kicsinek kell lennie. Sűrűsége az atommag sűrűségének felel meg: a pulzárok neutroncsillagok.

Nóvák és szupernóvák
A szabálytalan változók közé tartoznak.

A nóvák esetében egy szokványos csillag közeli kettős rendszert alkot egy fehér törpével. A hirtelen felfénylést a csillagról a fehér törpe felszínére átdobódó anyagban robbanásszerűen beinduló magfúzió okozza.

Szupernóva-robbanást egy csillag csak egyszer szenvedhet, a csillag halálát jelenti. Felfénylésekor olyan fényes lehet, mint egy egész galaxis.
Maradhat utána neutroncsillag vagy fekete lyuk (de lehet, hogy nem marad belőle semmi).

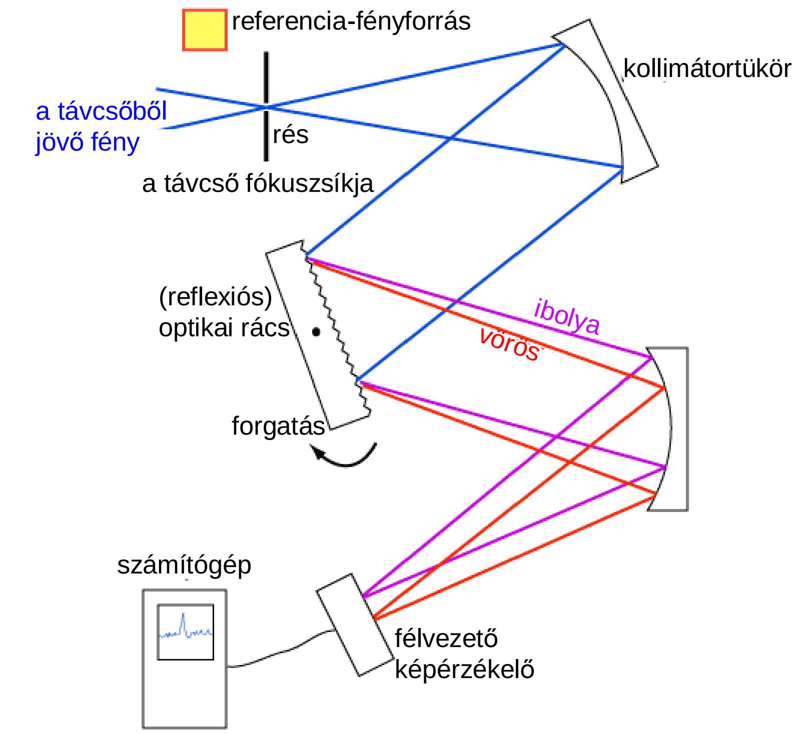
Spektrum / színkép
Eredetileg a fehér fény felbontásával (diszperziójával) nyert színes sávot jelentette.

Általánosabb értelemben valamely elektromágneses sugárzás energiájának hullámhossz szerinti eloszlását értjük rajta.

Spektroszkópia
A színképek elemzése. A távcső által alkotott kép vizsgálni kívánt pontját a résre irányítva a rés pontszerű forrásként viselkedik.

A sugárnyalábot egy tükör párhuzamosítja (kollimálja), a párhuzamos nyaláb érkezik az optikai rácsra (vagy prizmára), amely a különböző hullámhosszúságú komponenseket szétválasztja.
A színekre bontott fényt homorú tükörrel a képérzékelőre fókuszálják.
A rács forgatásával a spektrum más-más tartományai irányíthatók a képérzékelőre.

A műszert a referencia-fényforrás ismert hullámhosszúságú spektrumvonalai segítségével lehet kalibrálni.



http://www.atnf.csiro.au

Felbontóképesség

A távcső vagy a szemünk felbontóképességén a szögfelbontását értettük. A spektroszkópiában a felbontóképesség mást jelent: azt határozza meg, milyen kicsi lehet két spektrumvonal hullámhosszának $\Delta\lambda$ különbsége, hogy a műszer még két különálló vonalként detektája őket.

A felbontóképesség mértéke az

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

hányados, ahol λ a két vonal átlagos hullámhossza.

R annál nagyobb, minél több rácsosztás vesz részt a spektrum létrehozásában.

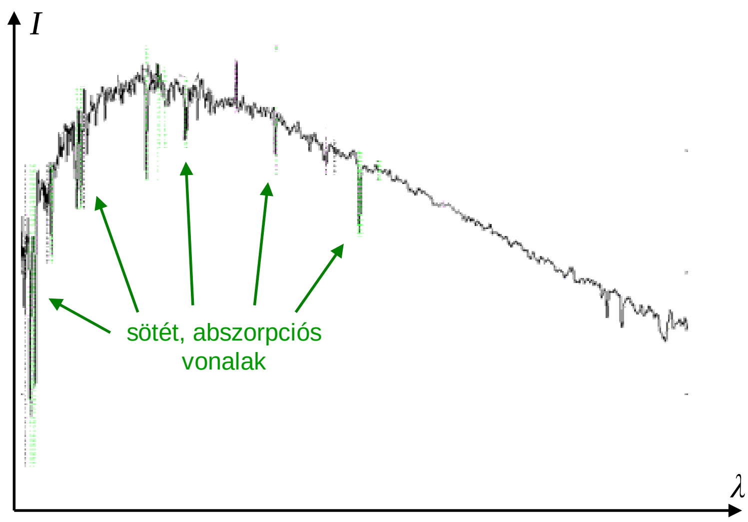
Folytonos spektrum

A részecskék statisztikus hőmozgása folytán a hőmérsékletének megfelelő feketetest-spektrumú sugárzást minden test kibocsátja. Ha egy fényforrás fényét ez a sugárzás adja, folytonos spektrumról beszélünk.

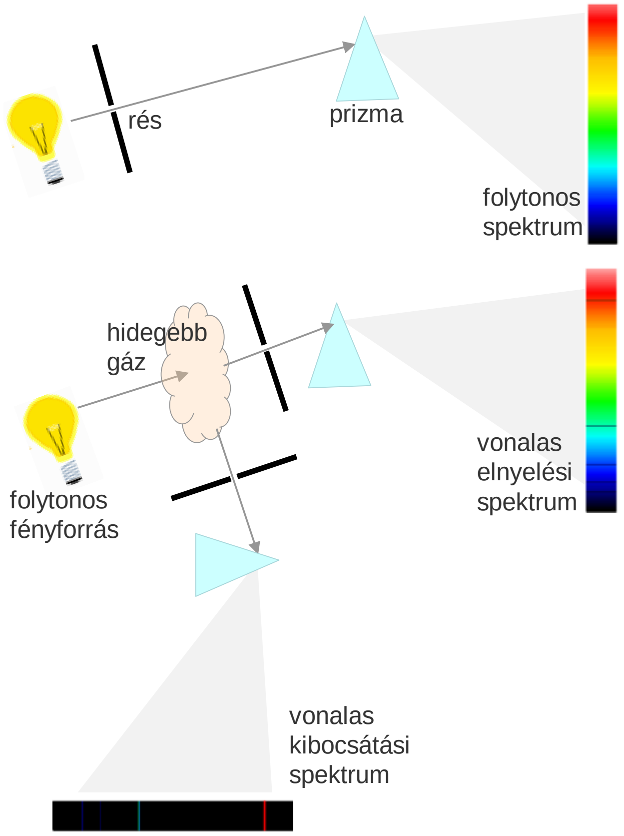
Folytonos spektruma van például az izzó szilárd testeknek, mint például a hagyományos villanykörte izzószála, vagy az elég sűrű és forró ionizált gázoknak is, mint például a nap vagy a gyertya fénye.

Vonalas spektrumok

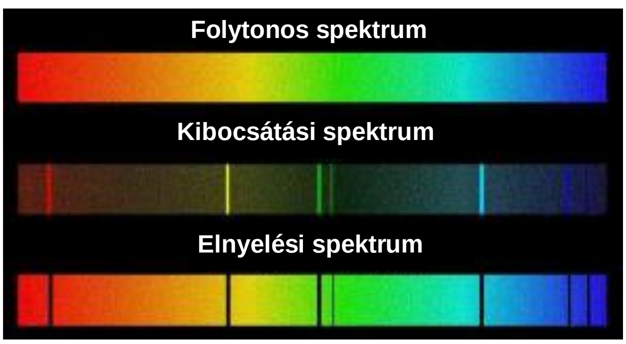
A nap- és csillagszínképek a folytonos háttér mellett sötét (és néha világos) vonalakat is tartalmaznak.



A vonalas spektrumok atomi spektrumok. A sötét vonalak akkor jönnek létre, ha a folytonos spektrumú fényforrás fénye atomokból álló, alacsonyabb hőmérsékletű gázon halad keresztül. A gáz atomjai elnyelik (abszorbeálják) az elektronjaik energiaszint-különbségeinek, vagyis az atom gerjesztésének megfelelő energiájú fotonokat, így ezek az átmenő fény spektrumából hiányoznak.



A gerjesztett elektronok alapállapotba való visszatérésekor ugyanolyan hullámhosszú fotonokat bocsátanak ki, mint amilyeneket elnyeltek, de minden irányba. Ugyanezeken a hullámhosszakon (és másokon) tehát világos, kibocsátási (emissziós) vonalakat kapunk, ha a spektroszkópot úgy helyezzük el, hogy a folytonos háttér nélkül, a gáz által kibocsátott fényt detektálja. A vonalaknak megfelelő hullámhosszak az anyagra jellemzőek.



Csillagok spektruma

A csillag spektrumában fellelhető vonalak összessége nemcsak az egyes kémiai elemek jelenlétéről árulkodik, de arról is, hogy az egyes atomok milyen mértékig gerjesztődve vagy ionizálva vannak jelen. Ezáltal a csillag hőmérsékletéről nyújt információt.

A Nap spektruma

A Napnak szigorú értelemben véve nincs „felszíne”, mégis használjuk ezt a fogalmat, mert a Napból jövő látható fény egy jól meghatározott rétegből, az úgynevezett fotoszférából érkezik hozzánk.

A Nap feketetest-spektrumából ismert 5800 K „effektív/felszíni hőmérséklet” a fotoszféra hőmérséklete. (A Nap belsejében, ahol a magfúzió zajlik, ennél sokkal melegebb van, több millió kelvin a hőmérséklet.)

A fotoszférát közvetlenül körülvevő vékony, hűvösebb, 4–5000 K hőmérsékletű rétegből származnak a Nap spektrumában levő sötét (úgynevezett Fraunhofer-féle) elnyelési /abszorpciós vonalak.

Ha napfogyatkozáskor a Hold kitakarja a fotoszférából jövő direkt fényt, így a Hold sötét korongja mellett megfigyelhető az ebből a rétegből eredő fény is. Sok emissziós vonalat láthatunk benne, melyek közöt számos megfelel az elnyelési spektrumból ismert sötét vonalaknak.

A Doppler-effektus jelensége

Ha f_0 frekvencián hullámokat kibocsátó forrás és a hullámokat érzékelő vevő egymáshoz képest mozognak, akkor a vevő által detektált f frekvencia f_0-tól különbözik.

Hanghullámok esetén

Frekvenciaváltozást csak radiális mozgás esetén tapasztalunk, vagyis amikor adó és vevő távolsága változik: közeledéskor $f > f_0$, távolodáskor $f < f_0$.

A hanghullámokat hordozó közeg kitüntet egy vonatkoztatási rendszert, így a frekvenciaváltozás mértéke függ attól, hogy a közeghez képest az adó vagy a vevő, esetleg mindkettő mozog:

$$f = f_0 \cdot \frac{c \pm v_{vevő}}{c \mp v_{adó}},$$

ahol c a hangsebesség.

A vevő és az adó sebessége egyaránt a felső előjellel érvényes, ha a mozgás a másik résztvevő felé történik, és az alsó előjellel érvényes, amikor a mozgás a másik résztvevőtől elfelé irányul.

Elektromágneses hullámokra

(vákuumban is terjednek, és a speciális relativitáselmélet szerint terjedési sebességük minden inerciarendszerben $c = 3{,}00\cdot 10^8$ m/s) kitüntetett vonatkoztatási rendszer nincs, minden vonatkoztatási rendszerben ugyanaz az eredmény adódik, mindegy, hogy az adót vagy a vevőt tekintjük mozgónak.

A frekvenciaváltozás mértékének meghatározása

v sebességgel távolodó T_0 periódusidejű elektromágneses hullámokat sugárzó forrás távolsága egy periódusidő alatt a $v\cdot T_0$-lal növekszik. Ennyi többlet-utat a fény

$$\frac{vT_0}{c}$$

idő alatt fut be, így a jelek vételének a periódusideje klasszikusan számolva

$$T_0 + \frac{vT_0}{c} = T_0\left(1+\frac{v}{c}\right)$$

lenne.

A relativitáselmélet szerint azonban mozgó testeken az idő lassabban telik (idődilatáció), így a mozgó forrás periódusideje T_0 helyett

$$\frac{T_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} > T_0 .$$

Így a vevő által detektált jel periódusideje

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}\cdot\left(1+\frac{v}{c}\right)$$

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{\left(1-\frac{v}{c}\right)\left(1+\frac{v}{c}\right)}}\cdot\left(1+\frac{v}{c}\right)$$

$$T = T_0\sqrt{\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}}}$$

A frekvencia a periódusidő reciproka, tehát

$$f = f_0\sqrt{\frac{1-\frac{v}{c}}{1+\frac{v}{c}}} < f_0$$

Hullámhosszal kifejezve $\lambda = cT$ miatt

$$\lambda = \lambda_0\sqrt{\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}}} > \lambda_0$$

Vöröseltolódás

Távolodó forrásnak most is kisebb a frekvenciája és nagyobb a hullámhossza, mint a nyugvó forrásnak. Távolodó objektum látható spektrumvonalai tehát a vörös felé tolódnak el, ezért nevezik a hullámhossznövekedést vöröseltolódásnak.

Ugyanígy, közeledő objektum spektrumvonalainak hullámhossza csökkenést, azaz kékeltolódást mutat.

Az eltolódás mértékére használatos jelölés:

$$Z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$$

Közelítés kis sebességekre

A Doppler-eltolódás mértékére egyszerű, közelítő összefüggés adódik, ha a sebesség a fénysebességhez képest kicsi:

$$\frac{v}{c} << 1$$

Ekkor $\left(\frac{v}{c}\right)^2 << \frac{v}{c}$, így

$$\lambda = \lambda_0\sqrt{\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}}} = \lambda_0\sqrt{\frac{\left(1+\frac{v}{c}\right)^2}{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \approx$$

$$\approx \lambda_0\sqrt{\frac{\left(1+\frac{v}{c}\right)^2}{1}} = \lambda_0\left(1+\frac{v}{c}\right),$$

vagyis a hullámhossz eltolódása

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \lambda_0\left(1+\frac{v}{c}\right) - \lambda_0 = \lambda_0\cdot\frac{v}{c}$$

Látóirányú sebesség megállapítása a Doppler-eltolódásból

A fénysebességnél sokkal lassabban mozgó objektumra:

$$v = c \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$$

(A kis különbség miatt a nevezőbe λ_0 helyett λ is írható.)

Vagyis $Z << 1$ esetén a sebesség kicsi, ekkor

$$v = Z \cdot c,$$

egyébként sebesség a fénysebességgel összemérhető, ekkor

$$\lambda = \lambda_0 \sqrt{\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}}} = \lambda_0 \cdot (1+Z)$$

átrendezésével adódik, hogy

$$v = \frac{(1+Z)^2 - 1}{(1+Z)^2 + 1} \cdot c\,.$$

Galaxisok vöröseltolódása

A távolabbi galaxisok mind vöröseltolódást mutatnak.

Hubble-törvény

A távolodás sebessége egyenesen arányos a távolsággal.

$$v = H_0 d$$

Az arányossági tényező a H_0 Hubble-állandó. Jelenleg (2017.) elfogadott értéke

$$H_0 = 72\ \mathrm{kms^{-1}/Mpc}.$$

Megjegyzés:
A mi galaxisunk nem kitüntetett, központi helyzetű: a távolságokat és sebességeket mérő, más galaxisokban lévő megfigyelők ugyanerre az eredményre jutnak.

Az arányosság a Világegyetem tágulására utal.

Ősrobbanás

Ha a Világegyetem most növekszik, akkor régebben a mainál kisebb volt, a tágulás a távoli múltban elképzelhetetlenül kicsiny méretből indult: Ősrobbanás / Big Bang. (Az ősrobbanás időpontjának a zérus mérethez (szingularitás) tartozó időpontot tekintjük.)

Az Univerzum életkora

Ha a galaxisok távolodási sebessége

$$v = H_0 d,$$

és feltételezzük, hogy a tágulás üteme állandó akkor

$$t_{\mathrm{H}} = \frac{d}{v} = \frac{1}{H_0}$$

idő alatt jutottak el mai távolságukba.

Ez az úgynevezett Hubble-idő, amely becslést ad az Univerzum életkorára.

Megjegyzés:
A távolodó galaxisok nem az őket körülvevő térben száguldanak tőlünk távolodva, a tágulás magának a térnek a tágulását jelenti.

A hullámhosszak is tágulnak

A tér tágulásával az elektromágneses sugárzások hullámhossza is növekszik (ezért érzékelünk vöröseltolódást).
Ha a vöröseltolódás mértéke

$$Z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0},$$

akkor a hullámhossz

$$\frac{\lambda_0 + \Delta\lambda}{\lambda_0} = (Z+1)$$

-szeresére nőtt, vagyis ma az Univerzum mérete is (Z + 1)-szer nagyobb, mint amikor a sugárzás útnak indult.

Kvazárok

A legnagyobb vöröseltolódást mutató ismert objektumok a kvazárok
(Z értéke körülbelül 0,5 – 4,0).

Méretükhöz képest a kvazárok igen fényesek, ez a luminozitást valószínűleg aktív galaxismagokból származik: a közepében levő hatalmas tömegű fekete lyukba zuhanó anyag gravitációs potenciális energiájának egy része sugárzó energiává alakul.

Ősrobbanás-elmélet / Forró Univerzum hipotézis

Több annál a megállapításnál, hogy az Univerzum ősrobbanással kezdődött.

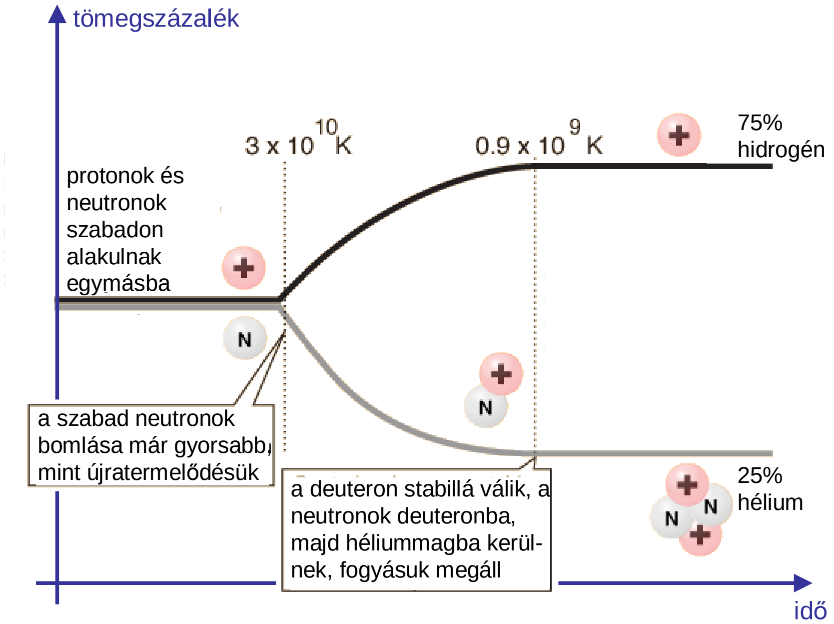
Részletesen leírja, hogy fejlődésének mely korai szakaszában milyen részecskék alkották az Univerzumot, és milyen kölcsönhatások játszódtak le köztük. Az elmélet mennyiségi következtetéseit (a táguláson kívül) további tapasztalati tények támasztják alá:

Hidrogén–hélium arány

Az elmélet helyesen jósolja meg, hogy a jelenlegi Univerzum tömegének körülbelül egynegyede hélium, háromnegyede hidrogén.

Az Univerzum azt a tömegarányt őrizte meg, amely akkor uralkodott, amikor a forró Univerzum kellőképpen lehűlt ahhoz, hogy a proton-neutron párok együtt maradhassanak.

Lassabb/gyorsabb tágulás esetén addigra kevesebb/több neutron bomlott volna el, és ma több/kevesebb lenne a hélium.



http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu

Kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás / maradványsugárzás

A forró Univerzumban az atommagok kialakulása után az atommagok és elektronok folyamatosan kölcsönhatásban voltak a fotontengerrel.

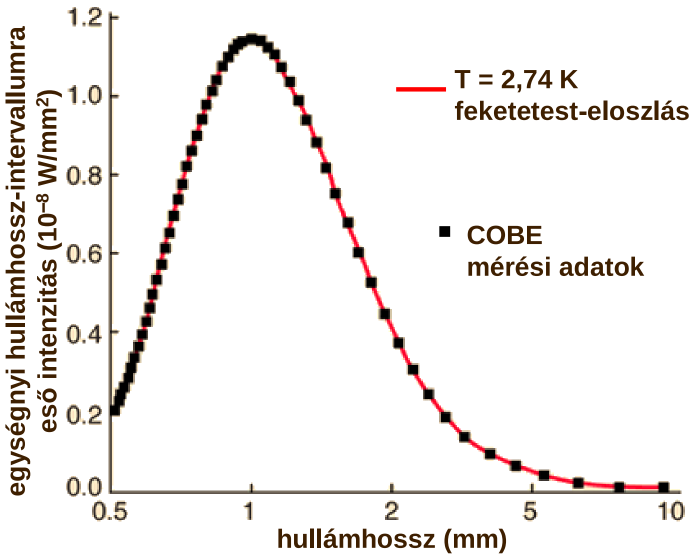
Amikor az Univerzum kellőképpen kitágult és lehűlt, a fotonok lecsatolódtak a részecskékről, vagyis megszűnt a folyamatos kölcsönhatás:
A magokból és elektronokból már kialakulhattak semleges töltésű atomok, nem zilálta szét őket azonnal egy foton.
A fotonok pedig ettől kezdve szabadon átjárhatták az univerzumot, nem ütköztek már lépten-nyomon részecskékkel.

Más szóhasználattal az Univerzum átlátszóvá vált a sugárzás számára.

Az ősrobbanás-elmélet pontosan megjósolja a fotonok és egyéb részecskék arányát, valamint a szétcsatolódás idején uralkodó hőmérsékletet.
Az akkori mindent átjáró sugárzás spektruma az e hőmérsékletre jellemző feketetest-spektrum kellett, hogy legyen. A hullámhosszak a tágulás ütemében nőttek, így mára 3 K hőmérsékletűre kellett hűlnie.

1964-ben Penzias és Wilson észlelte a világűrből minden irányból érkező (mikrohullámú) sugárzást, amelynek hullámhossza összhangban volt a megjósolt maradványsugárzásával.

1993-ban a NASA Cosmic Background Explorer (COBE) nevű műholdja igen pontos egyezést talált a 2,74 K hőmérsékletű feketetest-spektrummal.



http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu

A bolygók adatai 1

	Merkúr	Vénusz	Föld	Mars	Jupiter	Szaturnusz	Uránusz	Neptunusz
Tömeg (10^{24} kg)	0,33011	4,8675	5,9724	0,64171	1,898,19	568,34	86,813	102.413
Térfogat (10^{10} km^3)	6,083	92,843	108,321	16,318	143,128	82,713	6,833	6, 254
Egyenlítői sugár (km)	2439,7	6051,8	6378,1	3396,2	71,492 (1 bar)	60,268 (1 bar)	25,559 (1 bar)	24,764 (1 bar)
Poláris sugár (km)	2439,7	6051,8	6356,8	3376,2	66,854	54,364	24,973	24,341
Közepes sugár (km)	2439,7	6051,8	6371,0	3389,5	69,911	58,232	25,362	24,622
Lapultság	0,0000	0,000	0,00335	0,00589	0,06487	0,09796	0,02293	0.01708
Átlagsűrűség (kg/m^3)	5427	5243	5514	3933	1,326	687	1,271	1,638
Egyenlítői gravitációs gyorsulás (m/s^2)	3,70	8,87	9,80	3,71	24,79 (1 bar)	10,44 (1 bar)	8,87 (1 bar)	11.15 (1 bar)
Egyenlítői nehézségi gyorsulás (m/s^2)	3,70	8,87	9,78	3,69	23,12 (1 bar)	8,96 (1 bar)	8,69 (1 bar)	11.00 (1 bar)
Szökési sebesség (km/s)	4,3	10,36	11,19	5,03	59,5	35,5	21,3	23.5
γM (10^6 km^3/s^2)	0,022032	0,32486	0,39860	0,042828	126,687	37,931	5,7940	6.8351
Planetáris albedó	0,068	0,77	0,306	0,250	0,343	0,342	0,300	0.290
Vizuális magnitúdó (1CSE) távolságból	-0,69	-4,38	-3,99	-1,60	-9,40	-8,91	-7,11	-6.94
Napállandó (W/m^2)	9082,7	2601,3	1361,0	586,2	50,26	14,82	3,69	1.508
Feketetest-hőmérséklet (K)	439,6	226,6	254,0	209,8	109,9	81,0	58,1	46.6
Tehetetlenségi nyomaték (Θ/MR^2)	0,35	0,33	0,3308	0,366	0,254	0,210	0,225	
Természetes kísérők száma	0	0	1	2	67	62	27	14
Gyűrűrendszer	Nincs	Nincs	Nincs	Nincs	Van	Van	Van	Van

A bolygók adatai 2

	Merkúr	Vénusz	Föld	Mars	Jupiter	Szaturnusz	Uránusz	Neptunusz
Fél nagytengely (10^6 km)	57,91	108,21	149,60	227,92	778,57	1 433,53	2 872,46	4 495,06
Fél nagytengely (CSE)	0,387	0,723	1	1,524	5,204	9,582	19,201	30,047
Keringési idő /sziderikus periódus (nap)	87,969	224,701	365,256	686,980	4 332,589	10 759.22	30 685,4	60 189,0
Trópikus év (nap)	87,968	224,695	365,242	686,973	4 330,595	10 746.94	30 588,740	59 799,9
Perihélium (10^6 km)	46,00	107,48	147,09	206,62	740,52	1 352,55	2 741,30	4 444,45
Aphélium (10^6 km)	69,82	108,94	152,10	249,23	816,62	1 514,50	3 003,62	4 545,67
Szinodikus periódus (nap)	115,88	583,92	-	779,94	398,88	378,09	369,66	367,49
Közepes keringési sebesség (km/s)	47,36	35,02	29,78	24,07	13,06	9,68	6,80	5,43
Max. keringési sebesség (km/s)	58,98	35,26	30,29	26,50	13,72	10,18	7,11	5,50
Min. keringési sebesség (km/s)	38,86	34,79	29,29	21,97	12,44	9,09	6,49	5,37
Pálya hajlásszöge (^{o})	7,00	3,39	0,00	1,850	1,304	2,485	0,772	1,769
Excentricitás	0,2056	0,0067	0.0167	0,0935	0,0489	0,0565	0,0457	0,0113
(Sziderikus) tengelyforgási periódus (óra)	1407,6	-5832,6	23,9345	24,6229	9,9250	10,656	-17,24	16,11
A nap hossza (óra)	4222,6	2802,0	24,0000	24,6597	9,9259	10,656	17,24	16,11
Tengelyferdeség (^{o})	0,034	177,36	23,44	25,19	3,13	26,73	97,77	28,32

A Nap adatai
Tömeg: $7,436 \cdot 10^{22}$ kg
Sugár: $6,96 \cdot 10^{8}$ m
Közepes sűrűség: 1410 kg/m^3
Közepes látószög: 32’0’’
Max. látószög: 32’32’’
Min. látószög: 31’28’’
Egyenlítői sziderikus forgási periódus:25,03 nap
Egyenlítői szinodikus forgási periódus:27,28 nap
Felszíni nehézségi gyorsulás: 274 m/s^2
Szökési sebesség: 618 km/s
Effektív hőmérséklet: 5800 K
Maghőmérséklet: 15 millió K
Luminozitás: $3,90 \cdot 10^{26}$ W/m^2
Látszó fényesség: −26,8
Abszolút fényesség: +4,8

A Hold adatai
Tömeg: $1,99 \cdot 10^{30}$ kg
Egyenlítői sugár: 1738,1 km
Poláris sugár: 1736,0 km
Közepes sugár: 1737,4 km
Lapultság: 0,0012
Közepes sűrűség: 3344 kg/m^3
Felszíni gravitációs gyorsulás: 1.62 m/s^2
Felszíni nehézségi gyorsulás: 1.62 m/s^2
Szökési sebesség: 2.38 km/s
Albedó: 0,11
A telihold közepes látszó magnitúdója: −12,7
Feketetest-hőmérséklet: 270,4 K
Tehetetlenségi nyomaték (Θ/MR^2): 0,394

Pálya fél nagytengelye: $3,844 \cdot 10^{8}$ m
Pálya hajlásszöge: 5,145°
Perigeumtávolság: $3,633 \cdot 10^{8}$ m
Apogeumtávolság: $4,1055 \cdot 10^{8}$ m
Excentricitás: 0,0549
Közepes látószög: 31’5’’
Max. látószög: 33’31’’
Min. látószög: 29’22’’
Keringési periódus: 27,3217 nap
Szinodikus periódus: 29.53 nap
Közepes keringési sebesség: 1,022 km/s
Max. keringési sebesség: 1,082 km/s
Min. keringési sebesség: 0,970 km/s
Tengelyforgási periódus: 655,728
Tengelyferdeség: 6,68°
A Földtől való távolodás sebessége: 3,8 cm/év

Irodalom

[1] N. Sanjay Rebello, L. Cui, A. G. Bennett, D. A. Zollman, D. J. Ozimek: Transfer of Learning in Problem Solving in the Context of Mathematics and Physics, in *Learning to solve complex scientific problems*, Lawrence Erlbaum Associates, 2007., pp 223-246.

[2] X. Wu, T. Zu, E. Agra, N. Sanjay Rebello: Effect of Problem Solutions on Students' Reasoning Patterns on Conceptual Physics Problems, in Engelhardt, Churukian, Jones (szerk.): Physics Education Research Conference Proceedings, American Association of Physics Teachers, 2014., pp 279-282.

[3] W. J. Gerace: Problem Solving and Conceptual Understanding, Physics Education Research Conference Proceedings, American Association of Physics Teachers, 2001., pp 1-4.

Csillagászati Alapismetetek, szakosztályi füzetek a TIT Fizikai Szakosztályai Országos Választmányának szerkesztésében, 1966.

D. H. Menzel: *Csillagászat*, Gondolat, Budapest, 1980.

Simonyi K.: *A fizika kultúrtörténete*, Gondolat, Budapest, 1986.

Marik M.: *Helyünk a világmindenségben, a csillagászat alapjai*, Tankönyvkiadó, Budapest, 1989.

Balázs−Érdi−Marik−Szécsényi−Vízi: *Bevezetés a csillagászatba*, Tankönyvkiadó, Budapest, 1989.

J. Herrmann: *SH Atlasz Csillagászat*, Athenaeum, Budapest, 2000.

D. Heinrich, M. Hergt: *SH Atlasz Föld*, Athenaeum, Budapest, 2006.

T. P. Snow: *The Dynamic Universe, an Introduction to Astronomy*, West Publishing Co., New York, 1983.

W. J. Kaufmann: *Universe*, W. H. Freeman and Co., New York, 1988.

H. Karttunen, P. Kröger, H. Oja, M. Poutanen, K. J. Donner (Szerk.): *Fundamental Astronomy*, Springer, Berlin Heidelberg, 2007.

G. Faure, T. M. Mensing: *Introduction to Planetary Science; The Geological Perspective*, Springer, Dordrecht, 2007.

M. Seeds, J. Holzinger: *Student Observation Guide with Laboratory Exercises*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1990.

T. L. Smith, M. D. Reynolds, J. S. Huebner: *Basic Astronomy Labs*, University of North Florida, 1996.

ASTR 1010 Laboratory Manual, Introduction to Astronomy, Dept. of Astrophysical and Planetary Sciences, University of Colorado, Boulder, 2016.

J. Sanford: *Observing the Constellations*, Mitchell Beazley Ltd., London, 1989.

M. A. Finocchiaro: *The Essential Galileo*, Hackett Publishing Co., Indianapolis/Cambridge 2008.

Galileo Galilei: *Sidereus Nuncius*, (angol fordítás), The University of Chicago, 1989. és (magyar fordítás, Csaba György Gábor), Meteor Csillagászati Évkönyv, 2009.

Hudoba Gy.: *A diákok fizika iránti érdeklődésének felkeltése űrszonda modell építés és egyéb motiváló módszerek és programok segítségével*, doktori értekezés, ELTE TTK, 2016.

Bécsy B., Dálya G.: *A Nemzetközi Csillagászati és Asztrofizikai Diákolimpia Szakkör feladatai*: http://becsybence.web.elte.hu

A Nemzetközi Érettségi asztrofizika-feladatai: http://www.freeexampapers.com

http://www.stellarium.org
http://www.wilbourhall.org/pdfs/Text_book_on_Practical_Astronomy3.pdf
http://www.astronomynotes.com/light/s4.htm
http://www.physast.uga.edu
http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu
http://astronomie-smartsmur.over-blog.com
http://www.ucolick.org
http://www.eso.org
https://nssdc.gsfc.nasa.gov
http://spacemath.gsfc.nasa.gov
https://www.astro.umn.edu/courses/1001/prevsem/fall03/exams/zeilk_tests/ast1031.tests.html
https://sites.google.com/a/uw.edu/introductory-astronomy-clearinghouse/assignments/labs-exercises
https://spaceplace.nasa.gov/classroom-activities/en/
http://sbo.colorado.edu/SBO_OLD_SITE/sbo/manuals/apsmanuals/suntemp.pdf
http://titan.physx.u-szeged.hu/~szgy/bevez/gyujtemeny/
http://www.clifford.org/drbill/csueb/1880/presentations/06lunar_mt_lab_su2006.pdf
http://spiff.rit.edu/classes/phys236/moon_mount/moon_mount.html
http://www.physast.uga.edu/~jss/1120L/LunarMount.html
https://sohowww.nascom.nasa.gov/classroom/docs/Spotexerweb.pdf
http://adsabs.harvard.edu/full/1995AJ....109.2600H
https://www.projectpluto.com/jevent.htm
http://cas.sdss.org/dr7/en/proj/basic/spectraltypes/
http://astro.wsu.edu/labs/Discovery-of-Extrasolar-Planets.pdf
https://sites.google.com/a/uw.edu/introductory-astronomy-clearinghouse/assignments/labs-exercises
http://astronomy.nmsu.edu/geas/labs/manual/chapter02.pdf
http://johnpratt.com/items/astronomy/exercises/rising.html
http://sbo.colorado.edu/education/LabManuals/astr1010/1010Manual_S16.pdf
http://ph.qmul.ac.uk/sites/default/files/courses/PHY4103/labex7n.pdf
http://digitalcommons.unf.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1000&context=aphy_facpub